МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 15-005

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра $a$ из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры “0”, “7” и “8” (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр “8” ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса $\omega_1$, $\omega_2$ и $\omega_3$, причём $\omega_1$ касается сторон $AD$ и $DC$, $\omega_2$ касается сторон $DC$ и $CB$, а $\omega_3$ касается сторон $CB$, $BA$ и $AD$.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол $AOB$, где $O$ – центр окружности $\omega_3$.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите $AB$.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки $F$ и $L$ лежат на сторонах $AC$ и $BC$ треугольника $ABC$ соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки $BF$ и $AL$ пересекаются в точке $Q$; площади треугольников $BQL$ и $BAC$ относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки $L$ до прямой $AC$, если расстояние от точки $Q$ до прямой $AC$ равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

$\cancel{\rho_1}\rho_3 + \rho_3\rho_7$

$\rho_1\rho_3 + 2\sqrt{\rho_1\rho_3\rho_3\rho_2} + \rho_3\rho_2 - \sqrt{\rho_1\rho_2}$

$\left(\sqrt{\rho_1\rho_3} + \sqrt{\rho_3\rho_2}\right)^2 - \sqrt{\rho_1\rho_2} = 6.$

$\rho_1\rho_3 + 2\sqrt{\rho_1\rho_3\rho_3\rho_2} + \rho_3\rho_2 - 2\sqrt{\rho_1\rho_1\rho_3\rho_2} -$

$- 2\sqrt{\rho_3\rho_2\rho_2\rho_1} + \rho_1\rho_2 = 36.$

$\rho_1\rho_3 + \rho_3\rho_2 + \rho_1\rho_2 + 2\left(\rho_3\sqrt{\rho_1\rho_2} - \rho_1\sqrt{\rho_3\rho_2} - \rho_2\sqrt{\rho_3\rho_1}\right) = 36.$

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 3 | 45 |
| 46 | 47 48 | 90 |
| 91 | 92 93 | 135 |
| 136 | 137 138 139 | 180 |
| 181 | 182 183 185 | 186 |

225

по 6 чисел

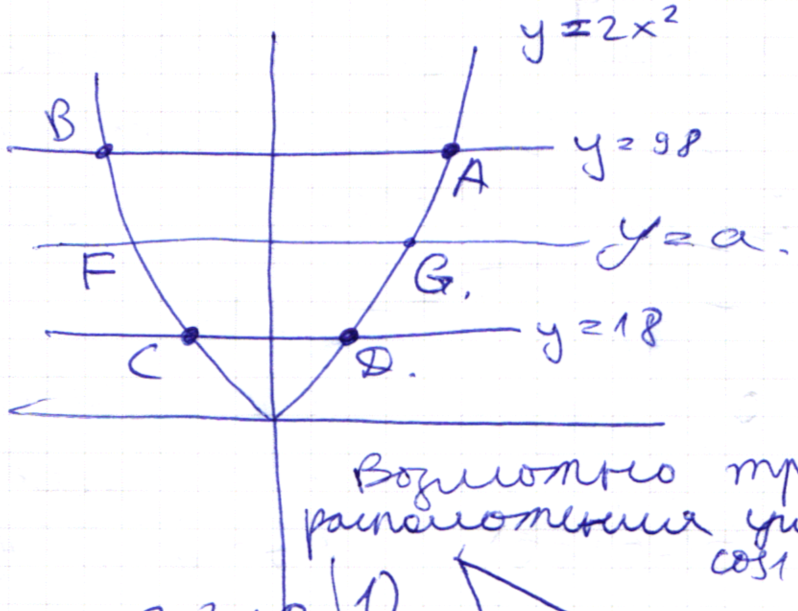
1 2 6 7

1 47 93 139 185.

186
139
45.

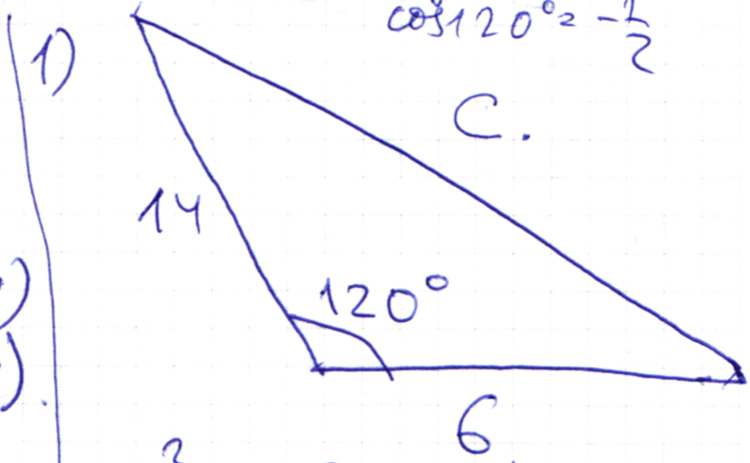
# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.




Возможно три случая расположения угла в $120^\circ$.

$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$




$2x^2 = 98$ $\qquad$ $2x^2 = 18$

$x^2 = 49$ $\qquad$ $x^2 = 9$

$x_{1,2} = \pm 7.$ $\qquad$ $x = \pm 3$

$B(-7; 98)$ $\qquad$ $C(-3; 18)$

$A(7; 98)$ $\qquad$ $D(3; 18).$

$|AB| = \sqrt{(7+7)^2 + (98-98)^2} = 14$

$|CD| = \sqrt{(3+3)^2 + (18-18)^2} = 6.$

$C^2 = 14^2 + 6^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 6 =$

$= 316$

$C = 2\sqrt{79}$ (теорема косинусов

$x_1 = -\sqrt{79}$ $\qquad$ $F(-\sqrt{79}; 158)$

$x_2 = \sqrt{79}.$ $\qquad$ $G(+\sqrt{79}; 158)$

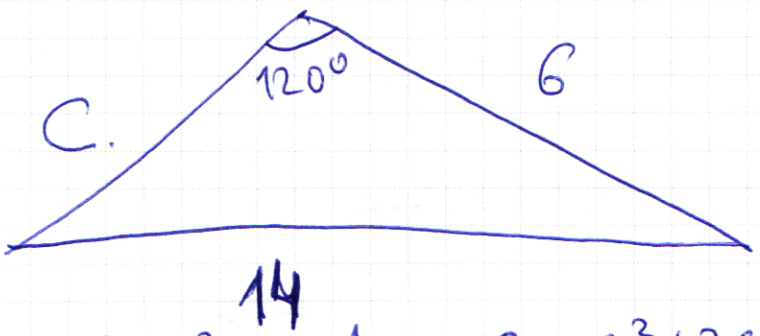
$2x^2 = 2 \cdot 79 = 158$

$y = 158$

$FG = \sqrt{(\sqrt{79} + \sqrt{79})^2 + (158 - 158)^2} =$

$= 2\sqrt{79}.$

2)




$14^2 = c^2+6^2+2\cdot\frac{1}{2}\cdot c\cdot 6 = c^2+36+6c = 196.$

$c^2+6c-160=0.$ (теорема косинусов).

$\frac{D}{4}=(3)^2+160=169.$

$c_{1,2}=-3\pm\sqrt{169}=-3\pm 13$

$c_1=10$ $\quad$ $c_2=-16$ (не подходит по смыслу).

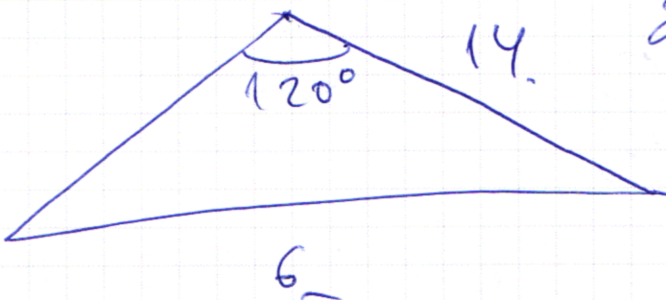
$x_1=5$ $\quad F(5;50)$

$x_2=-5,$ $\quad G(-5;50)$ $\quad FG=\sqrt{(5+5)^2+(50-50)^2}=10$

$2x^2=2\cdot 5^2=50.$

$y=50.$

3)




Этот случай невозможен, т.к. в треугольнике 120° — больший угол, а здесь он противолежит не большей стороне.

Ответ: $a=50$ и $a=158$.

№ 5.

1) $\sqrt{x+7}-x>1.$

$\sqrt{x+7}>x+1.$

$x\in[4;0]$

$x\in[0;2)\cup(2;\frac{4+\sqrt{29}}{2}).$

1) $x+4>0$

$x>-4.$

2) $\sqrt{x+7}-x>0.$

$\sqrt{x+7}>x.$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x+7 > x^2+2x+1.$

$x^2+x-6<0.$

$x \in (-3;2)$

$x \in (0;2).$

$x \in [-4;2).$

$\sqrt{x+7}-x$ Ч.

$x+4 \geq \sqrt{x+7}-x.$

$2x+4 \geq \sqrt{x+7}.$

$2x+4>0.$

$2x>-4$

$x>-2.$

$(-2;2)$

$4x^2+16x+16 \geq x+7.$

$4x^2+15x+9 \geq 0.$

$D=15^2-4\cdot4\cdot9=81.$

$x_{1,2}=\frac{-15\pm\sqrt{81}}{2\cdot4}=\frac{-15\pm9}{8}$

$x_1=-3 \qquad x_2=\frac{-3}{4}.$

$x \in [-4;-3] \cup [\frac{-3}{4};2).$

2) $\sqrt{x+7}-x<1.$

$\sqrt{x+7}<x+1$

$x \in (0;2) \cup (2; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$

$\sqrt{x+7} \in [0;+\infty)$

$x+7>x^2$

$x^2-x-7<0.$

$D=1+7\cdot4=29.$

$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{29}}{2}$

$x \in (\frac{1-\sqrt{29}}{2}; \frac{1+\sqrt{29}}{2}).$

$x \in (-4;0].$

3) $\sqrt{x+7}-x \neq 1.$

$\sqrt{x+7} \neq x+1.$

$x+7=x^2+2x+1.$

$x^2+x-6=0.$

$D=1+4\cdot6=25.$

$x_{1,2}=\frac{-1\pm5}{2}$

$x_1=2 \qquad x_2=-3$

~~(Не подходит)~~

$x \neq 2.$

$\frac{1+\sqrt{29}}{2}=\frac{1+5,\ldots}{2}=$

$=\frac{6,\ldots}{2}=3,\ldots$

$x \in (-4;2) \cup (2; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$

$x+7 < x^2+2x+1.$

$x^2+x-6>0.$

$x\in(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$

$x\in\left(2;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$x+4\le\sqrt{x+7}-x$

$2x+4\le\sqrt{x+7}$

$4x^2+16x+16\le x+7.$

$4x^2+15x+9\le 0.$

$x\in\left[-3;-\frac{3}{4}\right]$

Решений в этом случае

нет (это верно при $x\in\left(2;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$).

Ответ: $x\in[-4;-3]\cup\left[-\frac{3}{4};2\right)$

N 2.

$\cos 4x-\cos 10x=-2\sin\frac{4x+10x}{2}\sin\frac{4x-10x}{2}=-2\sin 7x\cdot$

$\cdot\sin(-3x)=2\sin 7x\,\cancel{\cos}\sin 3x,$

$\sin 3x\sin 7x=\frac{\cos 4x-\cos 10x}{2}=\frac{\cos 4x}{2}-\frac{\cos 10x}{2}$

$\frac{\cos 10x}{2}=\frac{2\cos^2 5x-1.}{2}=\cos^2 5x-\frac{1}{2}.$

$\frac{\cos 4x}{2}=\frac{2\cos^2 2x-1}{2}=\cos^2 2x-\frac{1}{2}=(1-2\sin^2 x)^2-\frac{1}{2}=$

$=1-4\sin^2 x+4\sin^4 x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-4\sin^2 x+4\sin^4 x$

$\sin 3x\sin 7x=\frac{1}{2}-4\sin^2 x+4\sin^4 x-\cos^2 5x+\frac{1}{2}=$

$=4\sin^4 x-4\sin^2 x-\cos^2 5x+1.$

$g(x)=4\sin^4 x-4\sin^2 x-\cos^2 5x+1+\cos^2 5x\cancel{+4}-$

$-\sin^2 x=4\sin^4 x-5\sin^2 x+5=\left(2\sin^2 x-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{55}{16}.$

$\lambda=\sin^2 x.$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{4\lambda^2-5\lambda+5=\varphi(\lambda)}.$

$\cancel{D=25-4\cdot5\cdot4<0}.$

$g(x)=\left(2\sin^2 x-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{55}{16}.$

$\min=\frac{55}{16}$

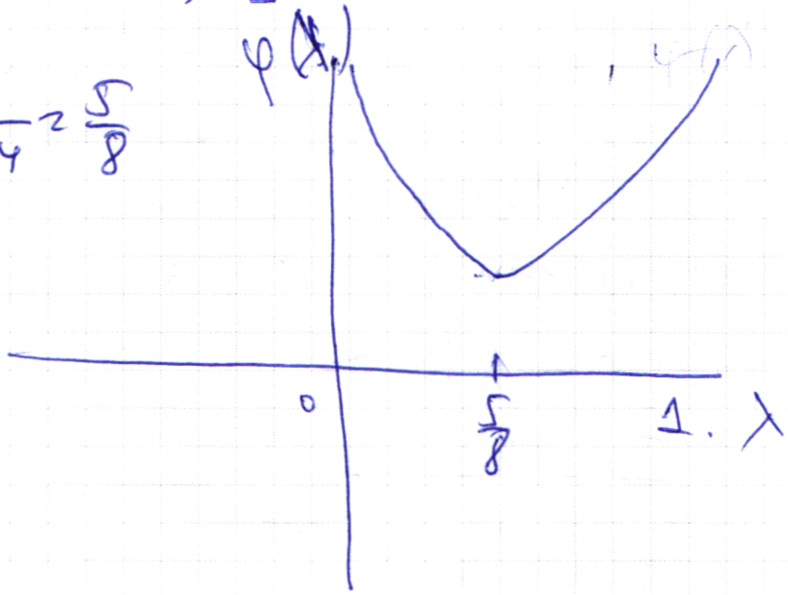
max.

$\max\left[\left(2\sin^2 x-\frac{5}{4}\right)^2\right]$

$\varphi(\lambda)=\left(2\lambda-\frac{5}{4}\right)^2.$ $\lambda\in[0;1]$. $\lambda=\sin^2 x$.

$\varphi(\lambda)=4\lambda^2-5\lambda+5$

$\lambda_{верш.}=\frac{5}{2\cdot4}=\frac{5}{8}$




$\varphi(1)=4-5+5=4$

$\varphi(0)=\cancel{4\cdot0-8\cdot}\,5.$

Ответ: $\min=\frac{55}{16}$, $\max=5$.

N3

На „7" и „0" у нас $\cancel{17}-7=10$ мест.

Как мы можем выбирать наборы!

(~~При подсчёте используем~~ формулу

$\frac{n!}{k!(n-k)!}$ ~~n=10, k-кол-во „7", порядок~~

| „7" | „0" | Кол-во способов |
|---|---|---|
| 1 | 9 | $\frac{10!}{9!1!}=10$ |
| 2 | 8 | $\frac{10!}{2!8!}=45$ |
| 3 | 7 | $\frac{10}{3!7!}=120.$ |
| 4 | 6 | $\frac{10}{4!6!}=210.$ |
| 5 | 5 | $\frac{10!}{5!5!}=252.$ |
| 6 | 4 | 210 |
| 7 | 3 | 120 |
| 8 | 2 | 45 |
| 9 | 1 | 10, |
| | | $\sum=1022.$ |

Но есть 11 способов разместить восьмёрки. На каждый из них по 1022 расположения „7" и „0".

Всего $1022 \times 11 = 11242.$

~~Ответ: 11242 числа.~~

Но в них попали комбинации, начинающиеся с нуля. Таковых имеется (в зависимости от остальных цифр)

| „7" | „0" | Кол-во. |
|---|---|---|
| 1 | 8 | $\frac{17!}{1!8!7!}=$ |
| 2 | 7 | |
| 3 | 6 | |
| 4 | 5 | |
| 5 | 4 | |
| 6 | 3 | |
| 7 | 2 | |
| 8 | 1 | |

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Но это для чисел, начинающихся с „8".

Остальные должны начинаться с „7".

Способов выбрать цифры в ~~этом~~ этих 10 случаях:

| „7" | „0" | |
|---|---|---|
| 0 | 9 | 1 |
| 1 | 8 | $\frac{9!}{1!8!}=9$. |
| 2 | 7 | $\frac{9!}{2!7!}=36$. |
| 3 | 6 | $\frac{9!}{3!6!}=84$ |
| 4 | 5 | $\frac{9!}{4!5!}=126$ |
| 5 | 4 | 126 |
| 6 | 3 | 84 |
| 7 | 2. | 36. |
| 8 | 1. | 9 |

$\Sigma = 611$.

Всего: $611 \times 10 + 1022 = 7132$.

Ответ: 7132 числа.

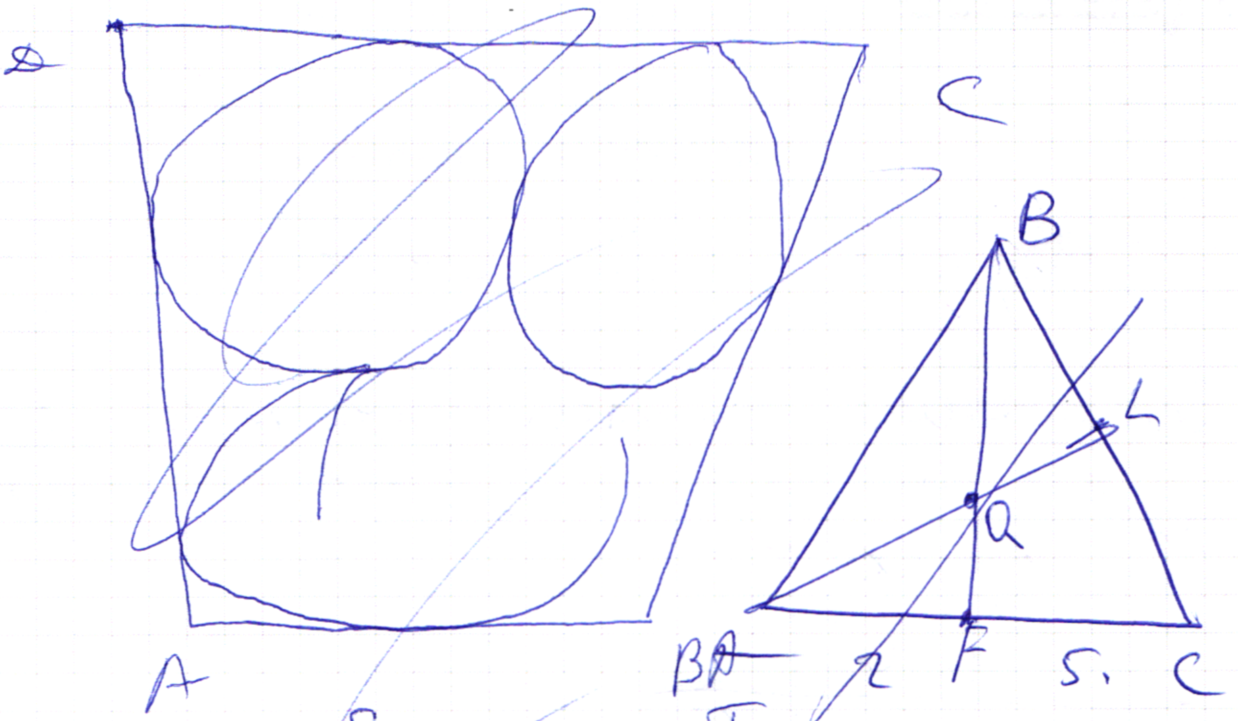
№6

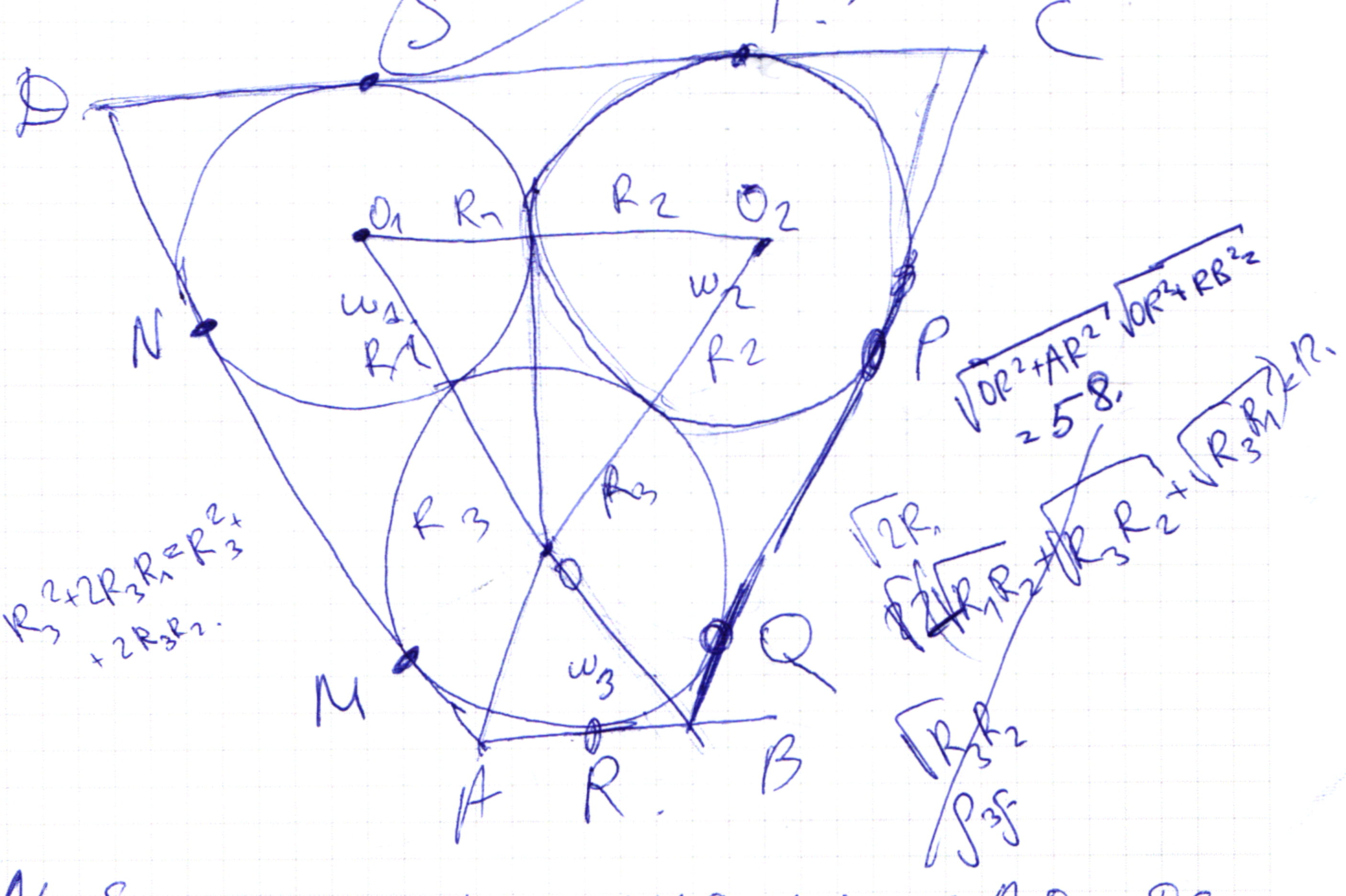
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)



(Нумеровать только чистовики)



$R_3^2+2R_3R_1=R_3^2+2R_3R_2.$

N, S – точки касания $\omega_1$ с AD и DC соответственно

T, P – точки касания $\omega_2$ DC и CB соответственно

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$Q, R, M$ — точки касания $\omega_3$ $BC$, $AB$ и $AD$ соответственно.

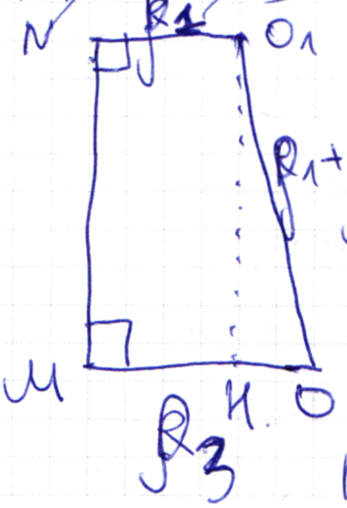
$O_1$, $O_2$ — центры $\omega_1$ и $\omega_2$ соответственно.

$R_1$, $R_2$, $R_3$ — радиусы $\omega_1$, $\omega_2$ и $\omega_3$ соответственно.

Точка касания окружностей друг с другом коллинеарна с их центрами (общая касательная в этой точке $\perp$ обоим радиусам)

$DN = DS$, $CT = CP$, $BQ = BR$, $AR = MA$ как касательные, проведённые из одной точки к $\omega_1$, $\omega_2$, $\omega_3$, $\omega_3$.

$AD + BC - AB - CD = \cancel{AM} + MN + \cancel{ND} + \cancel{BQ} + QP + \cancel{PC} - \cancel{DS} - ST - \cancel{CT} - \cancel{AR} - \cancel{RB} = MN + QP - ST = R.$




$MNO_1O$ — прямоугольная трапеция ($OM$, $O_1N$ — радиусы, проведённые в точку касания, а потому $\perp MN$.)

$O_1H$ — высота трапеции, равная и параллельная $MN$.

$OH = \rho_1 - \rho_3$

$MN = O_1H = \sqrt{(OO_1)^2 - (HO)^2} = \sqrt{(\rho_1+\rho_3)^2 - (\rho_1 - \rho_3)^2} = \sqrt{4\rho_1\rho_3} =$
$= 2\sqrt{\rho_1\rho_3}$ (теорема Пифагора в $\triangle OO_1H$).

Аналогично получаем: $QP = 2\sqrt{\rho_3\rho_2}$, $ST =$
$= 2\sqrt{\rho_1\rho_2}$

$MN + QP - ST = 2(\sqrt{\rho_1\rho_3} + \sqrt{\rho_3\rho_2} - \sqrt{\rho_1\rho_2}) = 12.$

$\sqrt{\rho_1\rho_3} + \sqrt{\rho_3\rho_2} - \sqrt{\rho_1\rho_2} = 6.$

N 7.

Запишем числа в виде таблицы:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | . . . | 44 | 45 |
| 46 | 47 | 48 | | | 90 |
| 91 | . | . | . . . | . | 135 |
| 136 | . | . | . . . | . | 180 |
| 181 | . | . | . . . | . | 225. |

Разность чисел делится на 45 тогда и только тогда, когда они расположены в одном столбце. В ином случае будет $m-(n+k)$ ($m$ и $n$ в одном столбце, $n-k$ в другом, $m-n+k$, $m-n \vdots 45$, а $k$ нет (это разность двух чисел из одной строки). Тогда никакая выбранная пара не располагается в одном столбце. Значит, надо брать числа как можно меньше, т.е. ~~от~~

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

[1; 6], [52; 57], [103; 108], [154; 159], [205; 210]. ~~Если заменить числа из разных промежутков по типу.~~ ~~Если „координаты" двух чисел~~

Если среди использованных столбцов поменять ~~стол~~ строки пересечения (к примеру в вышеуказанном наборе вместо 6 взять ~~7~~, а вместо 52 взять 51), то сумма этих двух чисел не изменится (и вся сумма тоже).


a – число расположенное в m-том столбце n-ной строке, а b – в n+p-той строке m+q-том столбце. Тогда $a+45(p-1)+$ $+q=b$.

т.к. суммы в диагоналях прямоугольника равны, т.к. ~~равны~~ ДОН4 [диагонали] равны. А если мы заменим какое-нибудь число на числу из ~~неиспользованного~~ столбца той же строки, мы только увеличим сумму, т.к. уменьшить нельзя (мы попадём в другие занятые столбцы). Значит исходная сумма минимальна ~~(по другому менять набор нельзя)~~ (с помощью других операций набор менять нельзя)

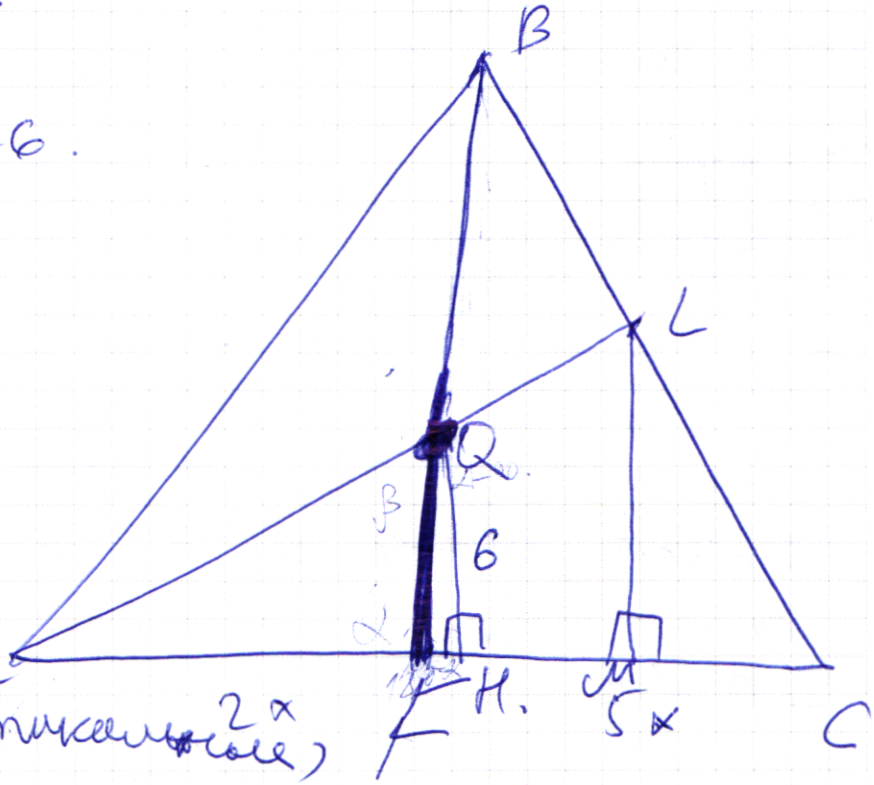
$$\sum = \frac{1+6}{2}\cdot 6+\frac{52+57}{2}\cdot 6+\frac{103+108}{2}\cdot 6+\frac{154+159}{2}\cdot 6+$$

$$+\frac{205+210}{2}\cdot 6 = 3(1+6+52+57+103+108+154+$$

$$+159+205+210) = 3(\cancel{7+2109}+\cdot 3\cdot 219 = 1266.$$

Ответ: 1266.

№6.



$QH \perp AC$. $QH = 6$.

$LM \perp AC$

$LM$ – ?

$AF = 2x$

$FC = 5x$.

$$\frac{S_{\triangle BQL}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{5}{12}.$$

$\angle AQF = \angle BQL = \beta$ (вертикальные)

$\angle AFB = \alpha$.

$$S_{\triangle BAC} = S_{\triangle AFB} + S_{\triangle CFB} = \frac{2x\cdot BF\sin\alpha}{2} + \frac{5x\cdot BF\cdot\sin(180^\circ-\alpha)}{2} = \frac{7x\cdot BF\sin\alpha}{2}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

МФТИ

15-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S_{\triangle BQL} = \frac{BQ\cdot QL\sin B}{2}$$

~~(∠BQL = ∠A0~~

$$\frac{S_{\triangle BQL}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{BQ\cdot QL\cdot \sin B}{7x\cdot BF\cdot \sin\alpha} = \frac{5}{12}.$$

$$S_{\triangle AQC} = \frac{QH\cdot AC}{2} = \frac{QF\cdot 2x\sin\alpha}{2} + \frac{QF\cdot 5x(\sin(180^\circ-\alpha))}{2} = \frac{QF\cdot 7x\sin\alpha}{2}.$$

$$S_{\triangle ALC} = \frac{LM\cdot AC}{2} = \frac{AL\cdot LC}{}$$

$$S_{\triangle AQC} = \frac{FA\cdot\sin\alpha\cdot QF}{2} + \frac{QF\sin(180^\circ-\alpha)\cdot FC}{2} = \frac{(FA+FC)QF\sin\alpha}{2} = \frac{AC\cdot QF\cdot\sin\alpha}{2} = \frac{7x\cdot QF\sin\alpha}{2} = \frac{QH\cdot AC}{2} \Rightarrow QH = QF\sin\alpha.$$

$$S_{\triangle AQP} = \frac{AQ\cdot QF\sin B}{2} = \frac{QF\cdot FA\sin\alpha}{2}$$

$$AQ\sin\beta = FA\cdot\sin\alpha.$$

$$\frac{\sin B}{\sin\alpha} = \frac{FA}{AQ}.$$

$$\frac{BQ\cdot QL\cdot FA}{7x\cdot BF\cdot AQ} = \frac{5}{12}$$

$$\angle LAP = 180^\circ - \beta - \alpha = \gamma$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\frac{S_{\triangle QAF}}{S_{\triangle LAC}} = \frac{QH \cdot AC \cdot 0{,}5}{LM \cdot AC \cdot 0{,}5} = \frac{LA \cdot AC \sin\gamma \cdot 0{,}5}{\cancel{\sin} QA \cdot AF \cdot \sin\gamma \cdot 0{,}5} =$$

$$= \frac{LA \cdot AC}{QA \cdot AF} = \frac{QH}{LM}.$$

$$\frac{AQ \cdot AF}{LA \cdot AC} = \frac{QH}{LM}.$$

$$\frac{BQ \cdot QL \cdot FA}{7x \cdot BF \cdot AQ} = \frac{5}{12}.$$

$$\frac{AF^2}{LA \cdot AC^2} = \frac{BQ \cdot QL}{}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

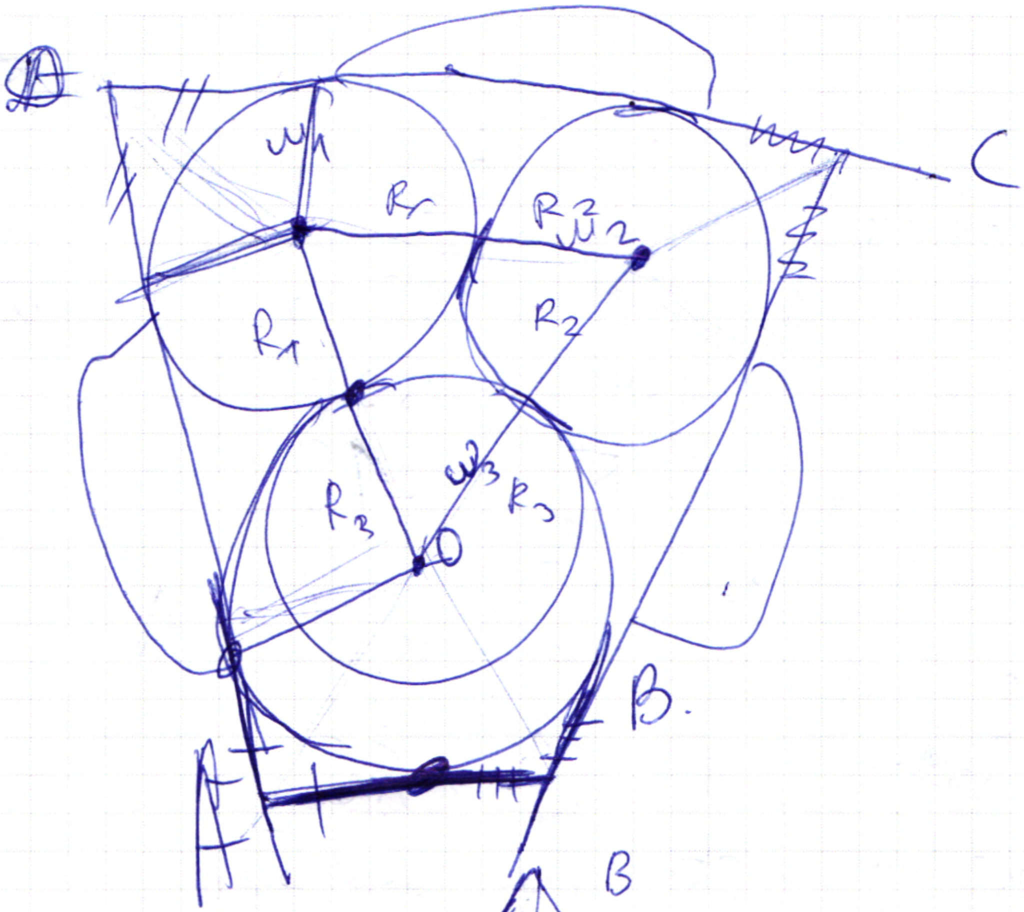
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

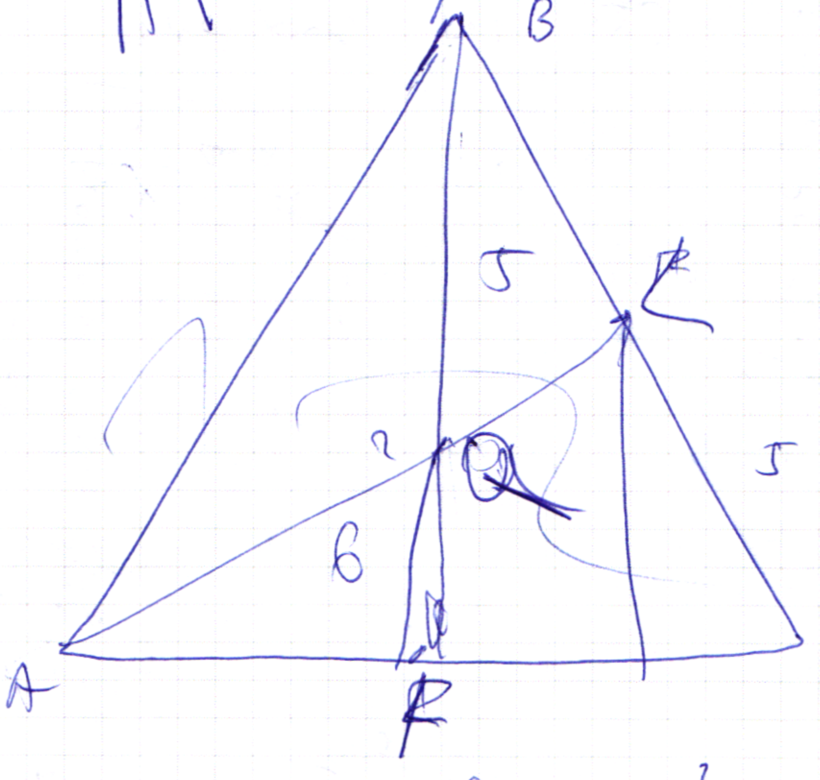
15-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА




$\sqrt{2R_2R_1}$

$(R_1+R_2)^2-(R_2-R_1)^2$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

1) 8 8 8 8 8 8 8 8
2) 8 8 8 8 8 8 8 8
3) 8 8 8 8 8 8 8 8
4) 8 8
5) 8 8
6) 8 8
7) 8 8
8) 8 8
9) 8 8
10) 8 8

"7"

1
2 $\frac{10!}{8!\cdot 2!}$
3
4
5
6
7
8
9

0
9 (9).
8
7
6
5
4
3
2
1.

1 . . . 6
52 . . . 57.
103 108
154 159
205 210
80

1 8 8 8 8 8 8 8
2 8 8
3 8 8
4 8 8
5 8 8
6 8 8
7 8 8
8 8 8
9 8 8
10 8 8
11 8 8

$\frac{10!}{5!5!}$

1 2
47 48
93 94.
139
148
187

1 46 91 136 181

45 90 135 180 225

$\frac{10!}{9!1!}$

$\frac{180}{8!2!}$ 225

45.

1 46. 45 90

10 + 90 + 240 + 420 + 252

188

660
110.
770
252

$\frac{10!}{8!}$

1022
1022
1022

$\frac{12}{42}$ 21 $\frac{21}{255}$

$\frac{8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3}$

$\frac{10!}{3!7!}$

12
47 48
93 94.
$a_2 - a_1$
$a_1 + \ldots + a_{302}$

94

10

44 + 46.

2 2 2 2 2 2 2

9 8 7 6 5 4 3 2 1.

10 · 9 · 8

10 3

$\frac{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}$

$\frac{6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}$

1022
1022
11 242

$a_1 - a_2 \vdots 45$
$a_2 - a_3 \vdots 45.$

$\frac{R_2 - R_1}{R_1 + R_2} 2$

2 3
46 49.

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

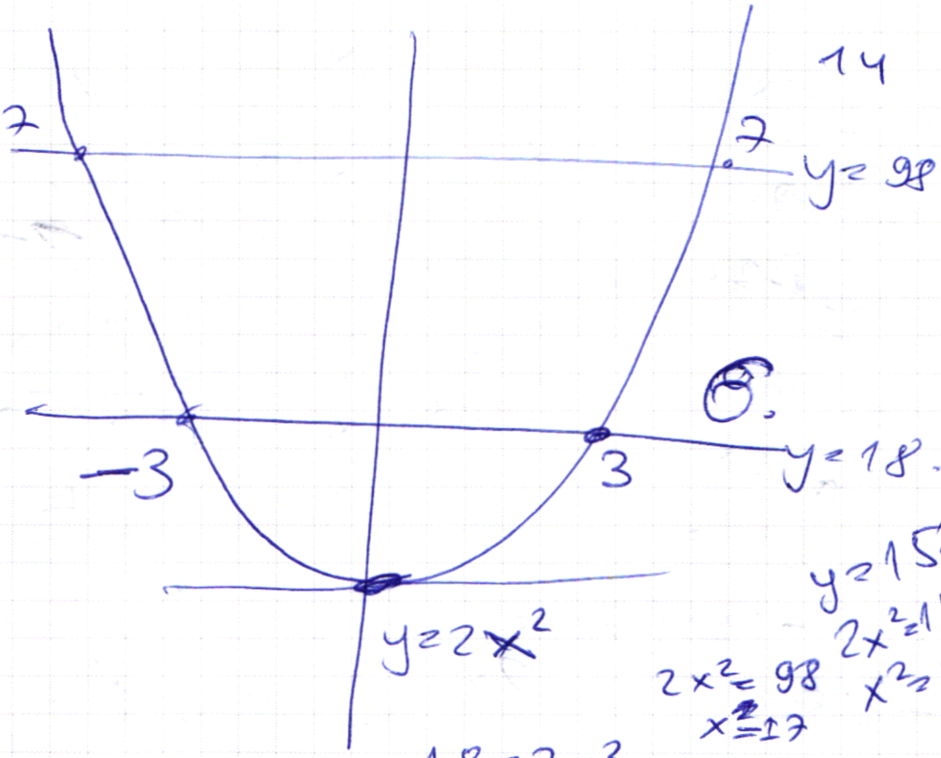
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА




y = 158

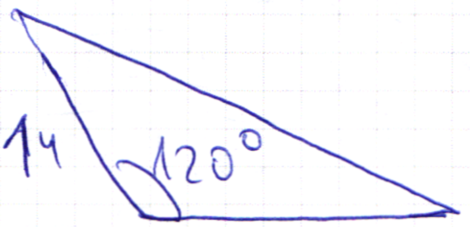
$2x^2 = 158$

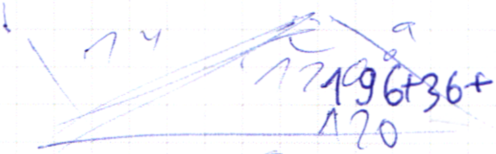
$x^2 = 79.$

$2x^2 = 98$

$x^2 = 17$

$18 = 2x^2$



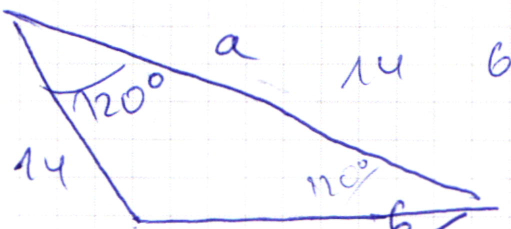

196+36+84.

6.20

~~1416~~

$2\sqrt{79}$

$a^2 = 14^2 + 6^2 + 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 14\cdot 6 =$




14 $\quad 6+2\sqrt{79}$

158

79 · 4 = 280 $\quad$ 36.

13 · 13 = 39, 13, 169

14 · 14 = 56, 14, 196

14 · 6 = 84

100+36+ +60² $\quad$ 27 = ~~7~~

$6 = \frac{28}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{3}}{14\cdot 16}$ $\quad$ 79 | 4

$\frac{14}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $\quad \frac{6\sqrt{3}}{28\cdot 14}$ $\quad$ 4 · 79.

$169 = 13$ $\quad \sqrt{169} = 13$ $\quad$ 1 69

36, 232, 84

$\sqrt{316} = 1$ $\quad$ 216

$2x^2 = 50$ $\quad$ 10

$c^2 + 14c + 160.$

$36 = c^2 + 196 + 14c.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1.$

$\sqrt{x+7}-x>0.$

$\sqrt{x+7}>x.$ 1 6

$x+4>0.$ 110 205

$\sqrt{x+7}\neq 1.$

$x\neq -6.$

$4\cdot\frac{25}{16} - \frac{25}{8} + 5.$

$-\frac{25}{16}+\frac{80}{16}.$

$8888{,}8888$

$\sin\frac{3x+7x}{2}=$

$\frac{a+b}{2}=7x$ $a+b=14x.$

$\frac{a-b}{2}=7x.$ $a+b=6x$

$a-b=14x.$

$a-b=6x$ $a=10x$

$b=-4x.$

$a=10x$

$b=4x.$

$\sqrt{x+7}>x$ 57 57

$x\neq -7.$ 789 154

103 108.

$16\sin^3 x\cos x - 10\sin x\cos x = 0$

$2\sin x\cos x(8\sin^2 x - 5) = 0.$

$\sin x\cdot\cos x = 0.$

$\sin 2x = 4a$

$\sqrt{x+7}-x>0$

$\sqrt{x+7}>x.$

$x\in[0;+\infty).$

$x+7>x^2.$

$x^2-x-7<0.$

$D=1+4\cdot 7=29.$

$x_{1,2}=1\pm\sqrt{29}.$

$(1-\sqrt{29};\ 1+\sqrt{29})$

$1-\sqrt{29}>-6.$

$\sqrt{29}-1<6$

$\cos(10x)-\cos(4x)=$

$=-2\sin 7x\sin 3x$

15
15
225

16

144
81

$(0;2)\cup\left(2;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$2\sin^2 x=\frac{5}{4}$ $\frac{5}{8}.$

$\cos 4x-\cos 10x=2\sin$

$2\sin^2 x-2\cdot\frac{5}{4}$

$2\cdot 2\cdot\frac{5}{4}$

$\frac{25}{16}$

$\frac{\pi}{6}\quad\frac{2\pi}{3}$ $2\sin 7x\sin(-3x).$

$\cos\frac{\pi}{6}$ $\cos\frac{\pi}{3}$ $g(x)=\frac{\cos 4x}{2}-\frac{\cos 10x}{2}-\sin^2 x+\cos^2 5x+4.$

$\cos 10x=2\cos^2 5x-1.$

$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=-2\sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{-\pi}{3}$

cos cos − sin sin

$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

cos cos + sin sin

80=16.5.

5

$\frac{25}{16}+\frac{55}{16}$