МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

БИЛЕТ 4 ШИФР 11-009

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 3x^2 - 4x + 2$ пересекает прямые $y = 17$, $y = 1$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить прямоугольный треугольник?

2. Найдите количество 20-значных чисел, содержащих только цифры “1”, “5” и “6” (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр “5” ровно десять, и они идут подряд.

3. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 38$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

4. При каких значениях параметра a решением неравенства $|ax - a| \leqslant \sqrt{x-2}$ является отрезок длины 1?

5. Несколько рабочих выполняют работу за 21 день. Если бы их было на 2 человека больше и каждый работал бы на 1 час в день дольше, то они выполнили бы эту работу за 15 дней. Если бы их было ещё на 4 человека больше и они работали бы ещё на 1 час в день дольше, они выполнили бы эту же работу за 10 дней. Сколько было рабочих? (Производительность всех рабочих одинакова.)

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 7$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $8 : 21$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 13.

7. Пиноккио выбрал по 7 целых чисел из каждого промежутка $[1; 50]$, $[51; 100]$, $[101; 150]$, $[151; 200]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 50. Какое **наибольшее** значение может принимать сумма двадцати восьми выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-009

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

WLOG - without lost of general

$y=3x^2-4x+2$

$3x^2-4x+2=17$ $\qquad$ $3x^2-4x+2=1$

$3x^2-4x-15=0$ $\qquad$ $3x^2-4x+1=0$

$D=4^2+4\cdot3\cdot15=196$ $\qquad$ $D=16-4\cdot3=4$

$x_1=\frac{4+\sqrt{196}}{2\cdot3}=3$ $\qquad$ $x_1'=\frac{4+2}{2\cdot3}=1$

$x_2=\frac{4-\sqrt{196}}{2\cdot3}=-\frac{5}{3}$ $\qquad$ $x_2'=\frac{4-2}{2\cdot3}=\frac{1}{3}$

Так как точки $(3;17)$; $(-\frac{5}{3};17)$ - находятся на прямой $y=17 \Rightarrow AB=|x_1-x_2|=|3-(-\frac{5}{3})|=\frac{14}{3}$ - длина отрезка, высекаемого парабону $y=3x^2-4x+2$ прямой $y=17$

Аналогично найдём что $CD=|x_1'-x_2'|=|1-\frac{1}{3}|=\frac{2}{3}$ - длина отрезка высекаемого параболу $y=3x^2-4x+2$ прямой $y=1$.

Всего рассмотрим 3 случая!

1) AB и CD - являются катетами прямоуг. $\triangle$-ка, то:

$KL=\sqrt{AB^2+CD^2}=\sqrt{(\frac{2}{3})^2+(\frac{14}{3})^2}=\sqrt{\frac{200}{9}}=\frac{10\sqrt{2}}{3}$ - длина гипотенузы $\Rightarrow$ это должно быть длиной отрезка, высекаемого параболу $y=3x^2-4x+2$ - прямой $y=a$. $\Rightarrow$ $3x^2-4x+2=a$

$x^2-\frac{4}{3}x+\frac{2-a}{3}=0$

Пусть a_1, a_2 - корни этого ур-я

По теореме Виета получаем:

$a_1+a_2=\frac{4}{3}$; $a_1\cdot a_2=\frac{2-a}{3}$

$|a_1-a_2|=KL=\frac{10\sqrt{2}}{3}$

WLOG: $a_1>a_2$!

$$+\begin{cases} a_1-a_2=\frac{10\sqrt{2}}{3} \\ a_1+a_2=\frac{4}{3} \end{cases}$$

$2a_1=\frac{10\sqrt{2}+4}{3}$

$a_1=\frac{5\sqrt{2}+2}{3} \Rightarrow a_2=\frac{2-5\sqrt{2}}{3}$

$\frac{2-a}{3}=a_1\cdot a_2=\frac{(2+5\sqrt{2})(2-5\sqrt{2})}{3^2}$

$\frac{2-a}{3}=\frac{2^2-(5\sqrt{2})^2}{9}=\frac{4-50}{9}=-\frac{46}{9}$

$\boxed{a=\frac{18-(-138)}{9}=\frac{156}{9}}$ $\boxed{a=\frac{52}{3}}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Продолжение №1

2) AB — гипотенуза
CD — один из катетов } $\Rightarrow$ прямоугольного Δтр-ка. , то мы получим:

$KL = \sqrt{AB^2 - CD^2} = \sqrt{\left(\frac{14}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{192}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{8}{\sqrt{3}}$ — это длина другого катета Δтр-ка $\Rightarrow$ ~~это~~ должно быть длиной отрезка, высекаемого параболу $y = 3x^2 - 4x + 2$ — отрезком $y = a$ $\Rightarrow$

$3x^2 - 4x + 2 = a$

$x^2 - \frac{4}{3} \cdot x + \frac{2-a}{3} = 0$

Пусть a_1, a_2 — корни этого ур-я $\Rightarrow$ $|a_1 - a_2| = \frac{8}{\sqrt{3}}$

WLOG: $a_1 \geq a_2$:

По теореме Виетта:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = \frac{4}{3} \\ a_1 \cdot a_2 = \frac{2-a}{3} \end{cases}$$

$$+\begin{cases} a_1 - a_2 = \frac{8\sqrt{3}}{3} \\ a_1 + a_2 = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$a_1 = \frac{\frac{8\sqrt{3}}{3} + \frac{4}{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}+2}{3} \Rightarrow$

$a_2 = \frac{2-4\sqrt{3}}{3}$

$\frac{2-a}{3} = a_1 \cdot a_2 = \frac{(2+4\sqrt{3})(2-4\sqrt{3})}{3^2}$

$\frac{2-a}{3} = \frac{4-48}{9} = -\frac{44}{3} \Rightarrow 18 - 9a = -132$

$a = \frac{18-(-132)}{9} = \frac{150}{9} = \frac{50}{3}$

$\boxed{a = \frac{50}{3}}$

3) AB — катет
CD — гипотенуза $\Rightarrow \frac{2}{3} = CD > AB = \frac{14}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} > \frac{14}{3} \Rightarrow$
этот случай неправильный. $2 > 14 \Rightarrow \varnothing$.

Ответ: $\left[\begin{array}{l} a = \frac{156}{9} = \frac{52}{3} \\ a = \frac{50}{3} \end{array}\right.$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

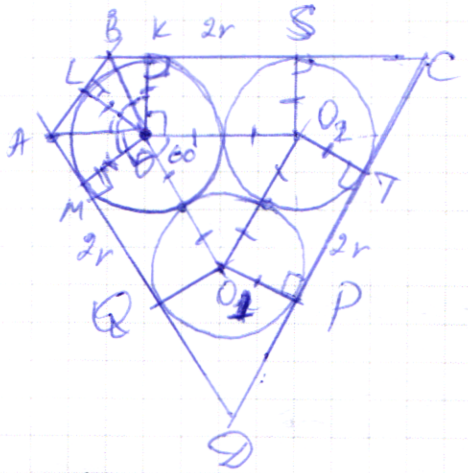
Всего мы можем разместить десять подряд идущих цифр "5": $20-10+1=11$ - случаями - все случаи симметричны и образуют разные числа. Останется: $20-10=10$ - пустых мест в которых могут стоять только цифры "1" и "6" (это в каждом случае). Так как у нас 10-пустых мест, в которых мы можем поставить или цифру "1" или "6" $\Rightarrow$ всего: 2^{10} - случаев заполнить 10-пустых мест цифрами "1" или "6", но учитывая то что каждая цифра встречается хотя бы один раз $\Rightarrow$ $(2^{10}-2)$ - чисел можно составить в каждом случае.

Всего получим: $11\cdot(2^{10}-2)=22\cdot(2^9-1)=22\cdot511=11242$

Ответ: 11242 - 20-значных чисел.

№3

O - центр ω_1; O_2 - центр ω_2



Пусть ω_3 - касается сторон CB, BA и AD, в точках K, L и M - соответственно. Пусть ω_1 - касается сторон BC и CD, в точках S и T - соответственно. Пусть ω_2 - касается сторон DC и DA - в точка P и Q - соответственно. Пусть r - радиусы этих окружностей. Так как $KO \parallel SO_2$, а $KO=SO_2$, $KO\perp BC$ и $SO_2\perp BC$ $\Rightarrow$ получим что KSO_2O - прямоугольник, аналогично следует что TPO_1O - прямоугольник и $QMOO_1$ - прямоугольник.

Продолжение задачи №3:

Так как OO_2 - проходит через точку касания ω_3 и ω_2 ~~то~~ $\Rightarrow$ $OO_2 = r + r = 2r$, Аналогично $OO_1 = 2r$; $O_1O_2 = 2r$.

$\Rightarrow OO_2 = OO_1 = O_1O_2 \Rightarrow \Delta OO_1O_2$ - равносторонний; так как KSO_2O, TPO_1O_2 и $QMOO_1$ - прямоугольники $\Rightarrow KS = OO_2 = 2r$

$TP = O_2O_1 = 2r$; $QM = O_1O = 2r$;

$BL = BK$; $AL = AM$; - это из-за того что K, L, M - точки касания, аналогично: $CS = CT$; $DQ = DP$;

$38 = AD + BC - AB - CD = \cancel{AM} + MQ + \cancel{QD} + \cancel{BK} + KS + \cancel{CS} - \cancel{AL} - \cancel{LB} - \cancel{CT} - TP - \cancel{PD} = MQ + KS - TP = 2r + 2r - 2r = 2r \Rightarrow 38 = 2r \Rightarrow \boxed{r = 19}$

Так как ΔOO_1O_2 - равносторонний $\Rightarrow \angle O_1OO_2 = 60^\circ$

$\angle KOO_2 = 90^\circ$; $\angle MOO_1 = 90^\circ$. Так как $AL = AM$, $OL = r = OM$ и $\angle ALO = 90^\circ = \angle AMO \Rightarrow \Delta ALO = \Delta AMO \Rightarrow \boxed{\angle AOL = \angle AOM}$

аналогично получим: $\boxed{\angle BOL = \angle BOK}$. $\Rightarrow$

$$\angle AOB = \angle BOL + \angle AOL = \frac{\angle LOM}{2} + \frac{\angle LOK}{2} = \frac{\angle LOM + \angle LOK}{2} =$$

$$= \frac{\angle MOK}{2} = \frac{360^\circ - \angle KOO_2 - \angle O_1OO_2 - \angle MOO_1}{2} = \frac{360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 90^\circ}{2}$$

$$= \frac{360^\circ - 240^\circ}{2} = 60^\circ.$$

Ответ: $r = 19$; $\angle AOB = 60^\circ$.

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-009

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

$|ax-a| \le \sqrt{x-2} \Rightarrow$ ОДЗ: $x-2 \ge 0 \Rightarrow x \ge 2 \Rightarrow x-1 \ge 0$

$(a(x-1))^2 \le (\sqrt{x-2})^2 \Rightarrow a^2(x^2-2x+1) \le x-2$

$a^2x^2 - x(2a^2+1) + a^2+2 \le 0$

$a^2x^2 - x(2a^2+1) + a^2+2 = 0$

$D = (2a^2+1)^2 - 4a^2(a^2+2) = 4a^4+4a^2+1-4a^4-8a^2 = 1-4a^2$

$x_1 = \frac{2a^2+1-\sqrt{1-4a^2}}{2a^2}$; $x_2 = \frac{2a^2+1+\sqrt{1-4a^2}}{2a^2}$ Так как:

$ax^2 - x(2a^2+1) + a^2+2 \le 0 \Rightarrow x \in \left[\frac{2a^2+1-\sqrt{1-4a^2}}{2a^2}; \frac{2a^2+1+\sqrt{1-4a^2}}{2a^2}\right]$

Так как решением этого нер-ва является отрезок длины 1 $\Rightarrow \frac{2a^2+1+\sqrt{1-4a^2}}{2a^2} - \frac{2a^2+1-\sqrt{1-4a^2}}{2a^2} = 1$

$\frac{\sqrt{1-4a^2}}{a^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{1-4a^2} = a^2 \Rightarrow 1-4a^2 = a^4 \Rightarrow a^4+4a^2-1=0$

$(a^2+2)^2 = 5 \Rightarrow a^2+2 > 0 \Rightarrow a^2+2 = \sqrt{5} \Rightarrow a = \pm\sqrt{\sqrt{5}-2}$,

ОДЗ: $1-4a^2 = 1-4(\sqrt{5}-2) = 9-\sqrt{80} > 0$ — ok

$\frac{2a^2+1-\sqrt{1-4a^2}}{2a^2} = \frac{2\cdot(\sqrt{5}-2)+1-\sqrt{1-4(\sqrt{5}-2)}}{2(\sqrt{5}-2)} =$

$= \frac{2\sqrt{5}-3-\sqrt{9-4\sqrt{5}}}{2(\sqrt{5}-2)} = \frac{2\sqrt{5}-3-(\sqrt{5}-2)}{2(\sqrt{5}-2)} =$

$= \frac{\sqrt{5}-1}{2(\sqrt{5}-2)} \Rightarrow$ (!) $\frac{\sqrt{5}-1}{2(\sqrt{5}-2)} \ge 2 \Rightarrow$

(!) $\sqrt{5}-1 \ge 4\sqrt{5}-8$

(!) $7 \ge 3\sqrt{5} = \sqrt{45} \Rightarrow$ ok.

Так в ОДЗ всё сходится, то:

$\boxed{a = \sqrt{\sqrt{5}-2}}$

$\boxed{a = -\sqrt{\sqrt{5}-2}}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

~~Продолжение №1~~

Задача№5.

Пусть первоначально было t людей, они работали p-часов в день, со скоростью x раб./час. ~~Тогда сразу же сост~~ Пусть всего S работы, тогда сразу же составим 3-эти лёгкие ур-я:

$$\begin{cases} 21\cdot t\cdot p\cdot x = S \\ 15\cdot(t+2)(p+1)x = S \\ 10(t+6)(p+2)x = S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{21}{15} = \frac{(t+2)(p+1)}{tp} \\ \frac{21}{10} = \frac{(t+6)(p+2)}{tp} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{21}{15} = \frac{tp+2p+t+2}{tp} \\ \frac{21}{10} = \frac{tp+6p+2t+12}{tp} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 21tp = 15tp + 30p + 15t + 30 \\ 21tp = 10tp + 60p + 20t + 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2tp = 10p + 5t + 10 \\ 11tp = 60p + 20t + 120 \end{cases} \Rightarrow$$

$$2p(t-5) = 5t+10 \Rightarrow p = \frac{5t+10}{2(t-5)} \quad p>0 \Rightarrow t>5$$

$$11t\cdot\frac{5t+10}{2(t-5)} = 60\cdot\frac{5t+10}{2(t-5)} + 20t+120 \quad |:5$$

$$11t\cdot\frac{t+2}{2(t-5)} = 6\cdot\frac{5t+10}{t-5} + 4t + 24 \quad |\cdot 2(t-5)$$

$$11t(t+2) = 12(5t+10) + 8(t+6)(t-5)$$

$$11t^2 + 22t = 60t + 120 + 8t^2 + 8t - 240$$

$$3t^2 - 46t + 120 = 0$$

$3(t-12)\left(t-\frac{10}{3}\right)=0$, так как $t>5$ и $\frac{10}{3}<5 \Rightarrow$

$t=12 \Rightarrow$ Всего было (первоначально): 12 рабочих.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

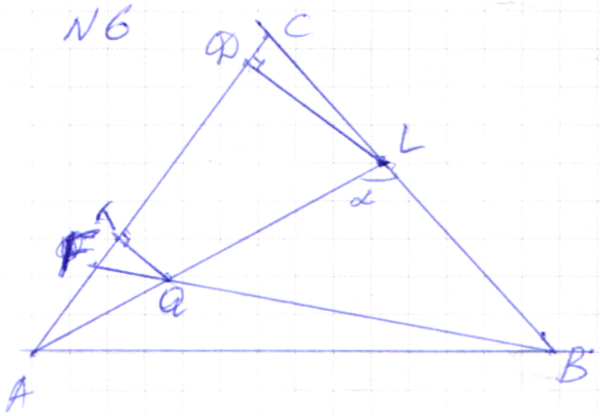
11-009

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



$\frac{AF}{FC} = \frac{2}{7}$; $\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{8}{21}$; $QT = 13$.

LD - ? $LD \perp AC$; $TQ \perp AC$

Так как $LD \perp AC$ и $TQ \perp AC \Rightarrow$

$LD \parallel TQ \Rightarrow \triangle ATQ$ подобен $\triangle ADL$:

$$\frac{LD}{TQ} = \frac{AL}{AQ} \Rightarrow LD = TQ \cdot \frac{AL}{AQ}$$

Пусть $\angle BLQ = \alpha$. $\rightarrow S_{BLQ} = \frac{QL \cdot BL \cdot \sin\alpha}{2}$

$S_{ABC} = \frac{BC \cdot AL \cdot \sin\alpha}{2}$ $\Rightarrow$ $\frac{S_{BLQ}}{S_{ABC}} = \frac{QL \cdot BL \cdot \sin\alpha}{BC \cdot AL \cdot \sin\alpha} = \frac{QL \cdot BL}{BC \cdot AL}$

С другой стороны применим теорему Менелая в $\triangle ACL$ и точка F, Q, B:

$$\frac{CF}{AF} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{BL}{BC} = 1 \Rightarrow \frac{BL}{BC} = \frac{AF}{CF} \cdot \frac{QL}{AQ}$$

$$\frac{8}{21} = \frac{S_{BLQ}}{S_{ABC}} = \frac{QL}{AL} \cdot \frac{BL}{BC} = \frac{QL}{AL} \cdot \frac{AF}{CF} \cdot \frac{QL}{AQ} = \frac{QL^2}{AL \cdot AQ} \cdot \frac{AF}{CF} =$$

$$= \frac{QL^2}{AL \cdot AQ} \cdot \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{QL^2}{AL \cdot AQ} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{(AL - AQ)^2}{AL \cdot AQ} = \frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$\underbrace{\frac{AL}{AQ}}_{x} + \underbrace{\frac{AQ}{AL}}_{\frac{1}{x}} - 2 = \frac{4}{3} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$$

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$x_1 = 3$; $x_2 = \frac{1}{3}$

Так как $AL > AQ \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ - посторонний корень.

$\frac{AL}{AQ} = 3$

$$LD = TQ \cdot \frac{AL}{AQ} = 13 \cdot 3 = 39 \Rightarrow \text{Ответ: } LD = 39.$$

Задача 7.

Так как ~~разность~~ любых двух чисел не делится на 50 => все ~~эти~~ выбранные нами 28-чисел должны давать различные остатки по модулю 50. ~~Одно среди выбранных 28 чисел~~ Пусть $x_1, \dots, x_{28}$ - ~~выбраны из чисел~~ ~~иные~~ это выбранные нами числа, где $x_1 + \dots + x_{28}$ - max., и набор удовлетворяет все наши условия, которые даны в задаче. Пусть t любое число из промежутка $[23, 50]$, пусть $\nexists\, i$, где $1 \le i \le 28$ такое что $x_i \equiv t \pmod{50}$. Так кол-во выбранных чисел 28, а в промежутке от $[23; 50]$ - 28 чисел, так как $\nexists\, i$, $x_i \equiv t \pmod{50}$ => $\exists\, j$; $x_j \equiv s \pmod{50}$, где $s < 23$, так как мы можем вместо x_j выбрать такое число из его же группы которое даёт $\equiv t \pmod{50}$ => наша сумма станет ещё больше => противоречие, так как у нас $x_1 + \dots + x_{28}$ - max. (группами назовём промежутки $[1; 50]$, $[50; 100]$; $[100; 150]$ и $[150; 200]$) => $x_1, \dots, x_{28}$ - должны давать все остатки от (23 до 50). Пусть $y_1 = 1; \dots; y_{50} = 50$ - это все числа в промежутке $[1; 50]$. $y_i = i$, $1 \le i \le 50$

$y_1 + 50, \dots, y_{50} + 50$ - все числа в промежутке $[50; 100]$

$y_1 + 100, \dots, y_{50} + 100$ - все числа в промежутке $[100; 150]$

$y_1 + 150, \dots, y_{50} + 150$ - все числа в промежутке $[150; 200]$

~~Так как~~ Пусть из промежутка: $[1, 50]$ -> выбрали $y_{i_1}, \dots, y_{i_7}$

Пусть из промежутка: $[50; 100]$ -> выбрали $a_{j_1}, \dots, a_{j_7}$

Пусть из промежутка: $[100; 150]$ -> выбрали $b_{z_1}, \dots, b_{z_7}$

Пусть из промежутка: $[150; 200]$ - выбрали $d_{t_1}, \dots, d_{t_7}$

☐ черновик ☐ чистовик Страница № 8

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение №7

$x_1+\ldots+x_{28}=(y_{i_1}+\ldots+y_{i_7})+(a_{j_1}+\ldots+a_{j_7})+(b_{z_1}+\ldots+b_{z_7})+$
$+(d_{t_1}+\ldots+d_{t_7})=(y_{i_1}+\ldots+y_{i_7})+(50\cdot7+y_{j_1}+\ldots+y_{j_7})+$
$+(100\cdot7+y_{z_1}+\ldots+y_{z_7})+(150\cdot7+y_{t_1}+\ldots+y_{t_7})$. Так как все $1\leq y_n\leq 50$, $\forall n\in[1;50]$ $\Rightarrow$ так как $x_1,\ldots,x_{28}$ — должны давать все остатки от $[23, 50]$ $\Rightarrow$
$(y_{i_1}+\ldots+y_{i_7})+(y_{j_1}+\ldots+y_{j_7})+(y_{z_1}+\ldots+y_{z_7})+(y_{t_1}+\ldots+y_{t_7})=$
$=1+2+\ldots+22+23=\frac{1+23}{2}\cdot23=12\cdot23$

$x_1+\ldots+x_{28}=50\cdot7+100\cdot7+150\cdot7+12\cdot23=7\cdot300+12\cdot23=$
$=2100+276=2376$.

Ответ: $\max=2376$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-009

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = 3x^2 - 4x + 2$

$17 = 3x^2 - 4x + 2$

$3x^2 - 4x - 15 = 0$

$D = 16 + 180 = 196$

$x_1 = \frac{4+14}{6} = 3$

$x_2 = \frac{4-14}{6} = -\frac{5}{3}$

$\cancel{(17, 3)}$ $(3, 17)$

$(-\frac{5}{3}; 17)$

$3x^2 - 4x + 2 = 1$

$3x^2 - 4x + 1 = 0$

$x_1 = 1;\ x_2 = \frac{1}{3}$

(200, 150, 100, 50)

(199, 149, 99, 49)

(198,

(197, 147, 97, 47)

$3 - (-\frac{5}{3}) = 3 + \frac{5}{3} = 4\frac{2}{3} = l_1$

$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = l_2$

196,

200, 199, 198, 197,

146, 145, 144, 143

511×22

1022

1022

11242

$\frac{25}{3} + \frac{20}{3} = 15$

$3x^2 - 4x + 2 = a$

$\cancel{3x^2 - 4x + (a-2) = 0}$

$48 \cdot 4 = 16 \cdot 12 = \cancel{...} \cdot 3$

$4\left(\frac{14}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \sqrt{\frac{192}{3^2}} = \frac{\sqrt{192}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{8}{\sqrt{3}}$

$18 - 9a = -138$

$9a = 18 + 138 = 156$

$x_1 - x_2 = \frac{8}{\sqrt{3}}$ $\quad x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2-a}{3} = 0$

$x_1 \longrightarrow x_{28}$

$\cancel{x_1 \cdot x_2} =$

$\frac{2-a}{3} = -\frac{23}{2}$

$x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots x_{27}$

$x_1 + x_2 = \frac{4}{3}$

$4 - 2a = -69$

(200, 199, 198, 197

(199,

$x_1 = \frac{\frac{8}{\sqrt{3}} + \frac{4}{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}+4}{6} = \frac{4\sqrt{3}+2}{3}$

$2a = 73$

$a = \frac{73}{2}$

$\cancel{x_2} =$

$21 - 10 = 11$

$11 \cdot 2^{10}$

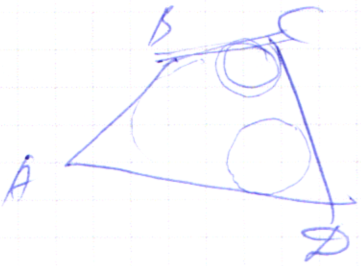
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

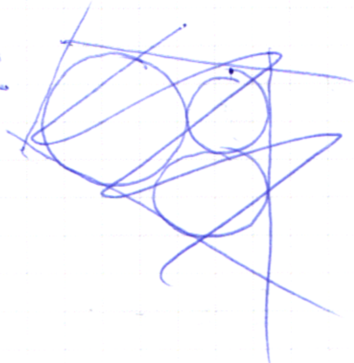
$\frac{LQ\cdot BL}{AL\cdot BC}=1$

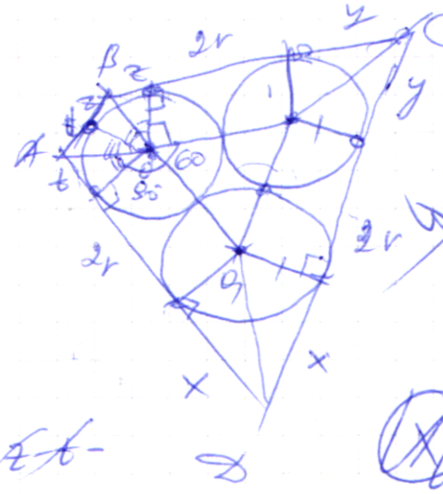


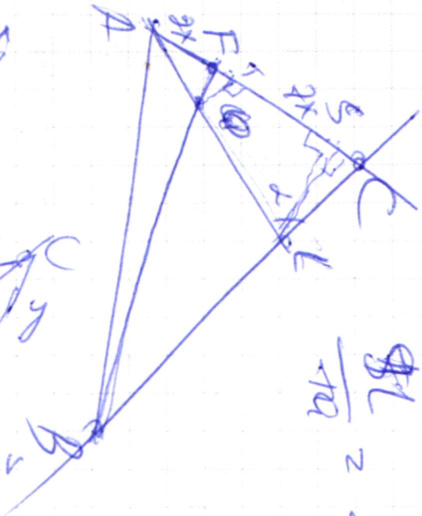
$|ax-a|\le\sqrt{x-2}$

$|a(x-1)|\le\sqrt{x-2}$

$\frac{\frac{LQ\cdot BL\cdot \sin d}{2}}{\frac{AL\cdot BC\cdot \sin d}{2}}=1$







$\frac{BL}{AQ}=\frac{AL}{AQ}=1+\frac{LQ}{AQ}$

$AD+BC-AB-CD=38$

$\cancel{t}+x+2r+\cancel{z}+y+2r-\cancel{z}-\cancel{t}-$

$-\cancel{y}-\cancel{x}-2r=38$

$2r=38;\ r=1.$

$38\cdot 44+120=$

$=432+120=$

$=552$

$\frac{CF}{AF}\cdot\frac{AQ}{QL}\cdot\frac{BL}{BC}=1$

$21\cdot t\cdot p\cdot x=S$

$15\cdot(t+2)(p+1)x=S$

$10\cdot(t+6)(p+2)x=S$

$\boxed{t+2}$

$\frac{(t+2)(p+1)}{tp}=\frac{7}{5}$

$\frac{(t+6)(p+2)}{tp}=\frac{21}{10}$

$10tp+20t+60p+12=21tp$

$7tp=5tp+5t+10p+10$

$2tp=5t+10p+10\ |\cdot 11$

$11tp=20t+60p+12\ |\cdot 2$

$\Rightarrow 15t-10p+86=0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-009

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

200, 199, 198, 197

146, 145, 144, 143

92, 91, 90, 89

38, 37, 36, 35

$x_1 \longrightarrow x_{50}$

$50+x_1, \longrightarrow 50+x_{50}$

$100+x_1, \longrightarrow 100+x_{50}$

$150+x_1, \longrightarrow 150+x_{50}$

$x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}, x_{i_4}$

$x_{i_5}, \text{—}, x_{i_{?}}$

51 − 23 = 28

35

50, 49, — , 23

50, 49, 48, 47

$x_1 + \ldots + x_7$

200, —, 194

143, —, 137

86, —, 80

29, —, 23

$$\frac{194+200}{2} \cdot 7 = 197 \cdot 7$$

$$\frac{143+137}{2} \cdot 7 = 140 \cdot 7$$

$$\frac{86+80}{2} \cdot 7 = 83 \cdot 7$$

$$\frac{29+23}{2} \cdot 7 = 26 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r} 280 \\ +166 \\ \hline 446 \end{array}$$

$$\frac{7 \cdot 446}{28} = \frac{446}{4} = 112$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)