

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО
МАТЕМАТИКЕ

10 класс

БИЛЕТ 4

ШИФР

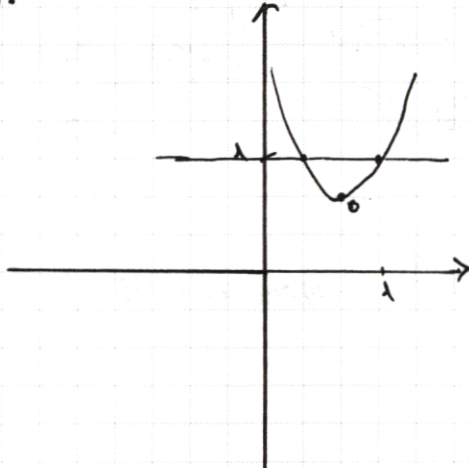
15-046

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 3x^2 - 4x + 2$ пересекает прямые $y = 17$, $y = 1$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить прямоугольный треугольник?
2. Найдите количество 20-значных чисел, содержащих только цифры "1", "5" и "6" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно десять, и они идут подряд.
3. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1 , ω_2 и ω_3 , причём ω_1 касается сторон AD и DC , ω_2 касается сторон DC и CB , а ω_3 касается сторон CB , BA и AD .
- а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 38$.
- б) Найдите угол AOB , где O – центр окружности ω_3 .
4. При каких значениях параметра a решением неравенства $|ax - a| \leq \sqrt{x - 2}$ является отрезок длины 1?
5. Несколько рабочих выполняют работу за 21 день. Если бы их было на 2 человека больше и каждый работал бы на 1 час в день дольше, то они выполнили бы эту работу за 15 дней. Если бы их было ещё на 4 человека больше и они работали бы ещё на 1 час в день дольше, они выполнили бы эту же работу за 10 дней. Сколько было рабочих? (Производительность всех рабочих одинакова.)
6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 7$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q ; площади треугольников BQL и BAC относятся как $8 : 21$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC , если расстояние от точки Q до прямой AC равно 13.
7. Пиноккио выбрал по 7 целых чисел из каждого промежутка $[1; 50]$, $[51; 100]$, $[101; 150]$, $[151; 200]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 50. Какое **наибольшее** значение может принимать сумма двадцати восьми выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.



① $y = 3x^2 - 4x + 2$
 $y = 1^2$
 $y = 1$
 $y = 2$

① $x_0 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$y_0 = 3 \cdot \frac{4}{9} - \frac{4 \cdot 2}{3} + 2 = \frac{4}{3} - \frac{8}{3} + \frac{6}{3} = \frac{2}{3}$

x	1/3	1	2/3	1
y	1	1	2	2

при $y = 1$

$1 = 3x^2 - 4x + 2$
 $3x^2 - 4x + 1 = 0$
 $D = 16 - 12 = 4$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{6} = \left[\begin{matrix} 1 \\ 1/3 \end{matrix} \right]$

при $y = 2$

$2 = 3x^2 - 4x + 2$
 $3x^2 - 4x = 0$
 $D = 16 + 15 \cdot 12 = 196$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 14}{6} = \left[\begin{matrix} 9 \\ -10/6 \end{matrix} \right]$

1.

Длина отрезка, образ. функции $y = 1$ и $y = 3x^2 - 4x + 2$:

$l_1 = \sqrt{1 + \frac{4}{9}} = \frac{5}{3}$ $l_1 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Длина отрезка, образ. функции $y = 2$ и $y = 3x^2 - 4x + 2$:

$l_2 = \sqrt{1 + 9} = \frac{10}{3}$

2. Чтобы кос. отрезки в получалась прямоуго. треугольн., должны выполняться Пифагора:

$a^2 + b^2 = c^2$

Обозначим отрезки, образ. функций $a = y$ и $b = 3x^2 - 4x + 2$ как l_a

Г. К. гипотенуза всегда больше катета \Rightarrow рассмотрим 2 случая:

① $l_1^2 + l_2^2 = l_a^2$
 ② $l_1^2 + l_a^2 = l_2^2$

① $l_1^2 + l_2^2 = l_a^2$ $l_a^2 = \frac{200}{9}$ $l_a = \frac{10\sqrt{2}}{3}$
 $\frac{4}{9} + \frac{196}{9} = l_a^2$ $l_a = \frac{\sqrt{200}}{3}$

Найдем коор. x ~~и y~~ ~~на $y = 1$~~ ~~и $y = 2$~~ :

$y = 3x^2 - 4x + 2 = 1$
 $3x^2 - 4x + 1 = 0$
 $D = 16 - 12(2 - 1) = 16 - 24 + 12 = 4$
 $x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{6}$

$\frac{4 + \sqrt{4}}{6} + \frac{4 - \sqrt{4}}{6} = \frac{10\sqrt{2}}{3} \cdot 0.6$

$4 + \sqrt{4} + 4 - \sqrt{4} = 20\sqrt{2}$

Пусть $\sqrt{4} = \pi, \pi \geq 0$

$4 + \pi + 4 - \pi = 20\sqrt{2}$

① $4 - \pi < 0$ $\begin{cases} \pi > 4 \\ -\pi < -4 \end{cases}$ $\begin{cases} \pi > 4 \\ 4 + \pi + 4 - \pi = 20\sqrt{2} \\ 8 = 20\sqrt{2} \end{cases}$
 ② $4 - \pi > 0$ $\begin{cases} \pi < 4 \\ -\pi > -4 \end{cases}$ $\begin{cases} \pi < 4 \\ 4 + \pi + 4 + \pi = 20\sqrt{2} \\ 2\pi = 10\sqrt{2} \\ \pi = 5\sqrt{2} \end{cases}$

$\sqrt{12y+8} = \sqrt{200}$
 $12y+8 = 200$
 $12y+8 \geq 0$ $\Rightarrow \begin{cases} y = 16 - \text{использ. } y! \\ 12y \geq -8 \end{cases}$

①) $p_1^2 + p_a^2 = p_2^2$ 2) Аналогично найдем кор. y :

$$\frac{4}{9} - \frac{196}{9} = -p^2$$

$$-\frac{192}{9} = -p^2$$

$$p = \frac{\sqrt{192}}{3}$$

$$\frac{4 + \sqrt{12y-8}}{6} + \left| \frac{4 - \sqrt{12y-8}}{6} \right| = \frac{\sqrt{192}}{3} \cdot 1.6$$

$\sqrt{12y-8} = n$

$$4+n+|4-n| = 2\sqrt{192}$$

1) $\begin{cases} 4-n \leq 0 \\ n \neq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n > 4 \\ 4+n+4-n = 2\sqrt{192} \end{cases}$

2) $\begin{cases} n \leq 4 \\ 4+n-4+n = 2\sqrt{192} \end{cases} \Rightarrow n = \sqrt{192}$

$$\sqrt{192} = \sqrt{12y-8} \Rightarrow 8 = 2\sqrt{192} \quad \text{--- не подходит}$$

$$192 = 12y - 8$$

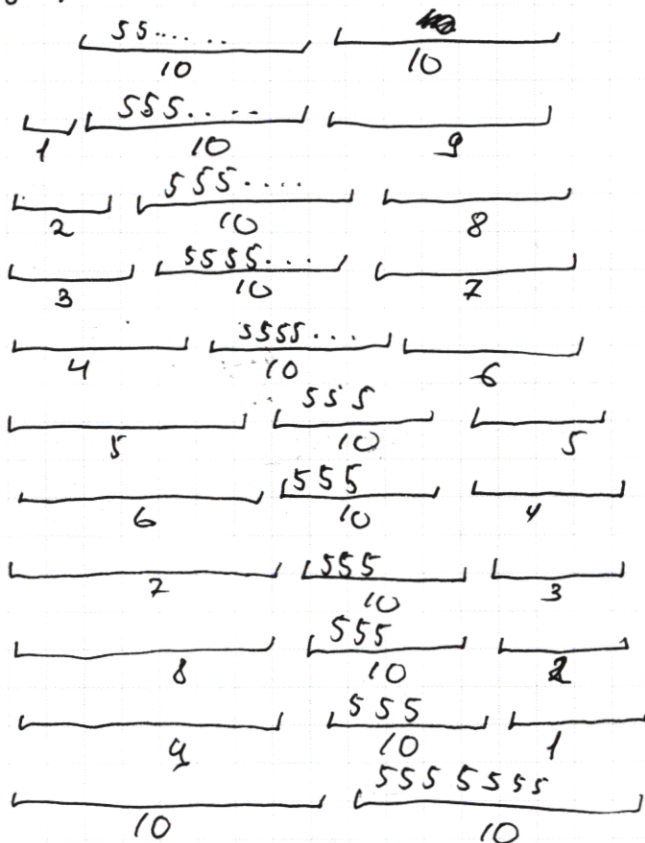
$$y = \frac{192-8}{12} = 15 \frac{4}{12} = 15 \frac{1}{3} \quad \text{--- не подходит}$$

Ответ: при $y = 15 \frac{1}{3}$

$y = 16$

З.2.

У нас не может быть 11 вариантов расстановки 5:



Вариант 5-го. не имеет значения в каком порядке идут остальные числа, но ~~тогда~~ всех 11 вариантов можно записать остальные расстановки так:

$\underline{2} \underline{2} \underline{2} \underline{2} \underline{2} \underline{2} \underline{2} \underline{2} \underline{2} \underline{2} \underline{?}$ --- вариант (1 из 6)

2^{10} - вариантов расстановки, но тогда еще будут варианты 6, 7, 8, 9, 10, 11

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

чисел не встречается ни одна в ч и одна 3, это два варианта:
1) где есть 6
2) где есть 1 $\Rightarrow 2^{10} - 2 \rightarrow$ вариантов расположить 40 сф. месяца

\Downarrow

всего вариантов:

$$11 \cdot (2^{10} - 2) = 11 \cdot 1022 = 11242$$

Ответ: 11242

84. ~~$\sqrt{ax-a} \leq \sqrt{x-2}$
 $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-2 \geq (ax-a)^2 \end{cases} \Leftrightarrow$
 $\begin{cases} x-2 \geq a^2x^2 - 2a^2x + a^2 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$~~

~~Нужно решить эту систему
быть отрезок (или 1 или 2)
это 861:~~

87. Рассмотрим край числа на границе промежутков
 $[1; 50], [51; 100], [101; 150], [151; 200]$

Т.к. разность любых двух выбранных чисел не должна делиться на 50 \Rightarrow мы можем взять одно число a с нижней грани и одно число b с верхней грани (50, 100, 150, 200) или не брать их вообще

2) Заметим, что если мы возьмем одно, которое находится на втором месте слева в каждом из промежутке, то мы не сможем взять второе справа не расположим по чте в другом промежутке, т.е.:

если мы берем второе число слева в промежутке $[101; 150]$ - 149 то мы чте не сможем взять числа на соседне расположим по чте в другом промежутке, к примеру, $[51; 100]$ - 99

\Downarrow

~~Или можно выделить одну одну цифру~~

у нас всегда есть выбор: взять цифру на n -ом месте с какого множества? Т.е. цифра стоящая на n -ом месте мы можем только из одного из 4-х возможных множеств.

2) Т.к. нам нужно взять максимальную сумму \Rightarrow возьмем с последнего множества максимально возможные значения - 200, 199, 198, 197, 196, 195, 194 \Rightarrow ~~из предыдущего~~
~~из предыдущего~~ ~~множества мы можем взять только значения из предыдущего~~
 из предыдущего множества мы можем взять только значения из предыдущего множества с 38 до 44 мес, а из предыдущего от него множества мы можем взять значения из предыдущего на местах

3) Т.к. нам нужно взять максимальную сумму \Rightarrow возьмем с последнего множества максимально возможные значения 200, 199, 198, 197, 196, 195, 194, т.е. значения на местах от 44 до 50 \Rightarrow

из предыдущего от него множества возьмем 43 значения на местах от 37 до 43, и так далее

и) Посчитаем сумму

$$S = \frac{200+194}{2} \cdot 7 + \frac{143+137}{2} \cdot 7 + \frac{92+86}{2} \cdot 7 + \frac{41+35}{2} \cdot 7 = 1344 + 910 + 623 + 260 = 3137$$

Ответ: 3137

5. Т.к. этих ошибок было ОР и ПТ, то прикинем их

	ОР	ПТ	+
1	1	1(x)	21y
2	1	1(x+2)	15(y+1)
3	1	1(x+6)	15(y+2)

$$ОР = ПТ +$$

Составим систему

$$\begin{cases} x \cdot 21y = 15(y+1)(x+2) \\ x \cdot 21y = 10(y+2)(x+6) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 21xy = 15(4x+2y+2) \\ 21xy = 10(4x+6y+2x+12) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 21xy = 15xy + 30y + 15x + 30 \\ 21xy = 10xy + 60y + 20x + 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6xy - 15y = 30y + 30 \\ 11xy - 20x = 60y + 120 \end{cases} \Leftrightarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x = \frac{10y+10}{2y-5} \\ 11xy - 20x = 60y + 120 \end{cases}$$

$$\frac{11y(10y+10)}{2y-5} - \frac{20(10y+10)}{2y-5} = 60y + 120$$

$$\frac{11y(y+1) - 20(y+1) - 6(2y-5) - 12(2y-5)}{2y-5} = 0$$

$$\begin{cases} 2y-5 \neq 0 \\ 11y^2 + 11y - 20y - 20 - 12y^2 + 30y - 24y + 60 = 0 \end{cases}$$

$$-y^2 - 3y + 40 = 0$$

$$y^2 + 3y - 40 = 0$$

$$D = 9 + 160 = 169$$

$$y_{1,2} = \frac{-3 \pm 13}{2} = \begin{cases} 5 \\ -8 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = 5}$$

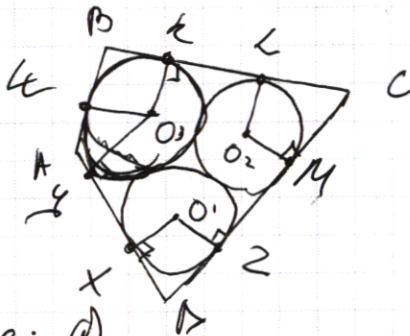
$$\begin{cases} y = 5 \\ x = \frac{10y+10}{2y-5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 12 \end{cases}$$

$$x = \frac{50+10}{10-5}$$

$$x = \frac{60}{5}$$

Ответ: 12

53.



Дано:

ABCD - вып. четырехуголь.
 $R_{O1} = R_{O2} = R_{O3}$
 $AD + BC - AB - CD = 28$

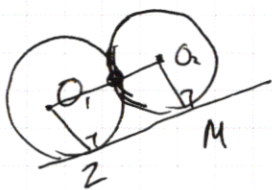
а) R-?

б) $\angle AOB$ -?

Решение: а)

1) проведем в точках касания окр. и сторон AD . ~~пар~~ радиусы:
 $O_1K \perp BC$ $O_2L \perp AC$
 $O_1M \perp AB$ $O_2N \perp BC$
 $O_3Y \perp AD$ $O_3Z \perp BC$ | по со-ву радиусов, проведенных в центр касан.
 $O_3X \perp AD$

1) соединим O_1 и O_2
Рассмотрим $O_1, O_2 \in M$:



1) ф.к. $\omega_1 \cup \omega_2 \Rightarrow O_1 + O_2 = 2R$

2) $O_1Z = O_2M = R$

$\angle O_1ZM = 90^\circ$
 $\angle O_2MZ = 90^\circ$

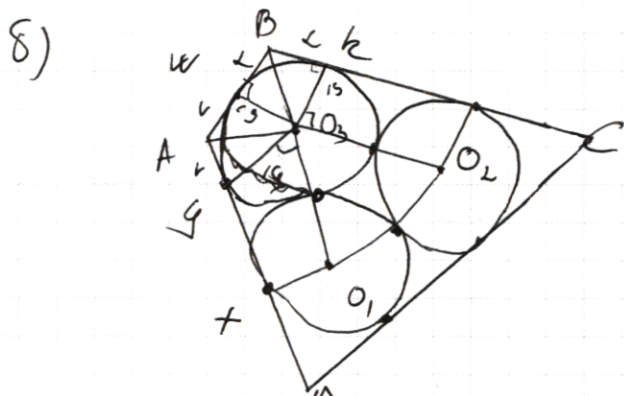
$\Rightarrow \angle O_2O_1Z = 90^\circ$
 $\angle O_1O_2M = 90^\circ$

$O_1O_2 \perp ZM$ - прямые.
 $ZM = O_1O_2 = 2R$

Аналогично $YX = 2R$
 $KL = 2R$

3) $AY = AK = \dots$
 $BK = BK = \dots$
 $LC = CM = \dots$
 $ZD = DX = \dots$ | ~~все~~ отрезки как биссектрисы.

4) $AD + BC - AB - CD = 38$
 $\sqrt{+} + \sqrt{+} + \sqrt{+} + \sqrt{+} + \sqrt{+} + \sqrt{+} = \sqrt{-} - \sqrt{-} - \sqrt{-} - \sqrt{-} - \sqrt{-} = 38$
 $2R = 38$
 $R = 19$



5) Рассмотрим $\triangle O_3KB$

$\angle O_3KB = 90^\circ$

$O_3K = R = 19$

$\triangle O_3KB = \triangle O_3WB$ (по 2-ух сторонам и углу между ними)

сторона и угол между ними

1) $O_3K = O_3W = R$

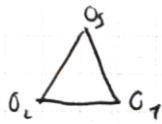
2) $BW = BK = \dots$ ③

3) $\angle BWO_3 = \angle BKO_3 = 90^\circ$ ①

$\angle KO_3B = \angle BO_3W = \angle \varphi$

6) $\triangle W O_3 A = \triangle Y O_3 A$ аналогично ⑤
 $\angle Y O_3 A = \angle W O_3 A = \angle \rho$

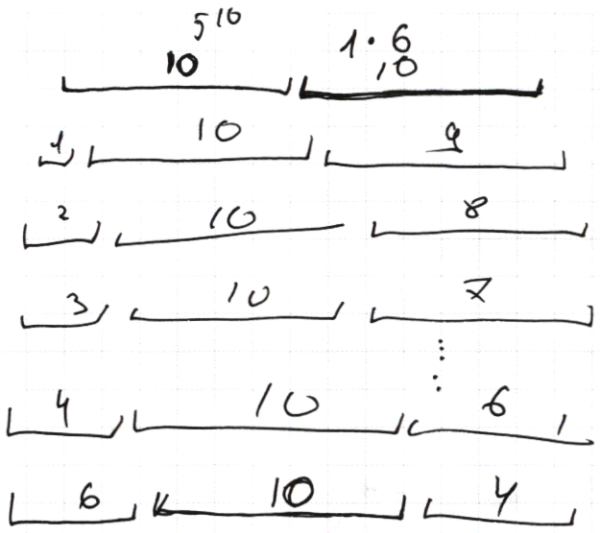
7) Рассмотрим $\triangle O_3 O_2 O_1$



$O_3O_1 = 2R$ (по 2-ух сторонам и углу между ними)
 $O_3O_2 = 2R$ (-//-)
 $O_2O_1 = 2R$ (-//-)

$\triangle O_1 O_2 O_3$ - р/сторона $\Rightarrow \angle O_1 O_2 = \angle O_1 O_3 = \angle O_2 O_3 = 60^\circ$

8) $360^\circ = \angle Y O_3 O_1 + \angle O_1 O_3 O_2 + \angle O_2 O_3 K + \angle K O_3 B + \angle B O_3 W + \angle W O_3 A + \angle A O_3 Y$
 $360^\circ = 90^\circ + 60^\circ + 90^\circ + \angle \varphi + \angle \varphi + \angle \rho + \angle \rho$
 $220^\circ = 2\angle \varphi + 2\angle \rho$
 $110^\circ = \angle \varphi + \angle \rho = \angle A O_3 B$
Ответ: $\angle A O_3 B = 110^\circ$
 $r = 19$



$$0 \leq \sqrt{x-2}$$

$$\sqrt{x-2} \geq 0$$

$$x-2 \geq 0$$

$$|ax-a| \leq \sqrt{x-2}$$

т.к. $|ax-a| \geq a$ для $\forall x \forall a \Rightarrow$

$$x-2 \geq (ax-a)^2$$

$$x-2 \geq a^2x^2 - 2a^2x + a^2 \neq 0$$

$$\sqrt{x} \geq a$$

$$x^2 \geq a^2 \neq 0$$

$$|a| \leq \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} \geq |a|$$

$$x \geq 4$$

$$\frac{x-2 \geq 0}{x \geq 2}$$

$\frac{1}{2}$

Handwritten signature

$$x + 2a^2x \geq a^2x$$

$$x + 2a^2x - a^2x^2 \geq a^2x$$

$$1 - 1 = 0$$

	1	-1	2
1	4	0	

$$a^2x^2 - 2a^2x + a^2 = 1$$

$$a^2x^2 - 2a^2x + a^2 - 1 = 0$$

$$a^2(x^2 - 2x + 1) = 1$$

$$a^2(x^2 - 2x + 1) = 1$$

$$a^2 = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$$

$$a^2 = \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$a = \frac{1}{x-1}$$

$$a^3 - a^2 + 2 = 0$$

$$4a^4 - 3a^2 + 4a - 5 = 0$$

$$4 - 3 + 4$$

$$x-2 \geq a^2x^2 - 2a^2x + a^2$$

$$x-2 \geq 0$$

$$a^2x^2 - 2a^2x + a^2 = 1$$

$$a^2x^2 - 2a^2x + a^2 - 1 = 0$$

$$D = 4a^4 - 4a^2(a-1) = 0$$

$$4a^4 - 4a^3 + 4a = 0$$

$$a(4a^3 - 4a^2 + 4) = 0$$

$$4a^3 - 4a^2 + 4$$

$$a^3 - a^2 + 1 = 0$$

$$-1 + 1 = 0$$

$$8 - 4 + 1$$

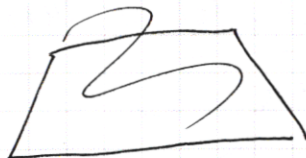
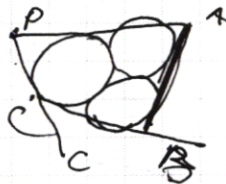
$$-8 - 1$$

$$8 - 4 + 1$$

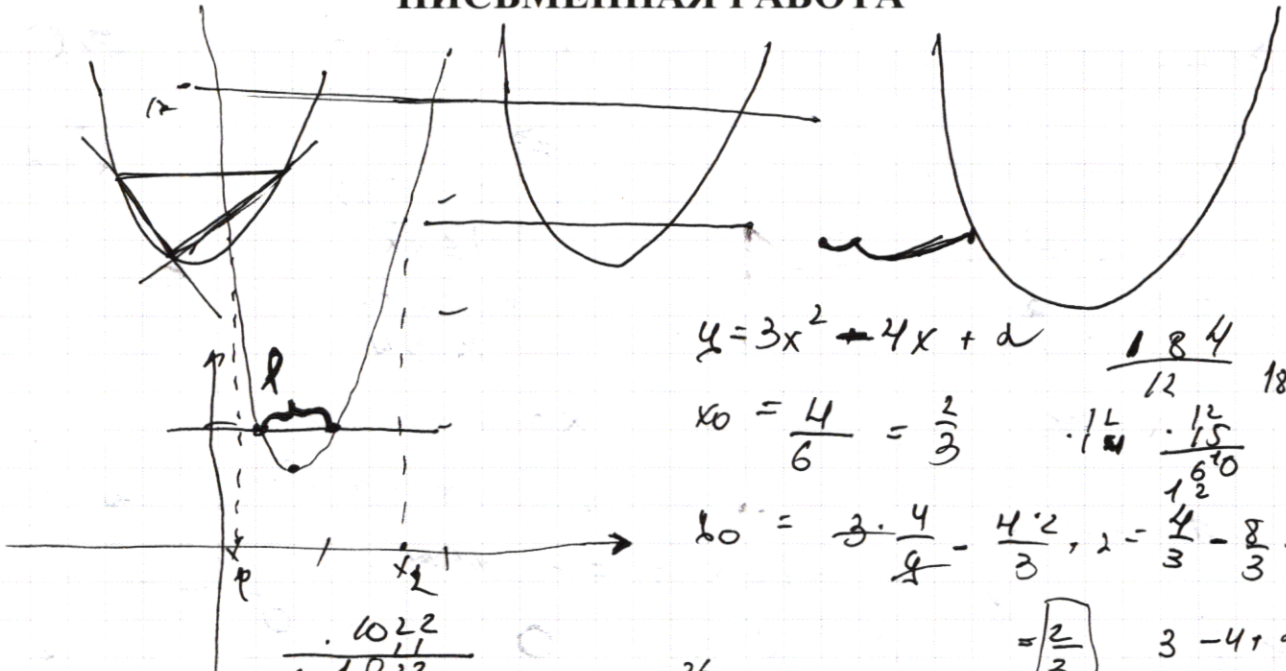
$$a^3 - a^2 + 1 = 0$$

$$-5 - 1 + 1$$

$$125 - 25 + 1 = 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y = 3x^2 - 4x + 2$$

$$x_0 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$y_0 = 3 \cdot \frac{4}{9} - \frac{4 \cdot 2}{3} + 2 = \frac{4}{3} - \frac{8}{3} + \frac{6}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r} 1022 \\ 11 \\ \hline 11022 \\ 1022 \\ \hline 17242 \end{array}$$

$$\frac{-36}{144}$$

$$\frac{x | 1 | 17}{2 | 1 |}$$

$$\boxed{\frac{2}{3}}$$

$$3 - 4 + 2 = 12 - 8 + 2 = 6$$

$$\frac{9}{6} + \frac{17}{6} = \boxed{\frac{25}{6}} \quad \boxed{2}$$

$$4 + \frac{625}{36} = a^2$$

$$17 = 3x^2 - 4x + 2$$

$$3x^2 - 4x - 15 = 0$$

$$D = 16 + 180 = 196$$

$$\frac{-12}{180}$$

$$a^2 = \frac{36 \cdot 4 + 625}{36} = \frac{144 + 625}{36}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 13}{6}$$

$$4 + a^2 = \frac{625}{36} = \sqrt{\frac{769}{36}} = \frac{\sqrt{769}}{6}$$

$$a^2 = \frac{625}{36} - 4$$

$$|a| = 3$$

$$3x^2 - 4x + 2 - y = 0$$

$$D = 16 - 12(2 - y) = 16 - 24 + 12y = 12y - 8$$

$$= \boxed{12y - 8}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{12y - 8}}{6}$$

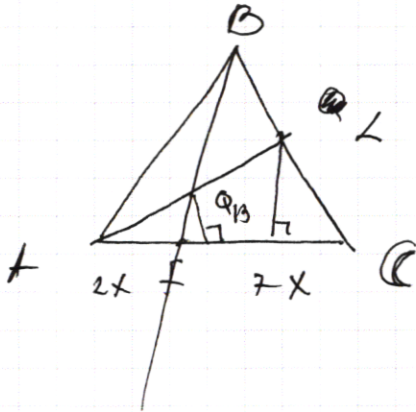
$$4 + \dots + |4 - \dots| = 20 \dots$$

При $4 - \dots < 0$ $-\dots < \dots$

$$\frac{4 + \sqrt{12y - 8}}{6} + \left| \frac{4 - \sqrt{12y - 8}}{6} \right| = \frac{10\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{4 + \dots}{6} + \left| \frac{4 - \dots}{6} \right| = \frac{10\sqrt{2}}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



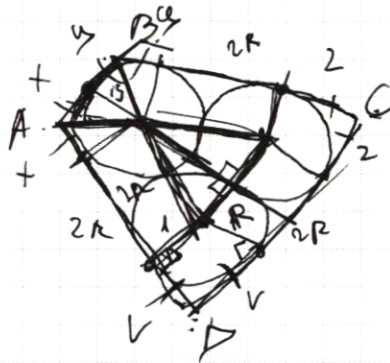
$$\frac{BQ L}{BAC} = \frac{8}{21}$$

$$|ax - a| \leq \sqrt{x - 2}$$

При $ax - a \geq 0$

$$ax - a \leq \sqrt{x - 2} \quad ax - a$$

$$(ax - a)^2 \leq x - 2$$



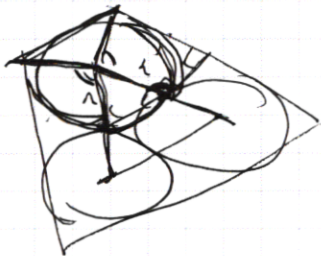
~~2R + 2Z + 2R + 2R + 2R + 2R =~~

AD

$$X + 2R + Y + Z + 2R + Z =$$

$$-X - Y - V - 2R - Z$$

$2R =$



360

900

220

1100

$$\begin{array}{r} 360 \\ - 90 \\ \hline 270 \\ - 90 \\ \hline 180 \\ - 60 \\ \hline 120 \\ - 160 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 300 \\ - 180 \\ \hline 120 \end{array}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

$$-10x = 60$$

$$20x = 15x + 30 + 30 + 30$$

$$y = \frac{9}{2+4} = 9$$

$$y + z = 16$$

$$3y^2 - 2y - 1 = 0$$

$$6y^2 + 6 - 3y - 3 - 1 = 0$$

$$12y^2 + 12 - 6y - 6 - 1 = 0$$

$$20y(6y+6) = 10y(6y+6) + 10y+80$$

$$20x = 30x + 60$$

$$20x(2+x) = 30x$$

$$X \cdot 20y = X \cdot 30x$$

$$0 = 20 \cdot X$$

$$0 = 20 \cdot 8 - 5 \cdot 20 - 6 \cdot 20 - 4 \cdot 20 - 8 \cdot 20 = 0$$

$$\frac{1-5y}{6y+8} = \frac{5y-15}{30y+30} = X$$

$$20y(6y+6) + \frac{1-5y}{6y+8} = \frac{5y-15}{30y+30}$$

$$20xy = 20y^2 + 120y + 80$$

$$0 = 5xy + 15x + 30y + 30$$

$$20xy = 15xy + 120x + 120y + 80$$

$$5xy = 15xy + 15x + 30y + 30$$

$$0 = 0 - 5xy - 15x - 30y - 30 = 0$$

$$20y(2+x) = (2+x)(10(5+y))$$

$$X \cdot 20y = X \cdot 30x$$

$$(2+x)(10(5+y))$$

$$20y(2+x)$$

$$15y + 20y + 20x + 40x$$

$$15y + 20y + 20x + 40x$$

$$15y + 20y + 20x + 40x$$

$$15y + 20y + 20x + 40x$$

$$15y + 20y + 20x + 40x$$

$$20y(2+x) = 30x$$

$$15y + 20y$$

$$20x + 40x$$

$$\frac{2}{5}$$

$$20xy = 30x$$

$$X \cdot 15$$

$$2 \cdot 15 - 15 = 15$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

S	C	T
OP	ПТ	+
1	1·X	15
1	2(X+2)	10
1	3(X+4)	
1	X	2ге.

$$\frac{x}{15} = \frac{2x+4}{21}$$

$$21x = 15(2x+4)$$

$$4x = 30x + 60$$

$$15x = 20x + 40$$

$$ax - a \geq 0$$

$$a(x-1) \geq 0$$

$$ax - a \leq \sqrt{x-2}$$

$$-ax + a \leq$$

$$= ax - a = x - 2 = 1$$

Т.е. разность между соседними числами не равна 50

1, 50, 51, 100

1, 51, 101, 151, 201, 251, 301, 351, 401, 451, 501, 551, 601, 651, 701, 751, 801, 851, 901, 951, 1000

$$\begin{array}{r} 1344 \\ + 910 \\ \hline 2254 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2254 \\ + 623 \\ \hline 2877 \\ + 266 \\ \hline 3137 \end{array}$$



$$\frac{1+4}{2} \cdot 4 = \frac{2+4}{2} \cdot 3 = 14$$

$$10 \cdot \frac{2+5}{2} \cdot 4 = 2305$$

$$\begin{array}{r} 143 \\ + 1344 \\ + 910 \\ \hline 2610 \end{array}$$

194, 195, 196, 197, 198, 199, 200

$$\begin{array}{r} 143 \\ + 137 \\ \hline 280 \end{array}$$

87, 86, 92, 143, 137

$$\begin{array}{r} 130 \\ + 7 \\ \hline 137 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 394 \\ + 12 \\ \hline 406 \end{array}$$

$$\frac{4+7}{2} \cdot 7 = 22$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ + 38 \\ + 7 \\ \hline 121 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{l} \text{OP} \quad \text{ПТ} \quad + \\ \cancel{16x} \quad 21y \\ x+2 \quad 15(y+1) \\ x+6 \quad 16(y+2) \end{array}$$

$$\begin{cases} x \cdot 21y = (x+2)(y+1)15 \\ x \cdot 21y = (x+6)(y+2)10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$21xy = (xy + x + 2y + 2)15$$

$$21xy = (xy + 2x + 6y + 12)10$$

$$21xy = 15xy + 15x + 30y + 30$$

$$4xy = 10xy + 20x + 60y + 120$$

$$6xy - 15x = 30y + 30$$

$$11xy = 20x + 60y + 120$$

$$x(6y - 15) = 30y + 30$$

$$x = \frac{30y + 30}{6y - 15} = \frac{10y + 10}{2y - 5}$$

$$\frac{21y(10y + 10)}{2y - 5}$$

$$\begin{array}{r} 44 - 60 \\ -10 = 27 \end{array}$$

$$\frac{11(10y + 10)}{2y - 5} = \frac{20(10y + 10)}{2y - 5} + 60y + 120$$

$$\begin{array}{r} 17y - 4 \\ 6y \end{array}$$

$$11(10y + 10) = 20(10y + 10) + 60y(2y - 5) + 120(2y - 5)$$

$$110y + 110 = 200y + 200 + 120y^2 - 300y + 240y - 600$$

$$120y^2 + 60y - 170 = 0$$

$$4y^2 + 2y - 9 = 0$$

$$D = 4 + 144 = 148$$

$$\frac{16}{1454}$$

$$\begin{array}{l} \text{OP} \quad \text{HT} \quad + \\ 1 \cdot x \quad 21 \cdot y \\ x+2 \quad 15 \cdot (y+1) \\ x+6 \quad 10 \cdot (y+2) \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x \cdot 21y = 15(y+1)(x+2) \\ x \cdot 21y = 10(y+2)(x+6) \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 21xy = 15(yx + 2y + x + 2) \\ 21xy = 10(yx + 6y + 2x + 12) \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4xy = 15yx + 30y + 15x + 30 \\ 4xy = 10yx + 60y + 20x + 120 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 6xy - 15x = 30y + 30 \quad (1) \\ 11xy - 20x = 60y + 120 \end{array} \right.$$

$$\frac{11y(10y+10)}{2y-5} - \frac{20(10y+10)}{2y-5} = 60y + 120$$

$$(1) \quad 6xy - 15x = 30y + 30$$

$$x = \frac{30y + 30}{6y - 15}$$

$$= \frac{10y + 10}{2y - 5}$$

$$\begin{aligned} 11y(10y+10) - 20(10y+10) - 60y(2y-5) - 120(2y-5) &= 0 \\ 11y(y+1) - 20(y+1) - 6y(2y-5) - 12(2y-5) &= 0 \\ 11y^2 + 11y - 20y - 20 - 12y^2 + 30y - 24y + 60 &= 0 \\ -y^2 - 3y + 40 &= 0 \quad y^2 + 3y - 40 = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{11y(10y+10)}{2y-5} - \frac{20(10y+10)}{2y-5} = 60y + 120 \quad \begin{array}{l} D = 2 + 160 = 162 \\ y_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} = \left[5 \right] \end{array}$$

$$11y(10y+10) - 20(10y+10) - 60y(2y-5) - 120(2y-5) = 0$$

$$110y^2 + 110y - 200y - 200 - 120y^2 + 300y - 240y + 600 = 0$$

$$11y^2 + 11y - 20y - 20 - 12y^2 + 30y - 24y + 60 = 0$$

$$-y^2 - 17y + 40 = 0$$

$$y^2 + 17y - 40 = 0$$

$$D = 27 \cdot 27 + 4 \cdot 40 =$$

$$x = \frac{50 + 10}{10 - 5} = \frac{60}{5} = 30$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \cdot 23 \\ \hline 69 \\ \cdot 69 \\ \hline 529 \\ \cdot 33 \\ \hline 33 \\ \cdot 33 \\ \hline 99 \\ \cdot 33 \\ \hline 99 \\ \hline 1089 \end{array}$$