МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

БИЛЕТ 3 ШИФР 8-002

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2 - 5x + 1$ пересекает прямые $y = -1$, $y = 4$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить прямоугольный треугольник?

2. Найдите количество 16-значных чисел, содержащих только цифры "3", "4" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "9" ровно четыре, и они идут подряд.

3. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 24$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

4. При каких значениях параметра a решением неравенства $|ax - 2a| \leqslant \sqrt{x-1}$ является отрезок длины 3?

5. Несколько рабочих выполняют работу за 28 дней. Если бы их было на 2 человека больше и каждый работал бы на 1 час в день дольше, то они выполнили бы эту работу за 21 день. Если бы их было ещё на 4 человека больше и они работали бы ещё на 1 час в день дольше, они выполнили бы эту же работу за 15 дней. Сколько было рабочих? (Производительность всех рабочих одинакова.)

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 7 : 3$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $7 : 36$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 3.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 30]$, $[31; 60]$, $[61; 90]$, $[91; 120]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 30. Какое **наибольшее** значение может принимать сумма двадцати четырёх выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

8-002

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Если всего в числе 16 цифр, а 9-ок 4 $\Rightarrow$ остальные 12 – 3-и и 4-и. Подсчитаем, сколько возможных расположений этих цифр: $\underbrace{2\cdot2\cdot2\ldots2}_{12}-2=2^{12}-2$, т.к 2^{12} - если нам неважно, будут ли все цифры одинаков., или же найдутся различные. „-2" – те два случая, когда выпадут все 3 или все 4. Теперь в данные числа вставим 9999. Их можно добавить между любыми 2-мя цифрами + перед и после всех. $\overbrace{\underbrace{1\,1\,1\ldots1\,1\,1\,1}_{13}}^{12}$ $\Rightarrow$

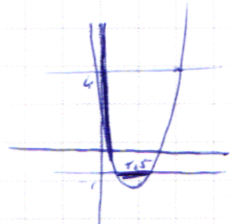
Вариантов будет $(2^{12}-2)\cdot13=(4096-2)\cdot13=$

$=4094\cdot13=53.222$

Ответ: 53222

№1

Найдем пересечение параболы с $y=-1$, $y=4$.



$$\begin{cases} y=2x^2-5x+1 \\ y=-1 \end{cases}$$

$2x^2-5x+1=-1$

$2x^2-5x+2=0$

$D=25-16=9$

$x=\frac{5\pm3}{4}=\left[\begin{array}{l} 2 \\ \frac{1}{2} \end{array}\right.$ $\Rightarrow$

Отрезок будет равен длиной $\left|2-\frac{1}{2}\right|=1,5$

$$\begin{cases} y=2x^2-5x+1 \\ y=4 \end{cases}$$

$4=2x^2-5x+1$

$2x^2-5x-3=0$

$D=25+24=49$

$x=\frac{5\pm7}{4}=\left[\begin{array}{l} \frac{11}{4} \\ -\frac{1}{2} \end{array}\right.$

длина равна

$\left|\frac{11}{4}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right|=\frac{11}{4}+\frac{2}{4}=\frac{13}{4}=3\frac{1}{4}$.

Теперь найдем пересечение с $y = a$

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1 \\ y = a \end{cases}$$

$2x^2 - 5x + 1 = a$

$2x^2 - 5x + (1 - a) = 0$

$D = 25 - 2 \cdot 4(1 - a) = 25 - 8 + 8a = 17 + 8a \geq 0$ (ОДЗ)

$x = \dfrac{5 \pm \sqrt{17 + 8a}}{4}$

Найдем длину: $\left| \dfrac{5 + \sqrt{17+8a}}{4} - \dfrac{5 - \sqrt{17+8a}}{4} \right| = \dfrac{\sqrt{17+8a}}{2}$

I Рассмотрим случай, когда $3\frac{1}{4}$ - самый большой отрезок $\Rightarrow$ $3\frac{1}{4}$ - длина гипотенузы п/у $\triangle$.

ОДЗ $\Rightarrow 2 < a < 4$

$(1,5)^2 + \dfrac{17+8a}{4} = (3,25)^2 \; | \cdot 4$ (т. Пифагора)

$9 + 17 + 8a = 42,25$

$26 + 8a = 42,25$

$8a = 16,25$

$a = 16\frac{1}{4} : 8$

$a = \dfrac{65}{4 \cdot 8}$

$a = \dfrac{65}{32}$

$a = 2\frac{1}{32} \in$ ОДЗ

II на a прямой лежит отрезок гипотенузы $\Rightarrow a > 4$.

$(1,5)^2 + \left(3\frac{1}{4}\right)^2 = \dfrac{17+8a}{4}$

$9 + 42,25 = 17 + 8a$

$34,25 = 8a$

$a = 4\frac{9}{32} \in$ ОДЗ.

Ответ: $a = 4\frac{9}{32}$, $a = 2\frac{1}{32}$

№4.

Решим неравенство:

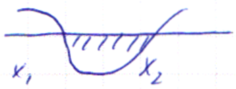
$|ax-2a| \le \sqrt{x-1} \quad |()^2$

$a^2x^2 - 4a^2x + 4a^2 \le x - 1$

$a^2x^2 + x(-4a^2-1) + 4a^2 + 1 \le 0$

$D = 16a^4 + 8a^2 + 1 - 4a^2(4a^2+1) = 16a^4 + 8a^2 + 1 - 16a^4 - 4a^2 = 4a^2+1 \ge 0$ всегда.

$x = \dfrac{4a^2+1 \pm \sqrt{4a^2+1}}{4a^2}$



$\dfrac{4a^2+1-\sqrt{4a^2+1}}{4a^2} \le x \le \dfrac{4a^2+1+\sqrt{4a^2+1}}{4a^2}$

Известно, что $x_2 - x_1 = 3$.

Составим уравнение:

$\dfrac{4a^2+1+\sqrt{4a^2+1}}{4a^2} - \dfrac{4a^2+1-\sqrt{4a^2+1}}{4a^2} = 3.$

$\dfrac{\sqrt{4a^2+1}}{2a^2} = 3. \qquad a \ne 0$

$\sqrt{4a^2+1} = 6a^2 \qquad |()^2$

$4a^2+1 = 36a^4$

$36a^4 - 4a^2 - 1 = 0$

$k=-2$

$D = \cancel{16}+ 4 + 36 = 40$

$a^2 = \dfrac{2 \pm 2\sqrt{10}}{36} = \dfrac{1 \pm \sqrt{10}}{18}$

$a^2 = \dfrac{1+\sqrt{10}}{18}$ или $a^2 = \dfrac{1-\sqrt{10}}{18} < 0$

$a = \pm\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{10}}{18}} \qquad a \in \varnothing$

Ответ: $a = \pm\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{10}}{18}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

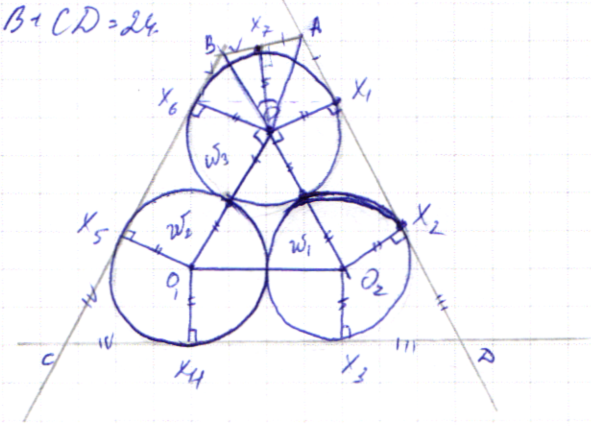
Дано: $ABCD$ - 4-уг., $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ - внутри $ABCD$

$R_{\omega_1} = R_{\omega_2} = R_{\omega_3}$ $\quad AD + BC - AB + CD = 24$

AD и DC - кас ω_1

CD и CB - кас ω_2

CB, BA и AD - кас ω_3



Найти: а) R

б) $\angle AOB$, O - центр ω_3

Решение: 1) 1) отрезки касательных равны: $AX_7 = AX_1$

$X_2D = DX_3$

$CX_4 = CX_5$

$BX_6 = BX_7$

Рассмотрим 4уг. $OX_6X_5O_1$, $OX_1X_2O_2$ и $OX_4X_3O_2$

· все п/уг, т.к $OX_6 \parallel OX_5$ ($\perp$ к BC)

$OX_4 \parallel O_2X_3$ ($\perp$ к CD) + все равны R ⇒ по призн. п/уг.

$O_2X_2 \parallel OX_1$ ($\perp$ с CD)

$OX_6X_5O_1$, $OX_1X_2O_2$, $OX_4X_3O_2$ - п/уг

+ все их соотв сторон м/у собой равны

(R и $2R$, т.к $OO_1 = OO_2 = O_1O_2 = 2R$
(ω кас ⇒ отрезок, соед. их $= 2R$))

⇒ п/уг равны ⇒ $X_6X_5 = X_1X_2 = X_4X_3 = 2R$

2) подставим в $AD + BC - AB + CD = 24$ отрезки касательных и $2R$

⇒ $\cancel{AX_1} + X_1X_2 + \cancel{DX_2} - \cancel{X_3D} - X_4X_3 - \cancel{CX_4} + \cancel{CX_5} + X_5X_6 + \cancel{BX_6} - \cancel{X_7B} - \cancel{AX_7} = 24$

$X_1X_2 + X_5X_6 - X_4X_3 = 24$ ⇒ $2R = 24$ ⇒ $\underline{R = 12}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $\triangle O_1O_2O$ – п/ст (все стороны равны $2R$) $\Rightarrow \angle O_1OO_2 = 60^\circ$

$\angle X_6OO_1 = \angle X_1OO_2 = 90^\circ$ (п/уг) $\Rightarrow \angle X_6OX_1 = 360-180-60=120$

Рассмотрим $\triangle AOX_7$ и $\triangle A\cancel{Q}OX_1$ – равны, т.к $AX_7 = AX_1$ – отр. кас.

AO – общ (по III пр)

$OX_7 = OX_1$ – радиусы

$\Rightarrow \angle AOX_7 = \angle AOX_1$

аналогично $\triangle X_6OB = \triangle X_7OB \Rightarrow \angle X_6OB = \angle X_7OB$

$\angle AOB = \angle X_6OX_1 - \underbrace{(\angle AOX_1 + \angle BOX_6)}_{\angle AOB \text{ (из равенства соотв. } \angle)}$

$2\angle AOB = 120$

$\angle AOB = 60^\circ$

Ответ: 1) $R = 12$ 2) $\angle AOB = 60^\circ$

№7

Если мы берем число x, то число $x \pm 30n$ брать нельзя
Мы можем взять из каждого промежутка числа с разными порядковыми номерами ($\overset{1}{1}; \overset{2}{2}; \overset{3}{3}; \overset{4}{4}; \overset{5}{5}; \overset{6}{6}$, ~~30~~ $\overset{7}{37}; \overset{8}{38}; \overset{9}{39}; \overset{10}{40}$ ......)
Если возьмем в последнем промет. наибольшие числа, то $\sum$ будет не наибольшей ⇒ в III промет. с 19 по 24 числа
в II промет с 13 по 18 число
в I с 7 по 12 число

или те изменения в чередовании этих номеров
(для I с 19-24
для II - 7-12 чис.
для III - 13-18)

Выгоднее всего взять числа приблизительно максимально друг к другу.
Есть 6 групп порядковых номеров 1-6
7-12
13-18
19-24
25-30
(самое выгодное деление)

выгоднее взять на наим. промет. ~~1-6~~ - IV промет., т.к ост 3 промет. будут больше, чем
если IV поставить на 25-30, то $\sum$ будет меньше.
Но лучше вообще не брать 1ую группу номеров (она наименьшая) ⇒ IV промет на 7-12
I промежуток поставить на 25-30 (придвигаем числа друг к другу, а не числа с максим. разницей)
а II и III на 13-18 и 19-24, разницы от того как м/у собой их распределить нет, т.к в любом случае получится $\sum$ одинаковая

$$\sum = \overbrace{97+98+99+100+101+102}^{IV} + \overbrace{25+26+27+28+29+30}^{I} + \overbrace{49+50+51+52+53+54}^{II} + \overbrace{73+74+75+76+77+78}^{III} = 199\cdot3 + 55\cdot3 + 103\cdot3 + 151\cdot3 =$$
$$= 254\cdot2\cdot3 = 508\cdot3 = 1524 \quad \text{Ответ: } 1524$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 6
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

8-002

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{AX_1} + X_1X_2 + \cancel{X_2D} + \cancel{BX_6} + X_5X_6 + \cancel{CX_5}$

$- X_4X_3$

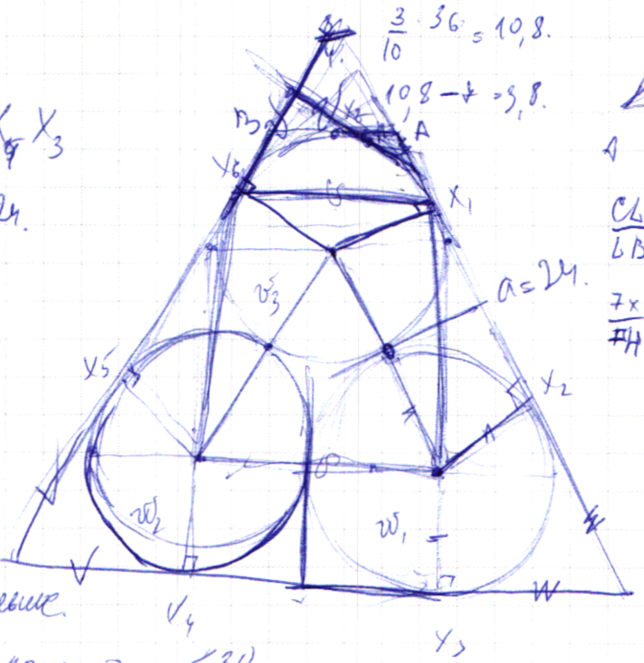
$\frac{S_{ABF}}{S_{BFC}} = \frac{7}{3}$

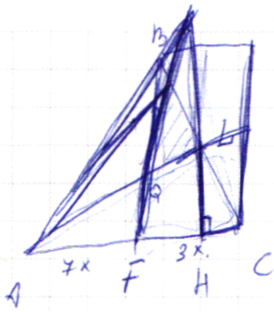
$\frac{3}{10}\cdot 36 = 10{,}8$

$10{,}8 - 1 = 9{,}8$

$X_1X_2 + X_5X_6 - X_4X_3$

$2a - a = a = 24$





$\frac{CL}{LB} = \frac{CH}{3x} = \frac{HL}{BF}$

$\frac{7x}{7H} = \frac{AQ}{AL} = \frac{FQ}{HL}$

1 +6 7
2 +6 8
3 +6 9
4 10
5
6 13

52 D ≥ 12

19·3

13 49 85
14 50 86
15 51 87
16 52 88
17 53 89
18 54 90

91
92
93
94
95
96

$36\cdot 3 = 108+$

на 14 меньше

на урое +6·18.

19
20
21
22
23
24

их разность ≠ 30.

ост. 0, 1, 2, ... 30

выберем число 1 ⇒ ~~31, 61, 91~~, 1

2 ⇒ 32 ~~62 92~~ 1

3
4
5
6 36 66 96

1 ... 30

7-12. 13-18 средние! 19-24

7	43	79	115
8	44	80	116
9	45	81	117
10	46	82	118
11	47	83	119
12	48	84	120

19·3 91·3 163·3 235·3

$254\cdot 3 = 762\cdot 2 = 1524$

508·2

из 3 группы 73 103

49+50+51+52+53+54 74 104

60·6 + 73+74+75+76+77+78 75 105

одинаково 76 106

77 107

78 108

+ 36·2 − 36

на 36 больше

из 2 группы ~~37~~ ⇒ 67 ... 97

38 на 36 меньше

39 на 36 больше

40

41

42

IV IV III II I

6 вариантов.

~~X1~~ ... 101

72

19 49

19 109

20 110

111

112

113

114

24 25. 199·3

115

116

117

118

119

120

если наоборот.

508

$254\cdot 6 =$

1200

300

24

1524.

~~230·6~~

1380

25-30 19-24 13-18 7-12

30 54 78 104

29 53 77 107

28 52 76 100

27 51 75 99

26 50 74 98

25 49 73 97

55·3 103·5 151·3 199·3

1 37 72 109 115

2 38 79 110 116

3 39 73 111 117

4 40 76 112 118

5 41 74 113 119

6 42 72 114 120

+31 +31 18

13 79·3 151·3 223·3 235·3.

49+151+223+235

230 453 688.

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

8-002

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

$|ax-2a| \le \sqrt{x-1}$

$ax \in [x^{x>4}; x+3]$

$|ax-2a| < \sqrt{x-1}$

$|ax+3a-2a| < \sqrt{x+2}$

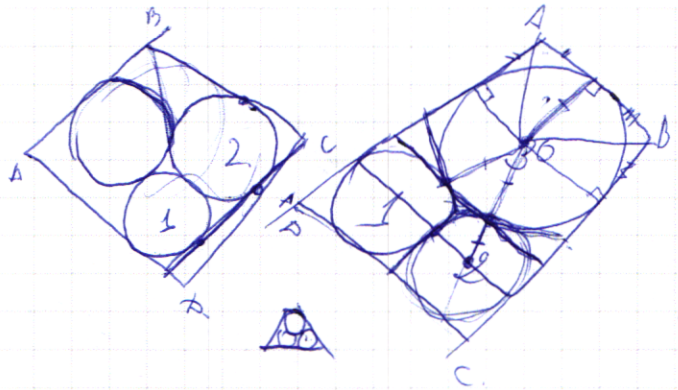
$\begin{cases} |ax+a| \le \sqrt{x+2} \\ |ax-2a| \le \sqrt{x-1} \end{cases}$

$a^2x^2+2a^2x+a^2 \le x+2$

$a^2(x^2+2x+1) \le x+2$

$a^2(x+1)^2 \le x+2$

$a^2 \le \frac{x+2}{(x+1)^2}$



$AD+BC-AB-CD=24$

..... 16

выберем 12 чисел 3/4 вариантов

$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$

11

$2^{11}\cdot2-2$

3 4 3 4 3 4 4 3 4 ... 3

и в любое пространств м/у цифрами можно вставить

$4\cdot9$

1 1 1 1 1 1 1 1

13 вариантов

mv t A

$v_1 = \frac{1}{28x}$

x чел $\frac{1}{28}$ 28 дн. 1

$x+2$ $\frac{x+2}{28x}$ $28+\frac{1}{24}$ $\frac{1}{28x}\cdot x\cdot y\cdot 28 = 1$

$v_1 = \frac{1}{28x}$

I в день

$\frac{21(x+2)(y+1)}{28xy} = 1$

$3xy+6y+3x = 4xy$

$xy-3x = 6y$

$x(y-3) = 6y$

$x = \frac{6y}{y-3}$

x раб $v_1 = \frac{1}{28x}$ y в день 28 дней

$2^{12} = (2^3)^4 = 8^4 = 64^2$

$v_1 \frac{1}{28}x$ $y+\frac{1}{24}$ 21 день

$15(y+2)\left(\frac{6y}{y-3}+6\right) = 28y\frac{6y}{y-3}$

$64 \cdot 64 = 256 + 384 = 4096$

v_1 в день	кол-во	в день	кол-во дн.	P.

$\frac{1}{28xy}$ x y 28 1

$\frac{1}{28xy}$ $x+2$ $y+1$ 21 1

$\frac{1}{28xy}$ $x+2+4$ $y+2$ 15 1

$4094 \cdot 13 = 12282 + 4094 = 53222$

$5\,15(y+2)\frac{(6y+6y-18)}{y-3} = \frac{28y^2\cdot6}{y-3}$

$(y+2)\cdot(2y-3) = 28y^2$

$3(y+2)(2y-3) = 28y^2$

$6y^2-9y+12y-18 = 28y^2$

$22y^2-3y+18=0$, <0.

$D=9-$

$\frac{3x-y}{3x} = \frac{7}{3a}$

$\frac{21(x+2)(y+1)}{28xy} = 1$

$\frac{15(y+2)(x+6)}{28xy} = 1$

$21(xy+2y+x+2) = 28xy$

$21xy+42y+21x+42 = 28xy$

$42y+21x+42 = 7xy$

$42y-7xy = -21x-42$

$y(42-7x) = -21x-42$

$y = \frac{21x+42}{7x-42} = \frac{3x+6}{x-6}$

$\frac{7}{10} = \frac{3}{x}$

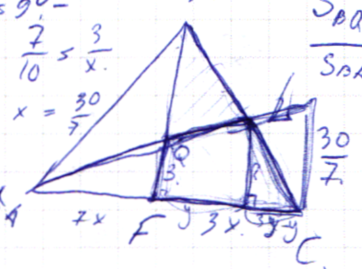
$x = \frac{30}{7}$

$\frac{7x+y}{7x} = \frac{7}{3}$

$21x+3y = 77x$

$f = \frac{21x+3y}{7x}$

$\frac{S_{BQA}}{S_{BAC}} = \frac{7}{36}$



$15\left(\frac{3x+6}{x-6}+2\right)(x+6) \over 28\frac{(3x+6)}{x-6}x$ $=1$ $x\ne6$

$15(5x-6)(x+6) = \frac{28(3x+6)}{x-6}x$

$75x^2-650$

$\frac{S_{ABF}}{S_{BFC}} = \frac{7}{3}$ $\frac{S_{ABC}}{S_{B+C}} = \frac{3}{10}$

$\frac{3}{10} - \frac{7}{36} = \frac{54-35}{180} = \frac{19}{180}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

⇒ остаток от деления различн. + не заканчивалось на 5 или 0.
сначала числа (нач.) 15.
~~15, 10, ... 30 ... 320.~~ ~~дел. 3 если максиму~~

$y = 2x^2 - 5x + 1 = 2$

$y = -1$

$y = 4$

$y = a$

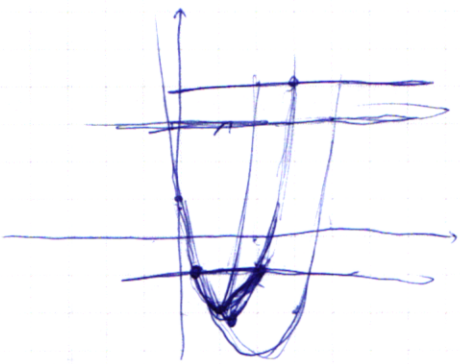
$2(x^2 - 2{,}5x + \frac{1}{2})$

$2(x - 1{,}25)^2 -$

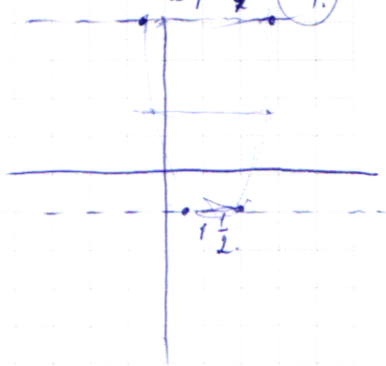
$y = 2x^2 - 5x + 1$

$x = 0$
$y = 1$
$x = 1$
$2 + 1 - 5 = -2.$
$x = 2$ $9 - 10 = -1.$
$x = 3.$
$12 - 15 + 1 = -2$
$2x^2 - 5x + 1 = -1$
$2x^2 - 5x + 2 = 0.$
$D = 25 - 16 = 9$
$\frac{5 \pm 3}{4} = 2. \quad \frac{1}{2}.$
$2(x-2)(x+\frac{1}{2}) = 0.$

$2 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 1$
$9 - 10 = -1.$
$18 - 15 + 1$



$2\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = 3\frac{1}{4}.$ шт.



$$\begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

$2x^2 - 5x + 1 = -1$
$2x^2 - 5x + 2 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} x = 2. \\ x = \frac{1}{2}. \end{array}\right.$$

$y = 2x^2 - 5x + 1.$
$y = 4.$
$2x^2 - 5x - 3 = 0$
$D = 25 + 24 = 49$
$x = \frac{5 \pm 7}{4} = \frac{11}{4} = 2{,}75. \quad -\frac{1}{2}.$

$(3 + \frac{1}{4})^2$

$9 + \frac{3}{2} + \frac{1}{16}.$

$36 + 6 + \frac{1}{4}.$

$(1{,}5 \cdot 2)^2 = 9.$

$(3{,}25)^2 = 6{,}5^2$

$2x^2 - 5x + 1 - a = 0$
$D = 25 - 8(1 - a) > 0$ $\quad 17 + 8a > 0$
~~8a > -17~~

$\frac{5 \pm \sqrt{17 + 8a}}{4}$

$\frac{5 + \sqrt{17 + 8a}}{4} - \frac{5 - \sqrt{17 + 8a}}{4} = \frac{\sqrt{17 + 8a}}{2}$

$190 - 95$ $\quad 190 + 90 = 285$

$(1{,}5)^2 + \frac{17 + 8a}{4} = (3\frac{1}{4})^2.$

$34\frac{1}{4} = \frac{137}{4 \cdot 8}.$ $\quad 6{,}5^2$

$\frac{17 + 8a}{4} = (3{,}25 - 1{,}5)(3{,}25 + 1{,}5)$
$1{,}75. \quad 4{,}75.$

5. 4. 128.

$\frac{137}{32} = 4\frac{9}{32}$ $\quad \begin{array}{r} 65 \\ \times 65 \\ \hline 325 \\ 390 \\ \hline 4225 \end{array}$ $\quad 3.$

$17 + 8a = \frac{15 \cdot 19}{4}.$ $\quad 3\frac{3}{4} \cdot 4\frac{3}{4} = \frac{15}{4} \cdot \frac{19}{4} =$

$8a = \frac{285 - 68}{4} = \frac{217}{4}$

$71{,}25.$

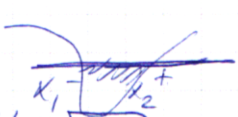
$a^2x^2 - 2a^2x + 4a^2 \le x - 1$

$a^2x^2 + x(-2a^2 - 1) + 4a^2 + 1 \le 0.$

$D = (2a^2 + 1)^2 - 4(a^2(4a^2 + 1)) =$

$= 4a^4 + 4a^2 + 1 - 16a^4 - 4a^2 = -12a^4 + 1 \ge 0$

$x = \frac{2a^2 + 1 \pm \sqrt{1 - 12a^4}}{2a^2}$



$\frac{2a^2 + 1 - \sqrt{1 - 12a^4}}{2a^2} + 3 = \frac{2a^2 + 1 + \sqrt{\ }}{2a^2}$

$\frac{2a^2 + 1 + \sqrt{\ }}{2a^2} - \frac{2a^2 + 1 - \sqrt{\ }}{2a^2} = 3.$

$\frac{2\sqrt{1 - 12a^2}}{2a^2} = 3.$

$1 - 12a^2 = 9a^4$

$9a^4 + 12a^2 - 1 = 0$

$D = 36 + 9 = 45.$

$a = \frac{-6 \pm 3\sqrt{5}}{9}.$ $\quad \frac{-2 \pm \sqrt{5}}{3}$

V,	кол-во	t един	кол воды.	A
$\frac{1}{28xy}$	x.	y.	28	1
	$(x + 2)$	$y + 1$	21	1
	$(x + 6)$	$y + 2$	15.	1

$\frac{1}{21(x + 2)(x + 1)} = \frac{1}{28xy}.$

$21(x + 2)(y + 1) = 28xy$

$15(x + 6)(y + 2) = 28xy.$

$21xy + 42xy + 21x + 2$

$15xy + 90y + 30x + 12$

$6xy - 48y - 9x - 10 = 0.$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

8-002

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

V, кол-во в день кол-во дней

V	кол-во	в день	кол-во дней		
28ay	y.	a.	~~28~~	~~28xya~~	1
	y+2.	a+1	21	21x(y+2)(a+1)	
	y+6	a+2	15.		

$$\begin{cases} \overset{4}{\cancel{28}}ay = \overset{3}{\cancel{21}}(y+2)(a+1) \\ 15(a+2)(y+6) = 28ay \end{cases}$$

$$\begin{cases} ay = 3y + 6a + 2. \\ 13ay = 30y + \cancel{15}90a + 12. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13ay = 39y + 78a + 36 \\ 13ay = 30y + 90a + 12. \end{cases}$$

$9y - 12a + 24 = 0.$

$3y - 4a + 8 = 0.$

$y = \frac{4a-8}{3}.$

$\cancel{a\left(\frac{4a-8}{3}\right) = 4a - 8 + 6a + 2.}$

$\overset{7}{\cancel{21}}(y+2)(a+1) = \overset{5}{\cancel{15}}(y+6)(a+2)$

$7ay + 14a + 7y + 14 = 5ay + 30a + 10y + 60$

$2ay - 16a - 3y - 46 = 0.$

$\frac{2}{3}a(4a-8) - 16a - 4a + 8 - 46 = 0.$

$\cancel{8a^2}\ \frac{4a^2 - 8a}{3} - 8a - 2a + 4 - \overset{-19}{23} = 0.$

$4a^2 - 8a - 3a - 57 = 0.$

$4a^2 - 11a - \overset{228}{57} = 0$

$D = 121 + \overset{830+32}{228 \cdot 4} = 121 + 912 = 1034. \quad | \frac{2}{5017}.$

$a = \frac{11 \pm \sqrt{5017}}{8}.$

$\frac{21(a+1)(y+2)}{28ay} = 1 \qquad \frac{15(a+1)(y+6)}{28ay} = 1$

y^5

$15(a+2)\left(\frac{16a+46+12a-18}{2a-3}\right) =$

$7ay + 7y + 14a + 14 = 5ay + \cancel{5y + 10a + 10}\ 10y + 30a + 60.$

$2ay + 2y + 4a + 4 = 0 \qquad 2ay - 3y - 16a - 46 = 0.$

$= 15(a+2) \cdot \frac{28a + 28}{2a-3}.$

$ay + ay + 2a + 2 = 0. \qquad y(2a-3) = 16a + 46.$

$\cancel{y(a+1) = 2a+2} \qquad y = \frac{16a+46}{2a-3}.$

$\frac{3x1 \cdot 20}{2a-3} = \frac{28 \cdot 15}{2a-3}$

$21(a+1)(y+2) = 21(a+1)\left(\frac{20a+40}{2a-3}\right) = \frac{21 \cdot 20(a+1)(a+2)}{2a-3}.$

$\frac{21 \cdot \overset{10}{\cancel{20}}(a+1)(a+2)\cancel{(2a-3)}}{\cancel{(2a-3)}a \cdot \underset{8a+23}{\cancel{(16a+46)}}} = 1$

$210a^2 + 630a + 420 = 8a^2 + 23a.$

$202a^2 + 607a + 420 = 0.$