

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО
МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1

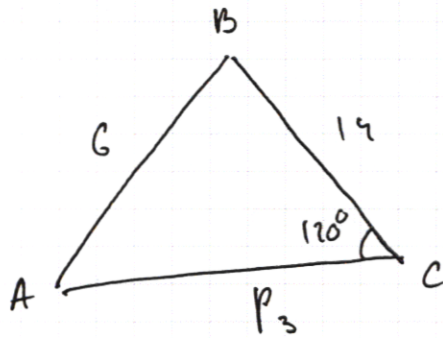
ШИФР

15-009

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом 120° ?
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.
3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.
4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1 , ω_2 и ω_3 , причём ω_1 касается сторон AD и DC , ω_2 касается сторон DC и CB , а ω_3 касается сторон CB , BA и AD .
 - а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.
 - б) Найдите угол AOB , где O – центр окружности ω_3 .
 - в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB .
5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$.
6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q ; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC , если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.
7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

②



Пусть $\angle C = 120^\circ$, тогда:

$$G^2 = p_3^2 + 14^2 - 2 \cdot p_3 \cdot 14 \cdot \cos 120$$

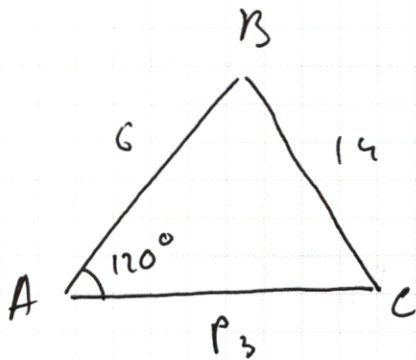
$$G^2 = p_3^2 + 14^2 + p_3 \cdot 14$$

$$p_3^2 + 14 \cdot p_3 + 196 - 3G = 0$$

$$p_3^2 + 14 p_3 + 160 = 0$$

$$D = 14^2 - 4 \cdot 160 = 196 - 640 < 0 \Rightarrow \angle C \neq 120^\circ$$

③



Пусть $\angle A = 120^\circ \Rightarrow$

$$14^2 = G^2 + p_3^2 - 2 \cdot G \cdot p_3 \cdot \cos 120$$

$$196 = 3G + p_3^2 + 6p_3$$

$$p_3^2 + 6p_3 - 160 = 0$$

$$D = 6^2 + 4 \cdot 160 = 36 + 640 = 676 = 26^2$$

$$p_3 = \frac{-6 \pm 26}{2} = 10 \quad \text{т.к. } p_3 > 0$$

$$a = \frac{p_3^2}{2} \Rightarrow \left(a = \frac{10^2}{2} = 50 \right)$$

Ответ: $a = 50$; $a = 158$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y = 2x^2$$

$$y = 98$$

$$y = 18$$

$$y = a$$

$$1) \quad 2x^2 = 98$$

$$x^2 = 49 \Rightarrow x_1 = \pm 7 \Rightarrow \text{длина}$$

$$\text{первого отрезка: } p_1 = 2 \cdot 7 = 14$$

$$2) \quad 2x^2 = 18$$

$$x^2 = 9$$

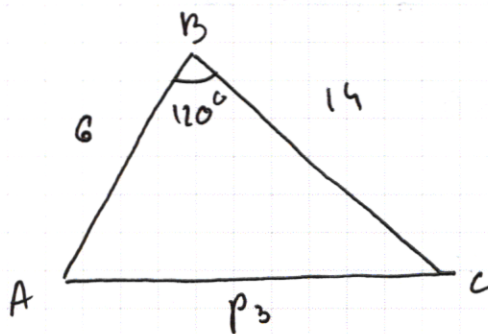
$$x_2 = \pm 3 \Rightarrow \text{длн второго отрезка:}$$

$$p_2 = 2 \cdot 3 = 6$$

$$3) \quad 2x^2 = a; \quad x^2 = \frac{a}{2}; \quad x_3 = \pm \sqrt{\frac{a}{2}}$$

$$p_3 = 2 \cdot \sqrt{\frac{a}{2}} = \sqrt{2 \cdot a}$$

①



Пусть $\angle B = 120^\circ \Rightarrow$

По теореме косинусов

$$p_3^2 = 6^2 + (14)^2 - 2 \cdot 6 \cdot 14 \cdot \cos 120^\circ$$

$$p_3^2 = 36 + 196 + 2 \cdot 6 \cdot 14 \cdot \frac{1}{2}$$

$$p_3^2 = 36 + 196 + 84 = 316$$

$$p_3^2 = 2a \Rightarrow a = \frac{p_3^2}{2} = \frac{316}{2} = 158$$

$$a = 158$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

Рассмотрим число, состоящее только из "0" и "7",
такое что в нём 10 знаков.

Посчитаем их количество: на первом месте может
быть только "7", на остальных "0" и "7" \Rightarrow

Кол-во равно: $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^9$

Понятно, что вставив "8"-ки в каждое из этих
чисел, мы получим нужные нам числа.

В какое-то число мы можем вставить "8"-ки
11-тью способами \Rightarrow всего таких чисел:

$$2^9 \cdot 11 = 512 \cdot 11 = 5632$$

Ответ: 5632.

№5.

Решить сначала это неравенство:

$$\sqrt{x+7} > x$$

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{x+7}-x} (x+4) \geq 1 \\ x+4 > 0 \Rightarrow x > -4 \\ \sqrt{x+7}-x > 0 \\ \sqrt{x+7}-x \neq 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+7} > x \Rightarrow$$

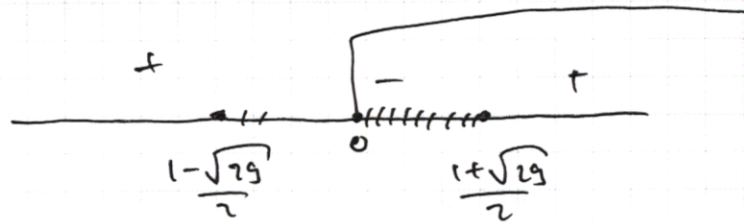
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x+7 > x^2 \Rightarrow x^2 - x - 7 < 0 \quad D = 1 + 4 \cdot 7 = 29 \quad (1) \\ x < 0 \\ x+7 > 0 \Rightarrow x > -7 \Rightarrow x \in (-7; 0) \end{cases}$$

$$x^2 - 7 - x < 0 \quad D = 1 + 4 \cdot 7 = 29$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{29}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{29}}{2}$$

$$\Rightarrow x \in \left[0; \frac{1 + \sqrt{29}}{2}\right)$$



\Rightarrow Для всего неравенства имеем:

$$\left(x \in \left(-7; \frac{1 + \sqrt{29}}{2}\right)\right)$$

Теперь решим следующее:

$$\sqrt{x+7} \neq 1+x \Rightarrow \text{надо решить: } \sqrt{x+7} = 1+x$$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+7 = (1+x)^2 \Rightarrow x+7 = 1+2x+x^2 \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - x + 1 - 7 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$$

$$x(x+3) - 2(x+3) = 0$$

$$(x-2)(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \left(x \neq 2; -3\right)$$

Перейдем к начальному неравенству:

$$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x)$$

$$\log_{\sqrt{x+7}-x} \frac{x+4}{\sqrt{x+7}-x} \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Воспользуемся методом рационализации:

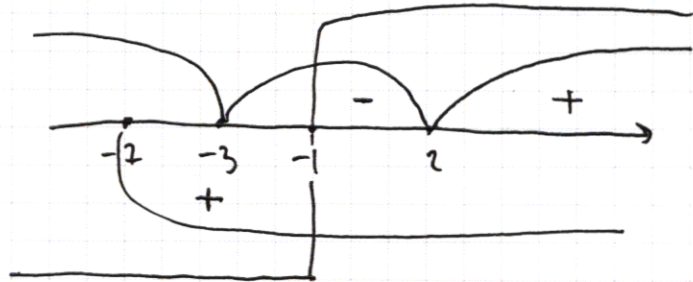
$$(\sqrt{x+7} - x - 1) \frac{x+7}{\sqrt{x+7} - x} \geq 0$$

решит следующее неравенство:

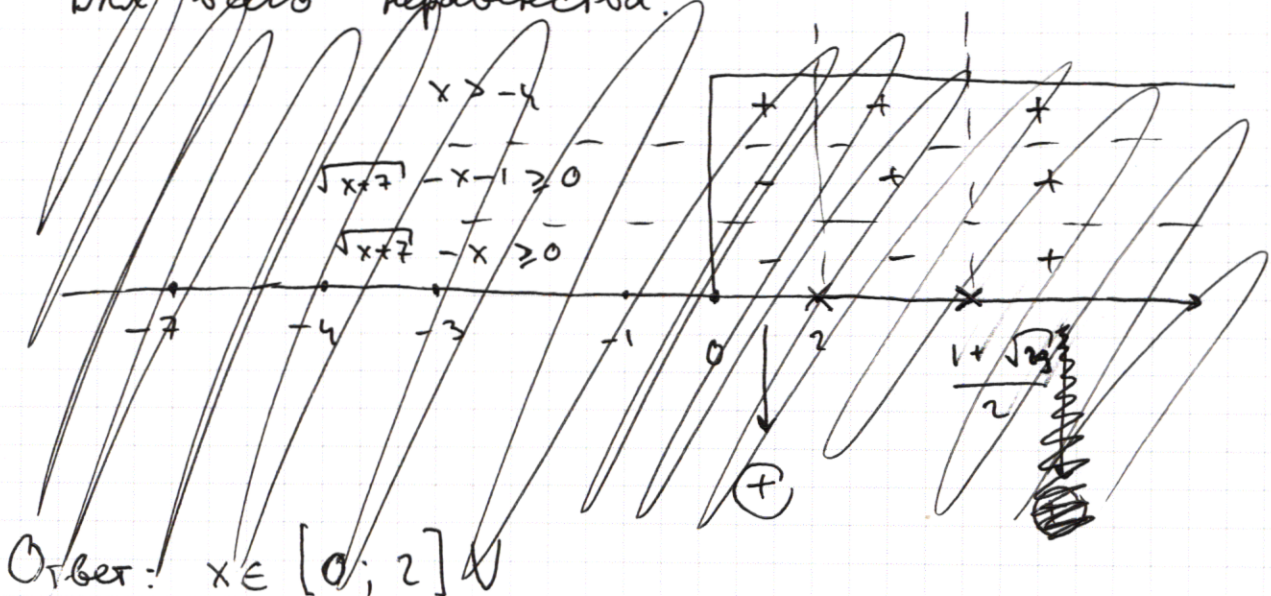
$$\sqrt{x+7} - x - 1 \geq 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} \geq x+1 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+7 \geq (x+1)^2 \Rightarrow x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \quad (x-2)(x+3) \leq 0$$

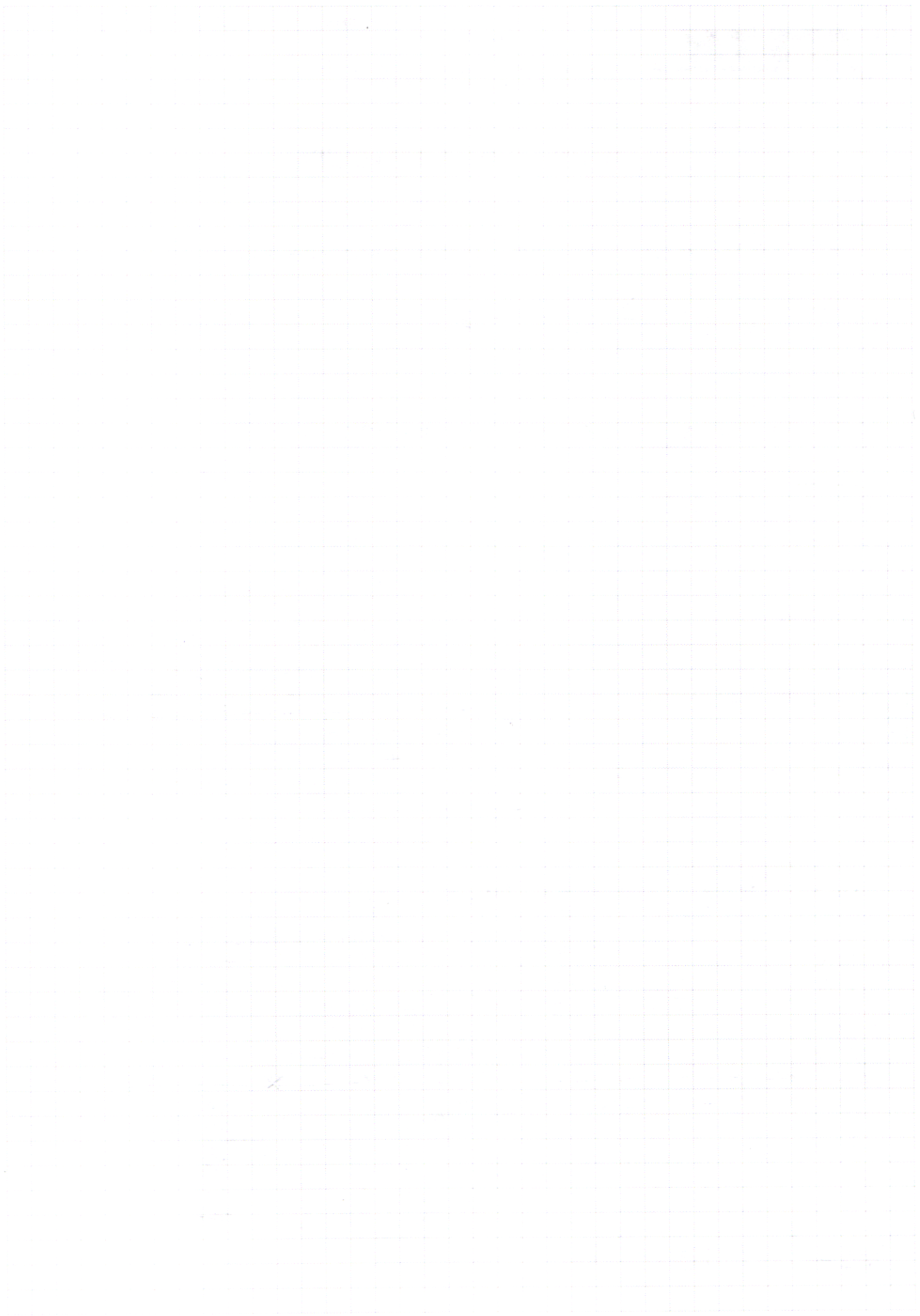
$$\begin{cases} x+1 < 0 \Rightarrow x < -1 \\ x+7 \geq 0 \Rightarrow x \geq -7 \end{cases}$$



Для всех неравенства:



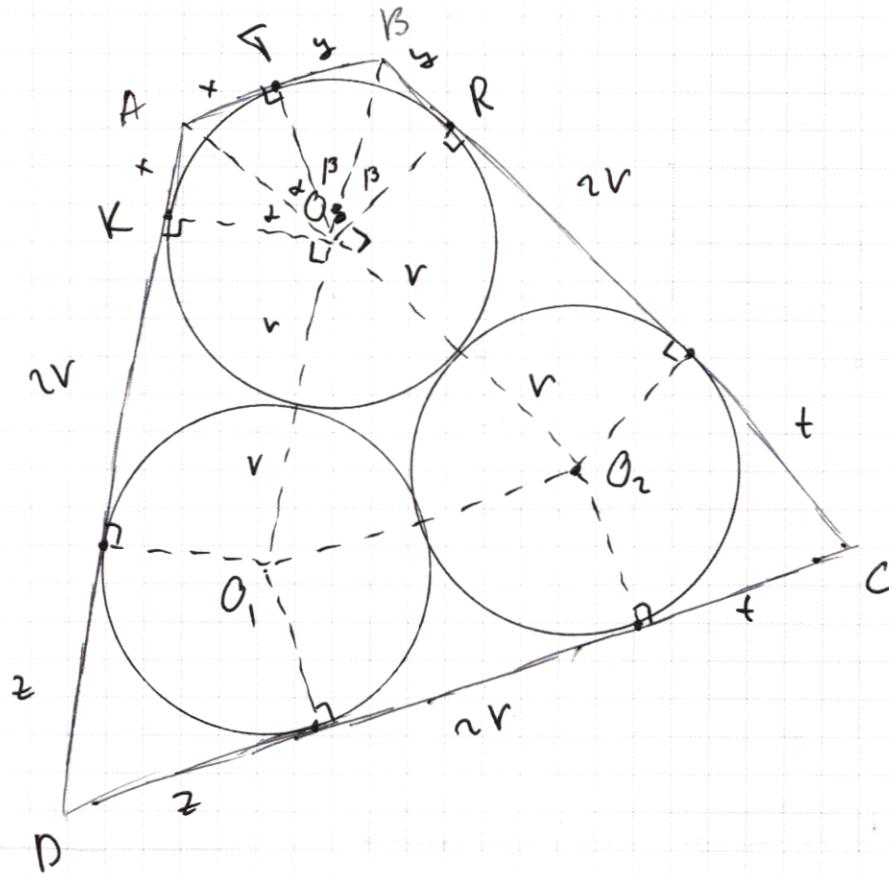
Ответ: $x \in [0; 2]$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 6
(Нумеровать только чистовики)

№4.



а) Теорема 1: Отрезки угла, отсекаемые вписанной окружностью равны \Rightarrow воспользуемся этим.

Теорема 2: Радиус проведенный в точку касания прямой и окружности \perp этой прямой

$$AB = x + y ; BC = 2r + y + t ; AD = x + z + 2r ; DC = z + t + 2r$$

$$AD + BC - AB - CD = 12 \Rightarrow x + z + 2r + 2r + y + t - x - y - z - t - 2r = 12$$

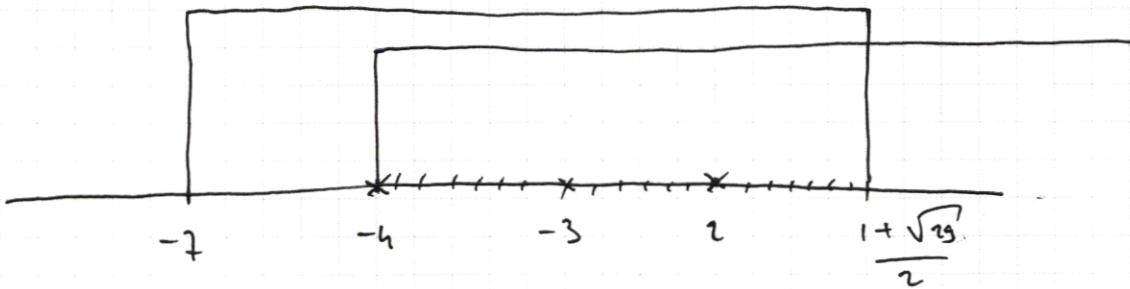
$$2r = 12 \Rightarrow r = 6$$

Сл. стр. \curvearrowright

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Для всего неравенства:

ВДЗ:



Метод интервалов:

$\sqrt{x+7} - x - 1 \geq 0$	+	+	-	-	+	+
$\sqrt{x+7} - x \geq 0$	+	+	+	-	-	+
$x > -4$	+	+	+	+	+	+
	-4	-3	-1	0	2	$\frac{1+\sqrt{29}}{2}$
	⊕	⊕	-	⊕	⊖	

$$x \in (-4; -3) \cup (-3; -1] \cup [0; 2)$$

Ответ: $x \in (-4; -3) \cup (-3; -1] \cup [0; 2)$

сл. стр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) Г.к $\Delta O_1 O_2 O_3$ - равносторонний \Rightarrow все стороны равны 60°

$\Delta KO_2 A = \Delta TO_2 A$ по 2-м катетам и прямому углу $\Rightarrow \angle KO_2 A = \angle TO_2 A = \alpha$, аналогично:

$$\Delta TO_2 B = \Delta RO_2 B = \beta$$

$$\Rightarrow 2\alpha + 2\beta + 2 \cdot 90 + 60 = 360$$

$$2(\alpha + \beta) = 360 - 60 - 180 = 120$$

$$\alpha + \beta = 60 \Rightarrow \angle AOB = 60^\circ$$

$$б) S_{AOB} = \frac{AB \cdot TO}{2} = \frac{AO \cdot OB \cdot \sin \angle AOB}{2}$$

$$AB = \frac{AO \cdot OB \cdot \sin \angle AOB}{TO}$$

$$AB = \frac{AO \cdot OB \cdot \sin 60}{r} = \frac{56 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{6} = \frac{14 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 3} =$$

$$= \frac{14}{\sqrt{3}}$$

Ответ: а) $r = 6$ б) $\angle AOB = 60^\circ$ в) $AB = \frac{14}{\sqrt{3}}$

сл. стр

$\sqrt{7}$.

Т.к. разность любых двух выбранных чисел не делится на 45 \Rightarrow все 30 чисел имеют различные остатки при делении на 45.

числа первого промежутка представим как:

1) $1 + p_1; 1 + p_2 \dots 1 + p_6$, где p_i - остаток от деления числа на 45. $p_i \in \{0, 1, \dots, 44\}$

числа второго промежутка представим как:

2) $46 + p_7 \dots 46 + p_{12}$

Третьего:

3) $91 + p_{13} \dots 91 + p_{18}$

4) $136 + p_{19} \dots 136 + p_{24}$

5) $181 + p_{25} \dots 181 + p_{30}$

Сумма всех чисел равна: $6 \cdot (1 + 46 + 91 + 136 + 181) +$

$+ p_1 + \dots + p_{30}$ Т.к. у 1, 46, 91, 136, 181 одинаковый

остаток при делении на 45, то для выполнения

условия задачи все p_i должны быть разные

Т.к. $\sum_{i=1}^{30} p_i - \min \Rightarrow$ она складывается из первых в этом случае вся сумма $\rightarrow \min$

$$\begin{aligned} 30\text{-ти остатков: } [0, 1, \dots, 28, 29] &\Rightarrow \sum_{i=1}^{30} p_i = 0 + 1 + \dots + 29 = \\ &= \frac{0+29}{2} \cdot 30 = 29 \cdot 15 = 435 \end{aligned}$$

Сумма всех чисел равна: $6 \cdot (1 + 46 + 91 + 136 + 181) + 435 =$

$$= 455 \cdot 6 + 435 = 2730 + 435 = 3165$$

Ответ: 3165.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

 $\sqrt{2}$.

$$\begin{aligned}g(x) &= \sin 3x \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \\&= \cos(3x-7x) - \cos(3x+7x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \cos 4x - \\&- (\cos^2 5x - \sin^2 5x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \\&= \cos 4x + \sin^2 5x - \sin^2 x + 4 = \cos 4x + (1 - \cos^2 5x) - \sin^2 x + 4 = \\&= \cos 4x - \cos^2 5x + \cos^2 x + 4 = \cancel{\cos(3x-7x)} \cos^2 5x + \cos^2 x + 4 = \\&= \cancel{(\cos 5x \cos x + \sin 5x \sin x)} + \cos^2 x - \cos^2 5x + 4 = \\&= \cancel{(\cos^2 x + 2 \cos 5x \cos x + \cos^2 5x)} - 2 \cos 5x - \cos 5x \cos x + \sin 5x \sin x + 4 = \\&= \cancel{(\cos x + \cos 5x)^2}\end{aligned}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

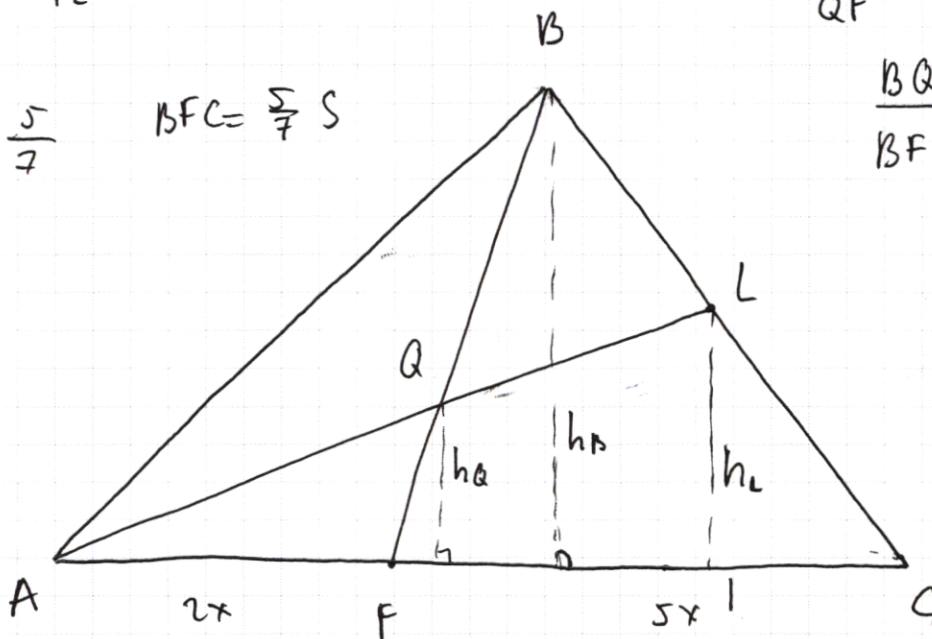
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{5}{12} \quad BQL = \frac{5}{12} S$$

$$\frac{S_{BFC}}{S_{ABC}} = \frac{5}{7} \quad BFC = \frac{5}{7} S$$

$$S_{BQL}$$



$$\frac{BQ}{QL}$$

$$\frac{BQ}{BF}$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{7} - \frac{5}{12} &= \\ &= \frac{12 \cdot 5 - 7 \cdot 5}{7 \cdot 12} = \\ &= \frac{5 \cdot 5}{7 \cdot 12} \end{aligned}$$

$$\frac{5x}{2x} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{BL}{BC} = 1$$

$$\frac{BL}{BC} = ?$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ALC}} = \frac{h_b}{h_L}$$

$$S_{ALC} = S \cdot \frac{h_L}{h_b}$$

$$S_{AQF} = h_Q \cdot 2x$$

$$S_{AQF} = S_{ALC} - S_{FLCQ} =$$

$$= S \frac{h_L}{h_b} - \frac{25}{7 \cdot 12} \cdot S$$

$$h_Q \cdot 2x = S \left(\frac{h_L}{h_b} - \frac{25}{7 \cdot 12} \right)$$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{AQF}} = \frac{BQ \cdot QL}{AQ \cdot QF} =$$

$$\frac{\cancel{S} \frac{h_L}{h_b} \cdot \frac{5}{12} S}{S \left(\frac{h_L}{h_b} - \frac{25}{7 \cdot 12} \right)}$$

$$\frac{BL \cdot MQ}{BC \cdot MF} = \frac{5}{12}$$



$$\sin^2 5x - \sin^2 x + \cos 4x + 4$$

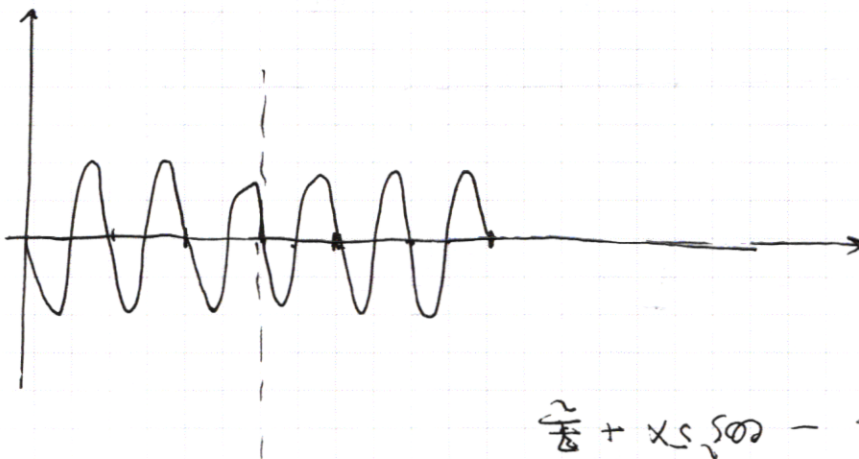
0 (-1) -1

$$(\sin 5x - \sin x)(\sin 5x + \sin x) + \cos 4x + 4 =$$

$$= \left(\sin \frac{5x-x}{2} \cos 3x \right) (\sin 3x \cos 2x)$$

$$4 \sin 2x \cos 2x \sin 3x \cos 3x + \cos 4x + 4$$

$$y = \frac{\sin 4x \sin 6x}{4} + \cos 4x + 4$$



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$

$$\frac{2}{3} + x \sin 5x - \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{49}{1} \cdot 2$$

$$\frac{2}{1} - \frac{4}{7} = 2x$$

$$\frac{2}{1} + x \sin 5x - \frac{2}{2 \cos 2x} + x 2 \cos 2x$$

$$3 + x \sin 5x - \frac{2}{1 + \cos 2x} + x 2 \cos 2x$$

$$5 + x \sin 5x + \cos 2x - x 2 \cos 2x$$

$$4 + x \sin 5x + x \sin 5x - 1 - x 2 \cos 2x$$

$\cos - 1$

$$g(x) = \sin 3x - \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} - \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} =$$

$$= \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} - \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} =$$

$$- 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = \cos \frac{\alpha-\beta}{2} \sin \frac{\alpha+\beta}{2} + \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2} =$$

$$g(x) = \cos(3x-7x) - \cos(3x+7x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$$

$$= \cos 4x - \cos 10x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$$

$$= \cos 4x - (\cos^2 5x - \sin^2 5x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$$

$$= \cos 4x - \cos^2 5x + \sin^2 5x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$$

$$= \sin^2 5x + \cos 4x - \sin^2 x + 4$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = \sin \left(\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\alpha-\beta}{2} \right) - \sin \left(\frac{\beta+\alpha}{2} + \frac{\beta-\alpha}{2} \right) =$$

$$= \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} + \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2} - \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\beta-\alpha}{2} - \sin \frac{\beta-\alpha}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2} =$$

$$= \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y = 2x^2$$

$$y = 98$$

$$y = 18$$

$$y = 9$$

$$2x^2 = 98$$

$$x^2 = 49$$

$$x = \pm 7$$

$$2x^2 = 18$$

$$x = \pm 3$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ + 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

7, 3, p

676

$$2x^2 = 9$$

$$x^2 = \frac{9}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{9}{2}} = p$$

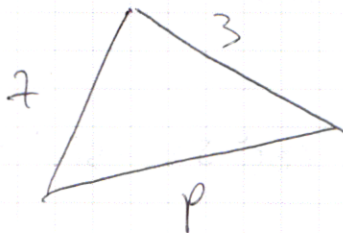
$$7 + p > 3$$

$$7 + 3 > p \Rightarrow p < 10$$

$$3 + p > 7 \Rightarrow p > 4$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 16 \\ \hline 196 \\ + 196 \\ \hline 56 \\ + 14 \\ \hline 136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 162 \\ + 162 \\ \hline 324 \\ + 162 \\ \hline 324 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 160 \\ \times 4 \\ \hline 640 \end{array}$$

$$\cos 120 = -\cos 60$$

$$\begin{array}{r} 676 \quad 2 \\ 338 \quad 2 \\ 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ 36 \\ \hline 160 \end{array}$$

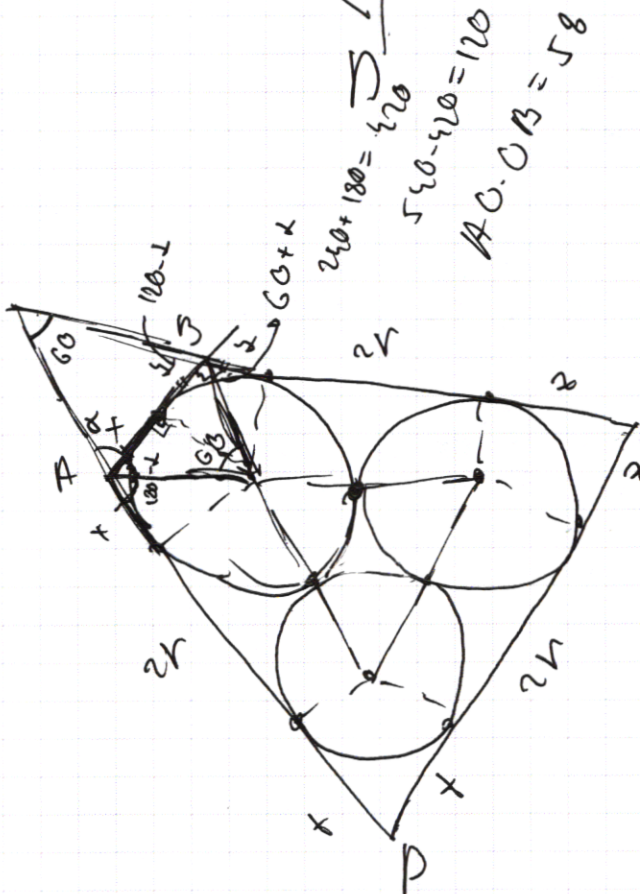
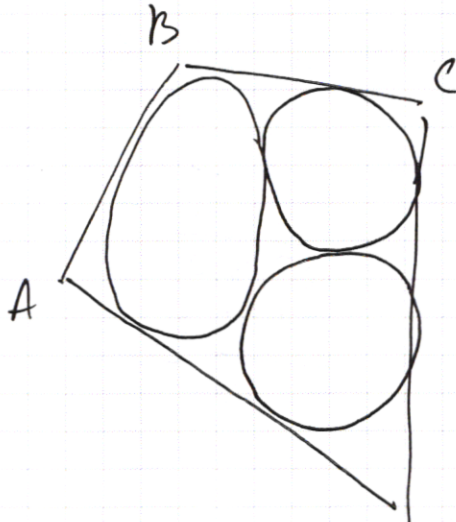
$$\begin{array}{r} 336 \quad 2 \\ \times 169 \quad 2 \\ \hline 144 \\ 6 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 196 \\ \hline 232 \\ + 89 \\ \hline 316 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 512 \\ \times 11 \\ \hline 512 \\ + 512 \\ \hline 5632 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 316 \quad 2 \\ \times 158 \\ \hline 11 \\ 10 \\ \hline 16 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned} 240 + 180 &= 420 \\ 540 - 420 &= 120 \\ A.O.O.B &= 58 \end{aligned}$$

$$AD + BC - AB - CP = 12$$

$$\begin{aligned} &(x+x+2v) + (y+z+v) - \\ &-(x+y) - (x+z+2v) = \\ &= 4v - 2v = 2v \end{aligned}$$

$$v = 6$$

$$\frac{12}{2} = 6$$

$$\frac{56}{16} = \frac{28}{8} = \frac{14}{4}$$

0...+29

$$\frac{0+29}{2} \cdot 30$$

$$29 \cdot 15$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 450 \\ - 15 \\ \hline 435 \end{array}$$

$$45 + 90 + 135 + 180 \quad 450 + 5 = 455 \cdot 6$$

180

360

$$\begin{array}{r} 335 \\ 455 \\ \times 6 \\ \hline 2730 \\ + 435 \\ \hline 3165 \end{array}$$

$$\frac{(h_{ns} - h_a)}{h_a} \cdot \frac{h_a}{h_L - L_Q} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{h_L}{h_{ns}} - \frac{25}{7 \cdot 12}}$$

$$(h_{ns} - h_a) \left(\frac{h_L}{h_{ns}} - \frac{25}{7 \cdot 12} \right) = \frac{5}{12} h_L - \frac{5}{12} h_a$$

$$h_L - \frac{25}{7 \cdot 12} h_{ns} - \frac{h_a h_L}{h_{ns}} + \frac{25}{7 \cdot 12} h_a = \frac{5}{12} h_L - \frac{5}{12} h_a$$

$$0 = x_{SS} q$$

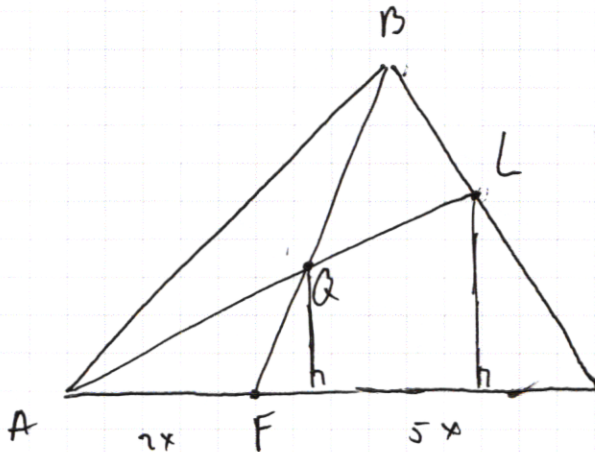
$$x_{S1} q - x_{SS} q - x_{1S} q$$

$$0 = x_{S1} q$$

$$= x_{S1} q + x_{2S} q$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos \alpha - \cos \beta =$$



$$\frac{S_{\triangle BQL}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{1}{12}$$

$$\rho(Q; AC) = 6$$

$$\rho(L; AC) = ?$$

$$S_{\triangle ABF} = \frac{2}{7} S$$

$$S_{\triangle CBF} = \frac{5}{7} S$$

$$\frac{7 S_{\triangle CBF}}{5} = S$$

$$(\cos \alpha - \cos 5\alpha)(\cos \alpha + \cos 5\alpha) =$$

$$S = \frac{12}{5} S_{\triangle BQL}$$

=

$$7 S_{\triangle CBF} = 12 S_{\triangle BQL}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha - \cos \beta &= \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}\right) - \cos\left(\frac{\beta}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) - \\ &- \sin\left(\frac{\beta}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = -2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\left(-2 \sin\left(\frac{\alpha+5\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha-5\alpha}{2}\right)\right) \left(2 \cos\left(\frac{\alpha+5\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-5\alpha}{2}\right)\right) =$$

$$= \sin 3\alpha \sin 2\alpha \quad \cos(5\alpha - \alpha) = \cos 5\alpha \cos \alpha - \sin 5\alpha \sin \alpha$$

$$\cos^2(x+4x) = (\cos x \cos 4x - \sin x \sin 4x)^2 = (\cos x \cos 4x)^2 - 2 \frac{\sin x \sin 4x}{4} +$$

$$\cos 5x + \cos 3x \quad + (\sin x \sin 4x)^2$$

$$S_{BQL} \cdot 12 = 5S$$

$$S_{FBC} \cdot 7 = 5S$$

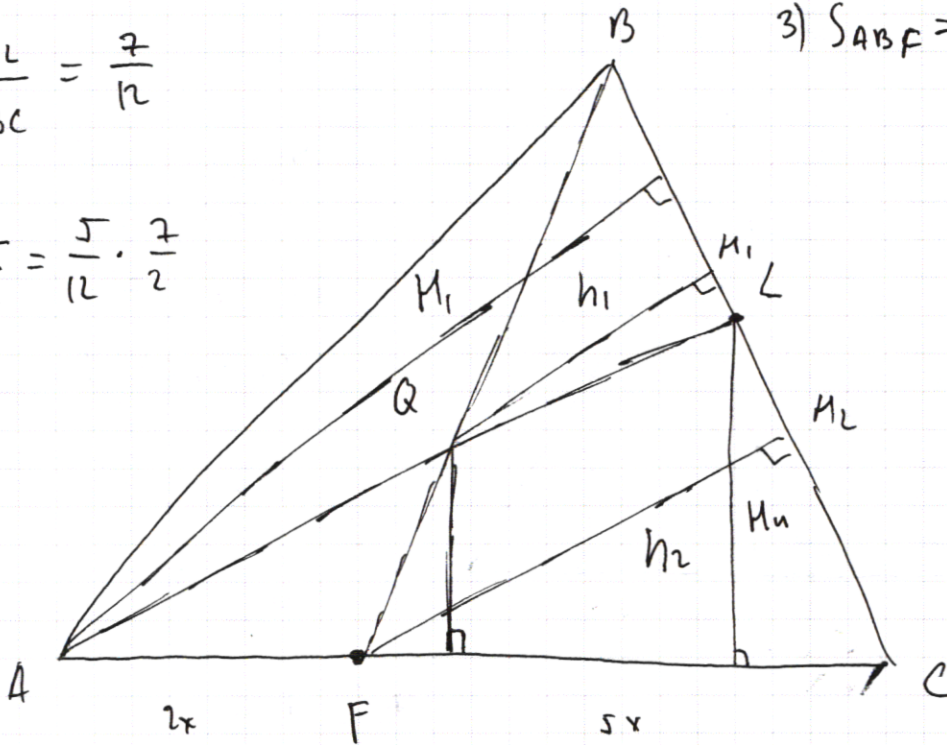
$$\frac{S_{BQL}}{S_{FBC}} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{ABF}} = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{2}$$

$$1) S_{BQL} = \frac{5}{12} S$$

$$2) S_{FBC} = \frac{5}{7} S$$

$$3) S_{ABF} = \frac{2}{7} S$$



$$\frac{5x}{2x} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{BL}{BC} = 1$$

$$\frac{BL \cdot h_1}{BC \cdot FM_2} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{CL}{LB} \cdot \frac{BQ}{QF} \cdot \frac{2x}{5x} = 1$$

$$\frac{BL}{BC} = ?$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{AQ}{QL} \right) \cdot \frac{BL}{BC} \cdot \frac{LB}{CL} \cdot \frac{QF}{BQ} = 1$$

$$S_{AQF} = 2x \cdot h$$

$$\frac{BL}{BC} = \frac{M}{FR} \quad \frac{BC}{LC} = \frac{M}{h_2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 g(x) &= \sin 3x \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \\
 &= \cos(7x-3x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \\
 &= \cos 4x - (\cos^2 5x - \sin^2 5x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \\
 &= \cos 4x - \cos^2 5x + \sin^2 5x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \\
 &= \sin^2 5x - \sin^2 x + \cos 4x + 4 = \\
 &= (\sin 5x - \sin x)(\sin 5x + \sin x) + \cos 4x + 4 = \\
 &= \sin \frac{5x-x}{2} \cos \frac{5x+x}{2} + \sin \frac{5x+x}{2} \cos \frac{5x-x}{2} + \cos 4x + 4 = \\
 &= \sin \left(\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\alpha-\beta}{2} \right) + \sin \left(\frac{\beta+\alpha}{2} + \frac{\beta-\alpha}{2} \right) = \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} + \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2} + \\
 &+ \sin \frac{\beta+\alpha}{2} \cos \frac{\beta-\alpha}{2} + \sin \frac{\beta-\alpha}{2} \cos \frac{\beta+\alpha}{2} = \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} \\
 &= \sin 2x \cos 3x + \sin 3x \cos 2x + \cos 4x + 4 = \\
 &= 2 \sin 2x \cos 2x \cdot 2 \sin 3x \cos 3x + \cos 4x + 4 = \\
 &= \frac{\sin 4x - \sin 6x}{4} + \cos 4x + 4 = \\
 &= \frac{\cos(6x-4x) - \cos(6x+4x)}{4} + \cos 4x + 4 = \frac{\cos 2x - \cos 10x}{4} + \cos 4x + 4 =
 \end{aligned}$$

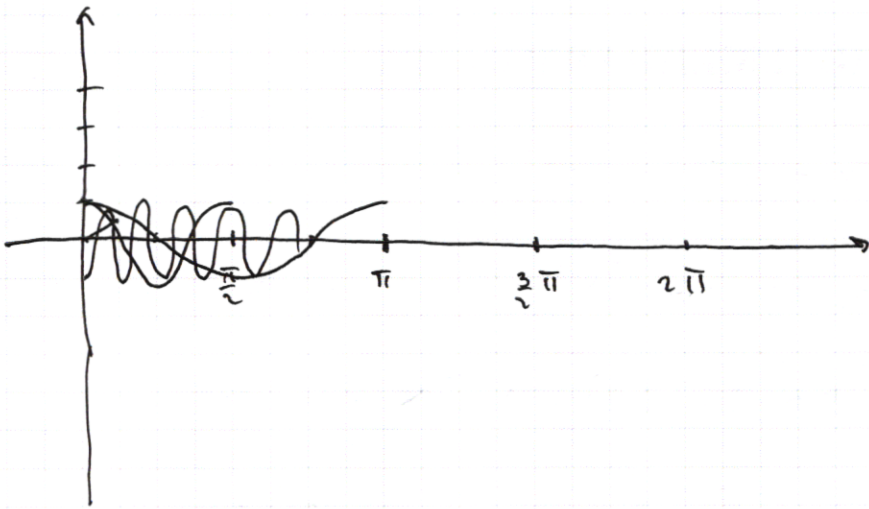
45
+ 90
+ 135
+ 180
360
450

45
90
135
180
360

3
4
5
+ 6
27
30
+ 43
5
3165

5
2
4
5
+ 15
5
+ 29
3
3

$$g(x) = \frac{\cos 2x}{4} - \frac{\cos 10x}{4} + \cos 4x + 4$$



$$g'(x) = \frac{1}{4} \cdot (-\sin 2x) \cdot 2 - \frac{1}{4} (-\sin 10x) \cdot 10 - \sin 4x \cdot 4 + 0 =$$

$$= \frac{10}{4} \sin 10x - \frac{1}{2} \sin 2x - 4 \sin 4x + 0 = 0$$

$$10 \sin 10x - 2 \sin 2x$$

$$\log \sqrt{x+7} - x (x+4) \geq 1$$

$$\log \sqrt{x+7} - x (x+4) \geq \log \sqrt{x+7} - x$$

$$\log \frac{x+4}{\sqrt{x+7} - x} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}} = \frac{BL \cdot h_1}{BC \cdot H_1}$$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{BFC}} = \frac{BL \cdot h_1}{BC \cdot H_2}$$

$$\frac{\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}}}{\frac{S_{BQL}}{S_{BFC}}} = \frac{BL \cdot h_1}{BC \cdot H_1} \cdot \frac{BC \cdot H_2}{BL \cdot h_1}$$

$$\frac{S_{BFC}}{S_{ABC}} = \frac{H_2}{H_1} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{BFC}} = \frac{7}{12} = \frac{h_1 \cdot BL}{h_2 \cdot BC}$$

$$\frac{M_A}{M_B} =$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)