

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО  
МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2

ШИФР

9-1

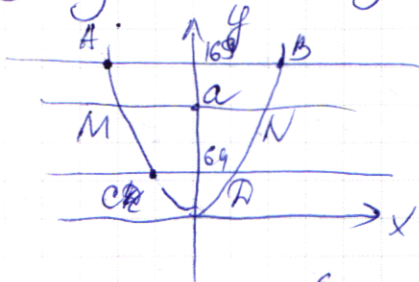
Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола  $y = x^2$  пересекает прямые  $y = 169$ ,  $y = 64$  и  $y = a$ , высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра  $a$  из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом  $120^\circ$ ?
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$ .
3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.
4. Дан четырёхугольник  $ABCD$ . Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$ , причём  $\omega_1$  касается сторон  $AD$  и  $DC$ ,  $\omega_2$  касается сторон  $DC$  и  $CB$ , а  $\omega_3$  касается сторон  $CB$ ,  $BA$  и  $AD$ .
  - а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что  $AD + BC - AB - CD = 10$ .
  - б) Найдите угол  $AOB$ , где  $O$  – центр окружности  $\omega_3$ .
  - в) Пусть дополнительно известно, что  $AO \cdot BO = 42$ . Найдите  $AB$ .
5. Решите неравенство  $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$ .
6. Точки  $F$  и  $L$  лежат на сторонах  $AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно, причём  $AF : FC = 3 : 4$ . Отрезки  $BF$  и  $AL$  пересекаются в точке  $Q$ ; площади треугольников  $BQL$  и  $BAC$  относятся как  $1 : 16$ . Найдите расстояние от точки  $L$  до прямой  $AC$ , если расстояние от точки  $Q$  до прямой  $AC$  равно 9.
7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка  $[1; 35]$ ,  $[36; 70]$ ,  $[71; 105]$ ,  $[106; 140]$ ,  $[141; 175]$ . Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①  $y = x^2$      $y = 169$      $y = 64$      $y = a$



$x^2 = 169 \Rightarrow x = \pm 13$

$g(A; B) = 26$

$x^2 = 64 \Rightarrow x = \pm 8$

$g(C; D) = 16$

$x^2 = a \Rightarrow x = \pm \sqrt{a}$

$g(M; N) = 2\sqrt{a}$

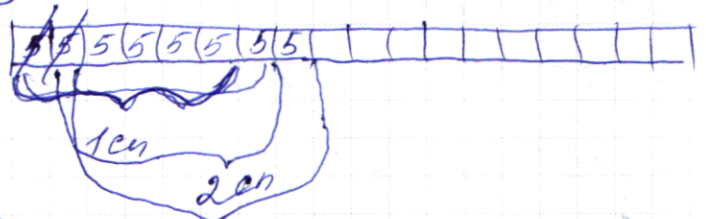
Итак по Т. кос

$4a = 26^2 + 16^2 + 2 \cdot 26 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2}$

$4a = 676 + 256 + 416 = 1348$

$a = 337$

③. Мы имеем 18 ячеек, которые нужно заполнить цифрами "0", "5", "9", так, чтобы цифр "5" было 6 шт и расставлены подряд. Способов заполнения ~~остатков~~ ~~ячеек~~ ~~заполнения~~ такого заполнения 13.



3 cell: 4 и 7

в итоге  
13

теперь нам нужно заполнить оставшиеся 12 ячеек цифрами "0", "9"

Способов заполнения одной ячейки двумя цифрами  $C_2^1$

умножим на 12 и ~~разделим~~ <sup>отметим</sup> 1 случай, потому что ~~нет~~ в первой ячейке может стоять не ноль.

В итоге получили  $13 \cdot (12 \cdot C_2^1 - 1) =$

$$= 13 \cdot 24 - 13 = 13 \cdot 23 = 299$$

Т.е. есть всего 18-и возможные тесел с 6-тью «пестерками» подряд и остальными цифрами «0», «9», может быть 299.

7. Для начала, чтобы у нас сумма была наименьшей, возьмем из первого промежутка  $[1; 35]$ , наименьшее число 1, 2, 3, 4, 5, для того чтобы разность двух любых чисел не была кратна 35, будем прибавлять к наибольшему числу из промежутка 36. В итоге получим такие четверки:  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;  $\{41, 42, 43, 44, 45\}$ ;  $\{81, 82, 83, 84, 85\}$ ;  $\{121, 122, 123, 124, 125\}$ ;  $\{161, 162, 163, 164, 165\}$

Поскольку эти числа у нас минимально возможно выстроены и в каждом промежутке число повторяется не может (в условии это не оговорено, возьмем за правду), то их сумма точно будет минимально возможной.

Сумма равна: 2075

Если все возможно, то эти числа в пестерках могут быть одинаковыми, то получаем, также ~~пестерки~~ возможные наименьшие пестерки 1, 1, 1, 1, 1; 37, 37, 37, 37, 37; 73, 73, 73, 73, 73; 109, 109, 109, 109, 109; 145, 145, 145, 145, 145

Сумма: 1825

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \textcircled{2}. g(x) &= \sin 5x \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 = \\ &= \frac{1}{2} (\cos 4x - \cos 14x) - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 = \\ &= \frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 14x - 1 + \cos^2 7x - \cos^2 x - 3. \end{aligned}$$

$$g'(x) = -\frac{1}{2} \sin 4x \cdot 4 + \frac{1}{2} 14x \sin 14x - 7 \cdot 2 \sin 7x \cos 7x + 2 \cos x \sin x = 0$$

$$-2 \sin 4x + 7 \sin 14x - 7 \sin 14x + \sin 2x = 0$$

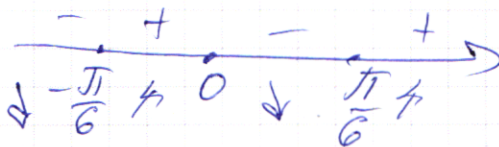
$$\sin 2x - 4 \sin 2x \cos 2x = 0$$

$$\sin 2x (1 - 2 \cos 2x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$n=0$



$$x_{\min} = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_{\min} = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_{\max} = \frac{\pi}{2} \cdot n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} g_{\min} &= \sin\left(5 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) \sin\left(9 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) - \sin^2 7 \cdot \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{\pi}{6} - 3 = \\ &= \frac{1}{2} \sin\left(2\pi - \frac{3\pi}{6}\right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} - 3 = \frac{1}{2}(-1) - \frac{3}{8} - 3 = -\frac{21}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{\min} &= \sin\left(5 \cdot \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(9 \cdot \frac{\pi}{6}\right) - \sin^2\left(7 \cdot \frac{\pi}{6}\right) - \cos^2 \frac{\pi}{6} - 3 = \\ &= -\frac{21}{8} \end{aligned}$$

$$g_{\max} = \sin\left(5 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(9 \cdot \frac{\pi}{2}\right) - \sin^2\left(7 \cdot \frac{\pi}{2}\right) - \cos^2 \frac{\pi}{2} - 3 =$$

$$= -3$$

~~при каждом  $n \in \mathbb{Z}$~~   $x_{\min} = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$  и будет

такое наименьшее значение функции.  $g_{\min} = -\frac{21}{8}$

Аналог. к  $\max$   $g_{\max} = -3$  при любом  $n \in \mathbb{Z}$   $x_{\max} = \frac{\pi}{2} n$

$$(5) \log_{\sqrt{x+3}-x} (x+5) \geq 1$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3}-x > 0 & \text{не } \sqrt{x+3} \\ x > -5 \\ \sqrt{x+3}-x \neq 1 \end{cases}$$

$$1) 0 < \sqrt{x+3}-x < 1$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3}-x > 0 \\ \sqrt{x+3}-x < 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3} > x \Rightarrow x \in (0; \frac{1+\sqrt{13}}{2}) \setminus \{1\}$$

~~и~~

$$\sqrt{x+3} < x+1$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x+3 < x^2+2x+1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2+x-2 > 0 \\ x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x \in (1; +\infty) \\ x \in (0; \frac{1+\sqrt{13}}{2}) \setminus \{1\} \end{cases} \Rightarrow x \in (1; \frac{1+\sqrt{13}}{2})$$

$$x+5 \leq \sqrt{x+3}-x$$

$$\sqrt{x+3} \geq 2x+5$$

$$x+3 \geq 4x^2+20x+25$$

$$4x^2+19x+22 \leq 0 \quad D=9$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = -\frac{22}{8}$$

$$\begin{cases} x \in [-\frac{22}{8}; -2] \\ x \in (1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}) \end{cases} \Rightarrow \emptyset \quad 1) \emptyset$$

$$2) \sqrt{x+3}-x > 1$$

$$\sqrt{x+3} > x+1 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x+3 > x^2+2x+1 \end{cases}$$

$$x^2-x-2 < 0$$

$$\begin{cases} x \in (-2; 1) \\ x > -3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in (-2; 1)$$

$$\begin{aligned} x+5 &\geq \sqrt{x+3}-x \\ \sqrt{x+3} &\leq 2x+5 \end{aligned}$$

$$4x^2+19x+22 \geq 0 \quad D=9$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -\frac{22}{8}] \cup [-2; +\infty) \\ x \in (-2; 1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\underline{x \in (-2; 1)}$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x \in 1) \quad \mathbb{R} \setminus \left( \left( \frac{17\sqrt{13}}{2} \right) \right) \quad \emptyset$   
 $2) \quad \sqrt{x+3} - x > 1$

$\begin{pmatrix} 1348 \\ 128 \\ 68 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \end{pmatrix}$

$1348 \begin{matrix} 16 \\ 8 \\ 128 \end{matrix}$

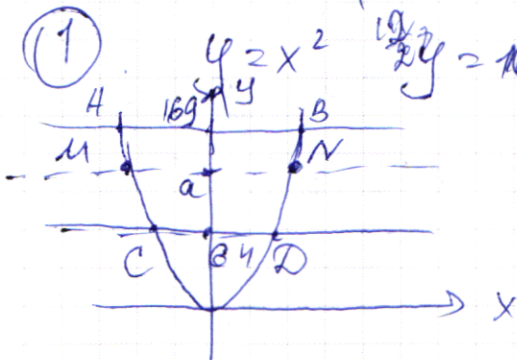
$\begin{matrix} 26 \\ 26 \\ 156 \\ 52 \\ 676 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 26 \\ 16 \\ 156 \\ 28 \\ 416 \end{matrix}$

$\sqrt{x+3} > x+1$   
 $\begin{cases} x \geq -3 \\ x+3 > x^2+2x+1 \end{cases}$

$x^2 + 2x - 2 < 0$

$\begin{cases} x \in (-2; 1) \\ x \geq -3 \end{cases} \Rightarrow x \in (-2; 1)$

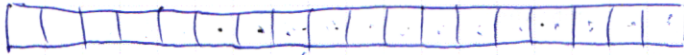
$\frac{1348}{12} = 112 \frac{4}{3} \Rightarrow x \in (-2; 1)$



$y = x^2$   
 $y = 169 \Rightarrow x = \pm 13$   
 $y = 64 \Rightarrow x = \pm 8$   
 $Q(A; B) = 26$   
 $Q(C; D) = 16$

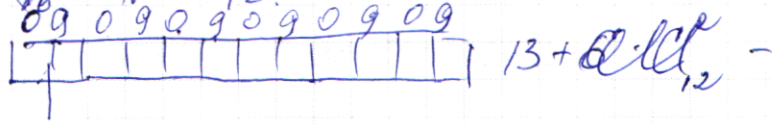
$x^2 = a \quad |x| = \sqrt{a} \quad x = \pm \sqrt{a} \Rightarrow Q(U; V) = 2\sqrt{a}$   
 $4a = 26^2 + 16^2 + 2 \cdot 26 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2} =$   
 $= 676 + 256 + 416 = 1348$   
 ~~$4a = 1348 \Rightarrow a = 337$~~   
 $a = 337$

5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5



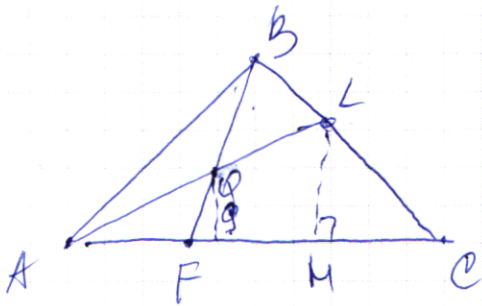
13

$$A_{18}^6 = \frac{18!}{(18-6)!} = \frac{18!}{12!} = A$$



$$12 \cdot C_2^1$$

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$

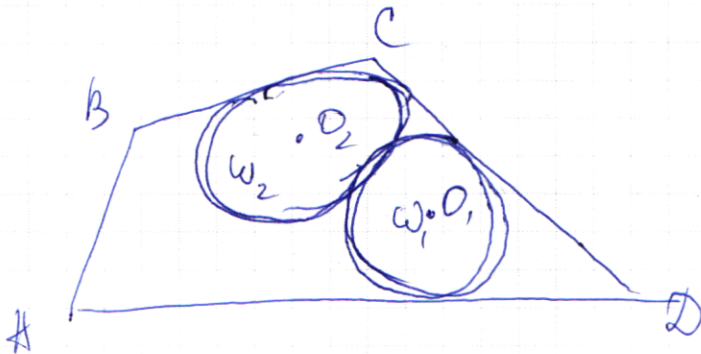


$$\frac{BF}{FC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}} = \frac{1}{16}$$

13  
23  
39  
29  
29

FQLM - трапеция



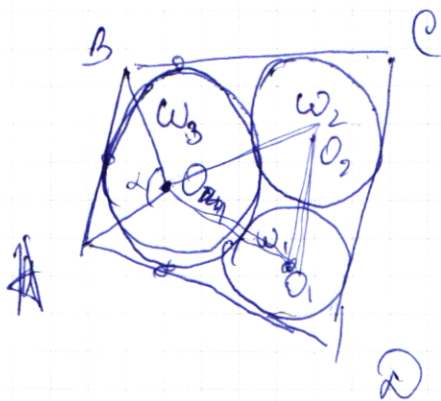
2      190      18 5/5      75 5/5  
365

5      37.5      5.73

5 \* 1.089      5 \* 145

109      145

545      77.25



$$AD + BC - AB - CD = 10$$

$$AO \cdot BO = 42$$

$$AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2 \cdot AO \cdot BO \cdot \cos \alpha$$

$$AD + BC - 10 = AB + CD$$

725 545 365 190  
910

1100 1825



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}$   
 $a_{14}, a_{15}, a_{16}, a_{17}, a_{18}, a_{19}, a_{20}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{25}$

~~$a_1$~~   ~~$a_2$~~   ~~$a_3$~~   ~~$a_4$~~   ~~$a_5$~~   ~~$a_6$~~   ~~$a_7$~~   ~~$a_8$~~   ~~$a_9$~~   ~~$a_{10}$~~   ~~$a_{11}$~~   ~~$a_{12}$~~   ~~$a_{13}$~~   ~~$a_{14}$~~   ~~$a_{15}$~~   ~~$a_{16}$~~   ~~$a_{17}$~~   ~~$a_{18}$~~   ~~$a_{19}$~~   ~~$a_{20}$~~   ~~$a_{21}$~~   ~~$a_{22}$~~   ~~$a_{23}$~~   ~~$a_{24}$~~   ~~$a_{25}$~~

$$\sum_{i=1}^{25} a_i =$$

~~1 2 3 4 5~~

~~6 7 8 9 10~~

1 2 3 4 5

41 42 43 44 45

~~60 70 80 90~~

81 82 83 84 85

121 122 123 124 125

161 162 163 164 165

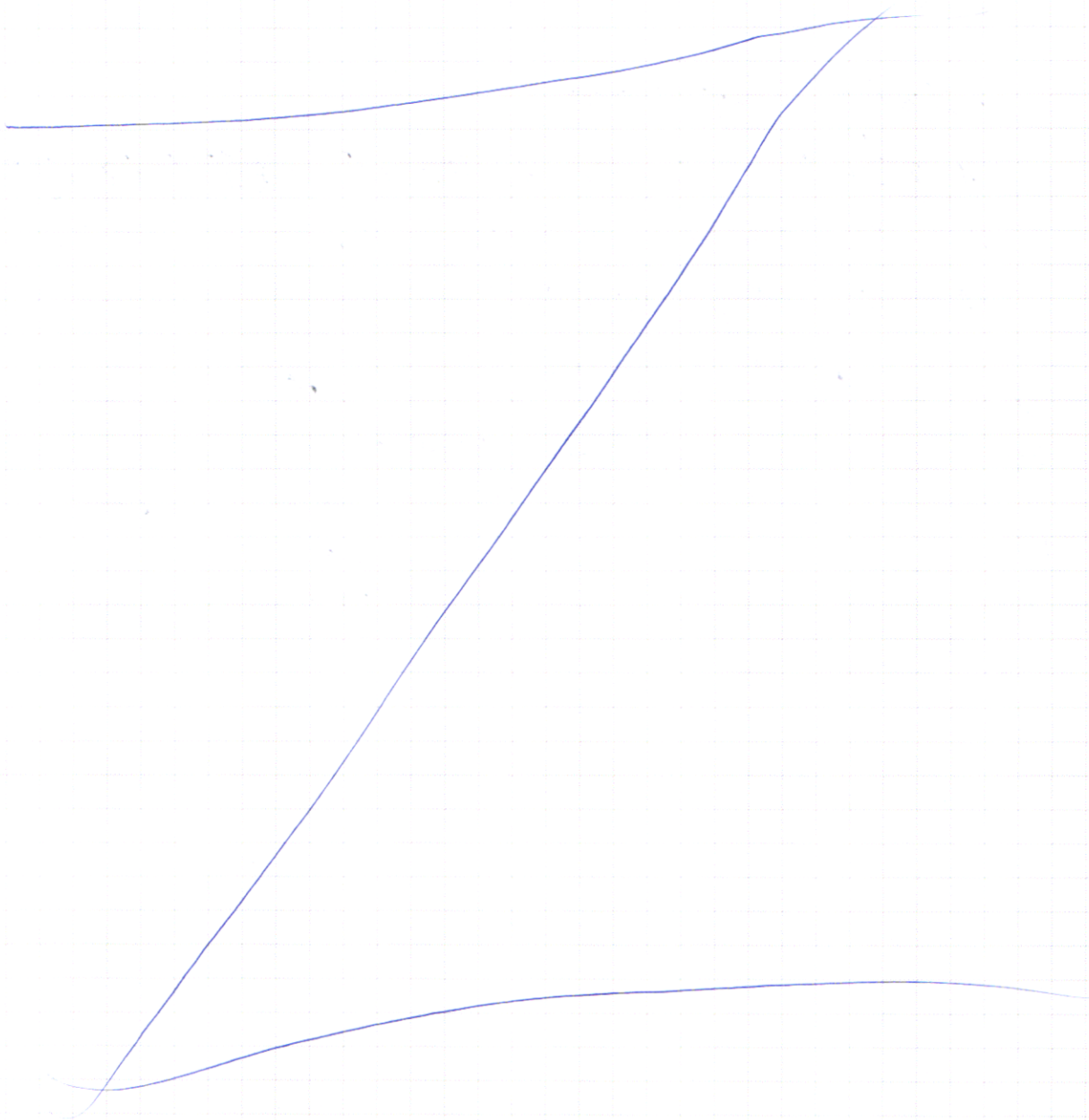
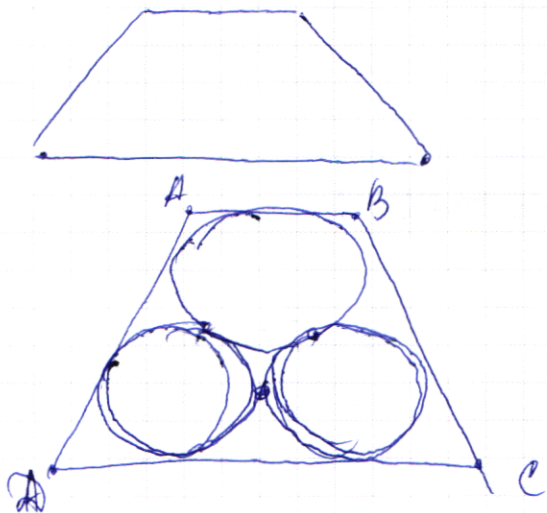
35  
70  
105  
140  
175

$a_1 = 41, a_5 = 45$

$$S_5 = \frac{41 + 45}{2} \cdot 5 = 43 \cdot 5 = 215$$

15  
4015  
615  
8015

2075



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(2) \quad g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$$

$$g'(x) = 5 \cos 5x \cdot 9 \cdot \cos 9x - 2 \sin 7x \cdot \cos 7x \cdot 7 + 2 \cos x \sin x =$$

$$= 45 \cos 9x \cdot \cos 5x - 7 \sin 14x + \sin 2x \quad (=)$$

~~$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$~~

~~$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))$$~~

~~$$\sin(\alpha+\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$~~

~~$$\sin(\alpha-\beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$~~

~~$$\cos(\alpha+\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$~~

~~$$\cos(\alpha-\beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$~~

~~$$2 \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))$$~~

~~$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$$~~

~~$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta))$$~~

$$(2) \quad 45 \cdot \frac{1}{2} (\cos 14x + \cos 4x) - 7 \sin 14x + \sin 2x =$$

$$= \frac{45}{2} \cos 14x + \frac{45}{2} \cos 4x - 7 \sin 14x + \sin 2x =$$

~~$$= \frac{45}{2} \cos^2 7x - \frac{45}{2} \sin^2 7x - 7 \sin 7x \cos 7x + \sin 2x =$$~~

=

~~$$g(x) = \frac{1}{2} (\sin 14x + \cos 8x)$$~~

~~$$= \frac{1}{2} (\cos 4x - \cos 14x) - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 =$$~~

~~$$= \frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 14x - 1 + \cos^2 7x - \cos^2 x - 3 \Rightarrow$$~~

$$\Rightarrow g'(x) = -\frac{1}{2} \sin 4x \cdot 4 + \frac{1}{2} 14 \cdot \sin 14x - 2 \cos 7x \cdot \sin 7x + 2 \cos x \sin x = 0$$

~~$$-2 \sin 4x + 7 \sin 14x - 7 \sin 14x + \sin 2x = 0$$~~

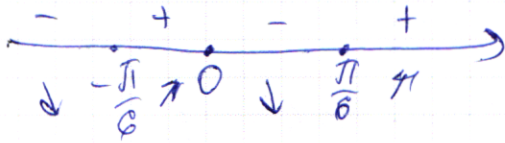
~~$$\sin 2x - 4 \sin 2x \cos 2x = 0$$~~

~~$$\sin 2x (1 - 2 \cos 2x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{n}, n \in \mathbb{Z} \\ 2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \end{cases}$$~~

sin

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

n=0



$$x_{\min} = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_{\min} = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_{\max} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} f_{\min} &= \sin\left(5 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) \cdot \sin\left(9 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) - \sin^2 7 \cdot \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{\pi}{6} - 3 = \\ &= +\frac{1}{2} \sin\left(2\pi - \frac{3\pi}{6}\right) - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} - 3 = \\ &= \frac{1}{2}(-1) - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} - 3 = -1 - 3 - \frac{3}{4} = -\frac{12}{4} - \frac{7}{4} = -\frac{21}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{\min} &= \sin\left(5 \cdot \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(9 \cdot \frac{\pi}{6}\right) - \sin^2\left(7 \cdot \frac{\pi}{6}\right) - \cos^2 \frac{\pi}{6} - 3 = \\ &= \frac{1}{2}(-1) - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} - 3 = -\frac{21}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{\max} &= \sin\left(5 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(9 \cdot \frac{\pi}{2}\right) - \sin^2 7 \cdot \frac{\pi}{2} - \cos^2 \frac{\pi}{2} - 3 = \\ &= 1 \cdot 1 - 1 - 0 - 3 = -3 \end{aligned}$$

5.  $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

1)  $0 < \sqrt{x+3}-x < 1$   
 $\begin{cases} \sqrt{x+3}-x > 0 \\ \sqrt{x+3}-x < 1 \end{cases}$   $\sqrt{x+3} > x$   $x \in (0; \frac{1+\sqrt{3}}{2})$

$$\sqrt{x+3} < x+1$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x+3 < x^2+2x+1 \end{cases}$$

$$x^2+x-2 > 0$$

$$x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$$

$$\begin{cases} x \in (1; +\infty) \\ x \in (0; \frac{1+\sqrt{3}}{2}) \end{cases} \Rightarrow x \in (1; \frac{1+\sqrt{3}}{2})$$

$$x+5 \leq \sqrt{x+3}-x$$

$$\sqrt{x+3} \geq x+5$$

$$x+3 \geq 4x^2+10x+25$$

$$19x^2+19x+22 \leq 0 \quad 4x^2+19x+22 \leq 0$$

$$D = 19^2 - 16 \cdot 22 = 9$$

$$\begin{cases} x > -5 \\ x > -3 \\ \sqrt{x+3}-x > 0 \\ \sqrt{x+3}-x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ \sqrt{x+3} > x \\ \sqrt{x+3} \neq x+1 \\ x+3 \neq x^2+2x+1 \\ x^2+x-2 \neq 0 \\ x_1 \neq -2 \\ x_2 \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -3 \\ x+3 > x^2 \\ x^2-x-3 < 0 \\ D = 1+12 \\ x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \\ x \in (1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}) \\ x \in (0; \frac{1+\sqrt{3}}{2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \in (0; \frac{1+\sqrt{3}}{2}) \\ x_1 \neq 1 \\ x \in (0; \frac{1+\sqrt{3}}{2}) \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{-19+3}{8} = -2$$

$$x_2 = \frac{-19-3}{8} = -2.75$$

$$x \in [-2.75; -2]$$

$$x \in (1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}) \cup (-2; -2.75)$$

19  
19  
171  
19  
36  
22  
16  
132  
22  
352

22  
19  
4



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

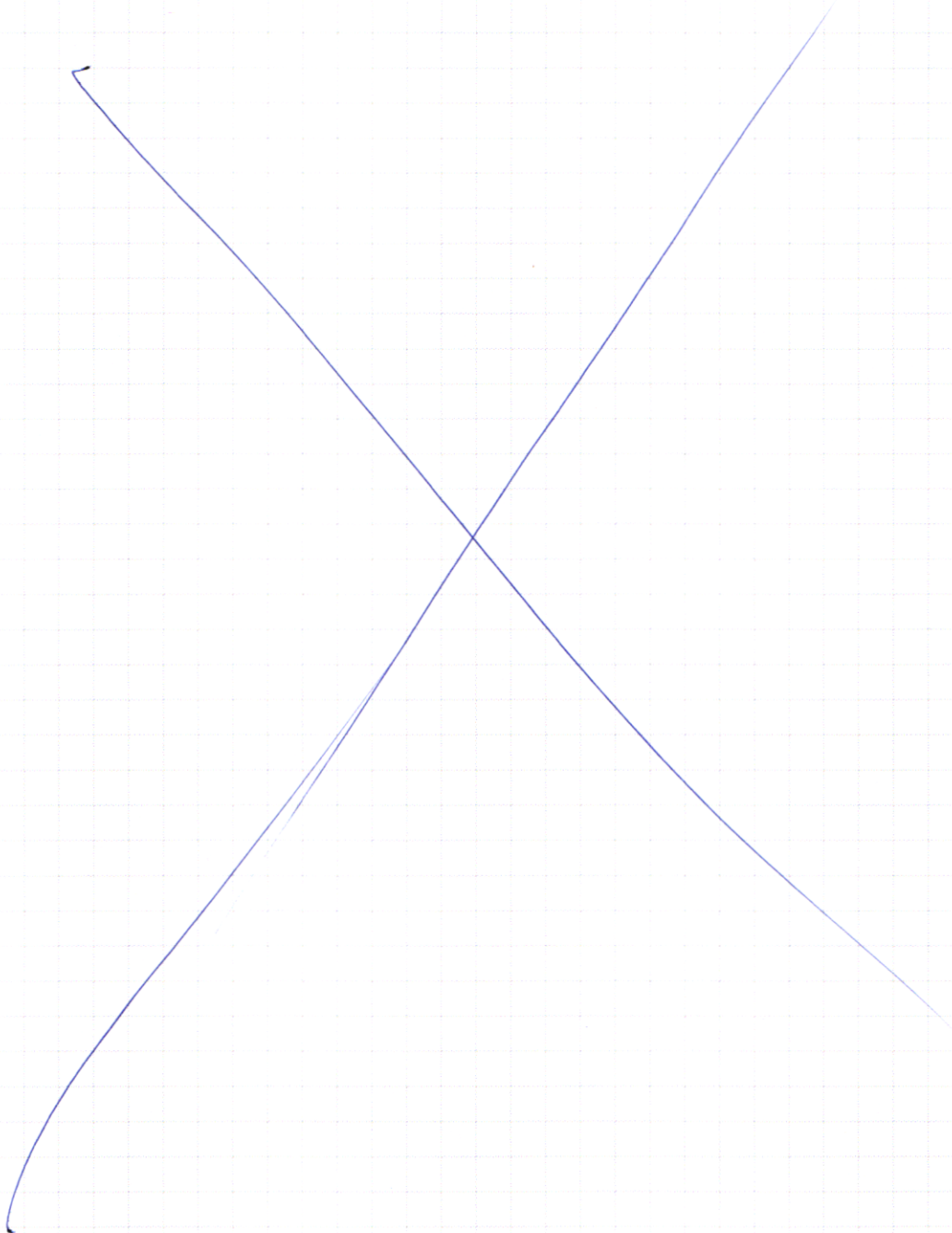
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-1

ШИФР

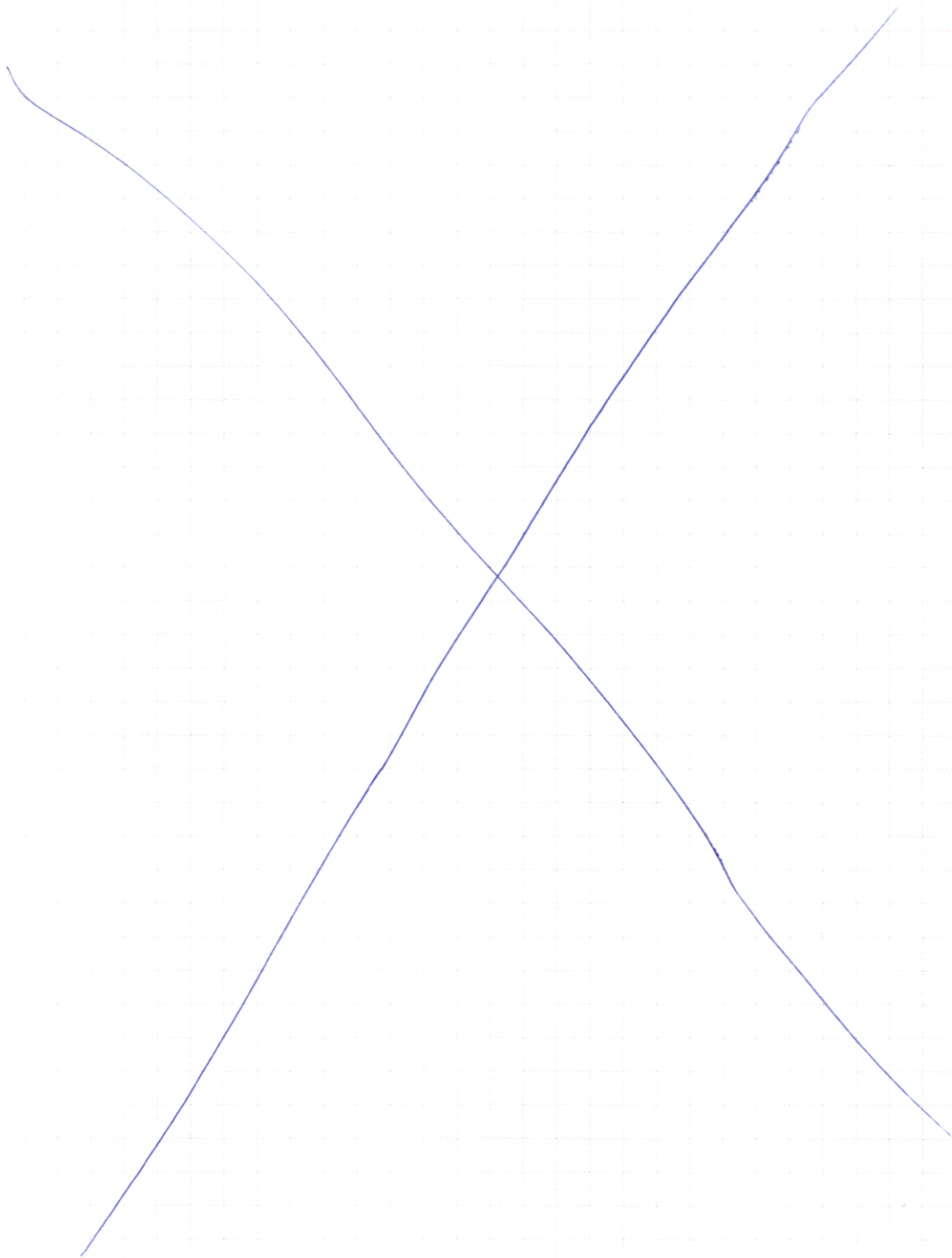
(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)