

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО
МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2

ШИФР

7-001

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом 120° ?
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.
3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.
4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1 , ω_2 и ω_3 , причём ω_1 касается сторон AD и DC , ω_2 касается сторон DC и CB , а ω_3 касается сторон CB , BA и AD .
 - а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.
 - б) Найдите угол AOB , где O – центр окружности ω_3 .
 - в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB .
5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$.
6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q ; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC , если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.
7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

у нас имеется 18 ячеек в которые мы можем расставить "0", "5", "9"
при этом 1 ячейка не может принимать "0" и "5" даже по две и они могут
распознаваться подряд

1. Если с 1 по 6, это "5" то столько вариантов расставить "0" и "9"
 $n_1 = 12^2 - 2$ отнимаем два потому что в 12^2 входит "0" только или только "9"
а по условию в числе должны быть все три цифры.

2. Если "5" занимает какое-то ячейки отличное от 1 ячейки, то из-за того
что 1 ячейка не может принимать "0" получается $12_2 = 12(11^2 - 2)$;
У нас остается 12 ячеек но так как 1 ячейка, в это случае, всегда 9 то
получается нужно заполнить 11 ячеек с помощью "0" и "9". И так как
6 "5" подряд перемещаем ровно 12 раз поэтому умножаем на 12.

3. Количество 18-значных чисел S

$$S = n_1 + n_2 = (12^2 - 2) + 12(11^2 - 2) = (144 - 2) + 12(121 - 2) = 1570$$

Ответ: 1570

№5

$$\log_{\sqrt{x+3}-x} (x+5) \geq 1$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x} (x+5) \geq \log_{\sqrt{x+3}-x} (\sqrt{x+3}-x)$$

$$I \uparrow \text{Если } \sqrt{x+3}-x > 1 \Rightarrow x \in (-2; 1)$$

$$x+5 \geq \sqrt{x+3}-x$$

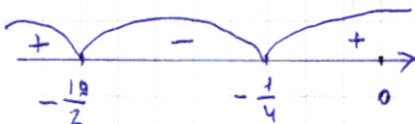
$$2x+5 \geq \sqrt{x+3}$$

$$4x^2 + 25 + 40x \geq x+3$$

$$4x^2 + 39x + 22 \geq 0$$

$$4(x + \frac{1}{4})(x + \frac{19}{2}) \geq 0$$

$$(4x+1)(x + \frac{19}{2}) \geq 0$$



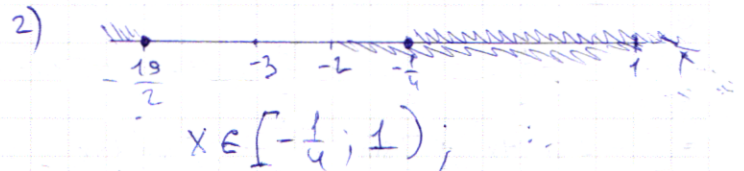
$$x \in (-\infty; -\frac{19}{2}] \cup [-\frac{1}{4}; \infty)$$

$$\textcircled{1} \sqrt{x+3}-x \neq 1$$

$$x \neq 1$$

$$\textcircled{2} x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$$

$$\textcircled{3} x+5 > 0 \quad x > -5$$



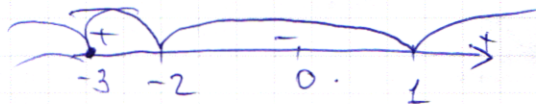
1) Если $\sqrt{x+3} - x < 1$

$$x+3 < (1+x)^2$$

$$x+3 < x^2+2x+2-1$$

$$x^2+x-2 \geq 0$$

$$(x+2)(x-1) > 0$$



$$x \in (-3; -2) \cup (1; \infty)$$

$\sqrt{x+3} - x > 0$ - тоже верно всегда

2) $x+5 \leq \sqrt{x+3} - x$

$$2x+5 \leq \sqrt{x+3}$$

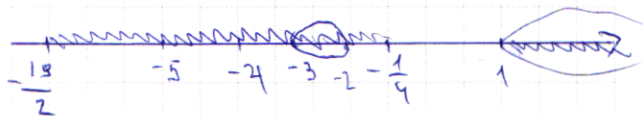
$$4x^2+25+40x \leq x+3$$

$$4(x+\frac{1}{4})(x+\frac{19}{2}) \leq 0$$



$$x \in [-\frac{19}{2}; -\frac{1}{4}]$$

3)



$$x \in (-3; -2)$$

Ответ: если $\sqrt{x+3} - x < 1$ то $x \in (-3; -2)$;
 если $\sqrt{x+3} - x > 1$ то $x \in [-\frac{1}{4}; 1)$;

№2.

$$g(x) = \sin 2x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$$

$$g(x) = \frac{1}{2} (\cos 4x - \cos 14x) - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 \quad \parallel \sin t \sin p = \frac{1}{2} (\cos(t-p) + \cos(t+p)) \parallel$$

$$g(x) = \frac{\cos 4x}{2} - \cos 14x \cdot \frac{1}{2} - \frac{1 - \cos 14x}{2} - \frac{1 + \cos 2x}{2} - 3 = \frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 2x - 4$$

$$g'(x) = -\frac{4}{2} \sin 4x + \sin 2x - 0$$

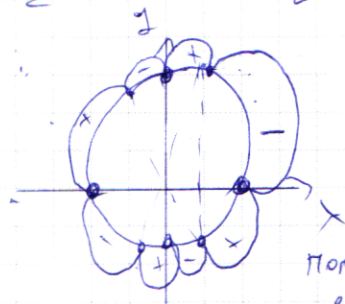
$$\sin 2x (1 - 4 \cos 2x) = 0$$

$$\sin 2x = 0$$

$$x_1 = \frac{\pi n}{2}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{4}$$

$$x_{1/2} = \frac{\pm \arccos(\frac{1}{4})}{2} + \pi n$$



$$x_{\max} = \frac{\pi n}{2}$$

$$x_{\min} = \frac{\pm \arccos(\frac{1}{4}) + \pi n}{2}$$

Полученные x подставляем в функцию $g(x)$

Ответ: $g_{\max}(x_{\max}) = -2$;
 $g_{\min}(x_{\min}) = -\frac{23}{32}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7. $[1; 35]$ $[36; 70]$ $[71; 105]$ $[106; 140]$ $[141; 175]$

Выберим 1) 142 2) 106 3) 72 4) 36 5) 2

Загнем второй раз 1) 143 2) 143-36 3) 143-36·2 4) 143-36·3 5) 1.

$$N_1 = 142 \cdot 4 - 36 \cdot 6 + 2$$

$$N_2 = 143 \cdot 4 - 36 \cdot 6 + 1$$

$$N_3 = 144 \cdot 4 - 36 \cdot 6 + \dots + 1$$

$$N_{25} = 166 \cdot 4 - 36 \cdot 6 + 1$$

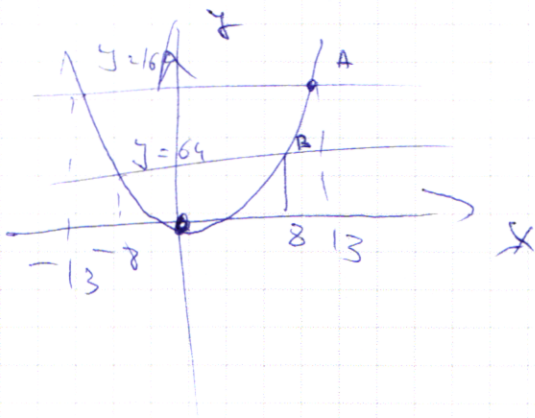
$$S = N_1 + N_2 + \dots + N_{25} = -36 \cdot 6 \cdot 25 + (142 + 143 + \dots + 166) \cdot 4 + 24 + 2 =$$

$$= 11826$$

Ответ: 11826.

№8

$$y = x^2; \quad y = 169 \quad y = 64 \quad y = 0$$



$$A(13; 169);$$

$$B(8; 64);$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 4
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 2 3 4 5 6 | 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

цифры обязательно "5" подраз.

0, 5, 9

1) Если с 1 по 6 это $\neq 5$ то. нужно расставить "0", "9" на оставшиеся 12 позиций $\Rightarrow n_1 = 12^2 - 1 - 1$

Зеркало
можно
найти

$A_3^2 = \frac{3!}{0!} = 2! = 2$

$A_3^2 = \frac{3!}{1!} = 2! = 2$

$C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$

1 2

111
112
122
122

2222
2221
2211
2111

4! = 24

2) 1212
1221

1 2

122 211

112 221

111 222

121 212

12

41

22

12

21

$A_3^2 = \frac{3!}{1!} = \frac{6}{2} = 3$

$C_3^2 = \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3$

$P = n^m = 2^3 = 8$

$2^2 = 4$

$\begin{array}{r} \times 119 \\ 12 \\ \hline 238 \\ 118 \\ \hline 1428 \\ 142 \\ \hline 1570 \end{array}$

2) Если с 2 по 7 $\neq 5$ то. 1 цифра $\neq 5$ значит нужно заполнить 11 цифр "0", "9"

$n_2 = 11^2 - 2$

3) Если с 3 по 8 $\neq 5$ то 1 цифра $\neq 5$

$n_3 = 11^2 - 2$

4) Если с 4 по 9 $\neq 5$ то 1 цифра $\neq 5$

$n_4 = 11^2 - 2$

5) с 5 по 10 $\neq 5$; 1 цифра $\neq 5$

$n_5 = 11^2 - 2$

6) с 6 по 11 1 цифра $\neq 5$

$n_6 = 11^2 - 2$

7) с 7 по 12 1 цифра $\neq 5$

$n_7 = 11^2 - 2$

8) с 8 по 13 1 цифра $\neq 5$

$n_8 = 11^2 - 2$

9) с 9 по 14 1 цифра $\neq 5$

$n_9 = 12^2 - 2$

10) с 10 по 15 1 цифра $\neq 5$

$n_{10} = 11^2 - 2$

11) с 11 по 16 1 цифра $\neq 5$

$n_{11} = 11^2 - 2$

12) с 12 по 17 1 цифра $\neq 5$

$n_{12} = 11^2 - 2$

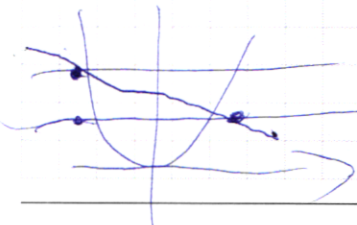
13) с 13 по 18 1 цифра $\neq 5$

$n_{13} = 11^2 - 2$

$S = 12(11^2 - 2) + (12^2 - 2) =$

$= 12(121 - 2) + (144 - 2) =$

$= 12(119) + 142 = 1570$



решение 3

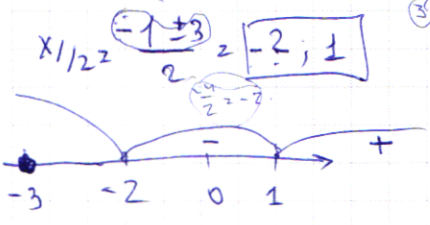
$x = 3$

$\sqrt{x+3} - x = 1$
 $\sqrt{x+3} \geq 0$
 $x+3 \geq 0$
 $x \geq -3$

$\sqrt{13} \geq \sqrt{16-3} \geq \sqrt{16-x}$

$\sqrt{x+3} = 1+x$
 $x+3 = 1+x^2+2x$
 $x^2+x-2=0 \quad (x+2)(x-1)=0$
 $D = 1+4-2=9$
 $1-(-2)=1$

$f(x) = \sqrt{16-0} + \dots$
 $4 + \dots$
 $3 \overline{) 8}$
 $30 \overline{) 0}$
 $24 \overline{) 37}$
 $60 \overline{) 58}$
 $40 \overline{) 314}$
 $1,5$
 $x_{0,25}$



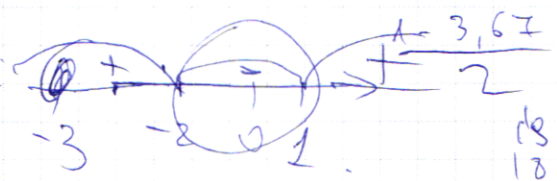
$\sqrt{x+3} - x > 0$
 $x+3 > x^2$

$x^2 - x - 3 < 0$

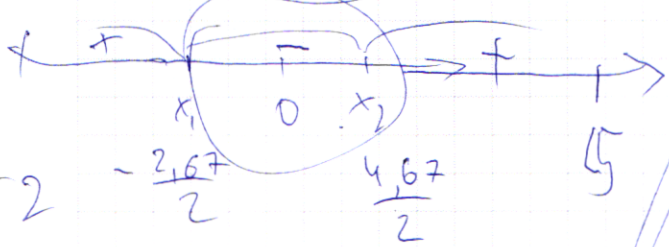
$(x+2)(x-1) < 0$
 $1+3,67$
 2

$D = 1+11,32 = 12+1 = 13$
 $-0,5$

$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$



$x^2 - x - 3 = 0$
 $D = 1+4 \cdot 3 = 13$



$x \in$

Ваши

$18 \overline{) 2}$
 $18 \overline{) 9,5}$
 1

$4,37$

$1+4,37$

$2 \overline{) 3}$
 $20 \overline{) 0,6666}$
 18
 20
 18

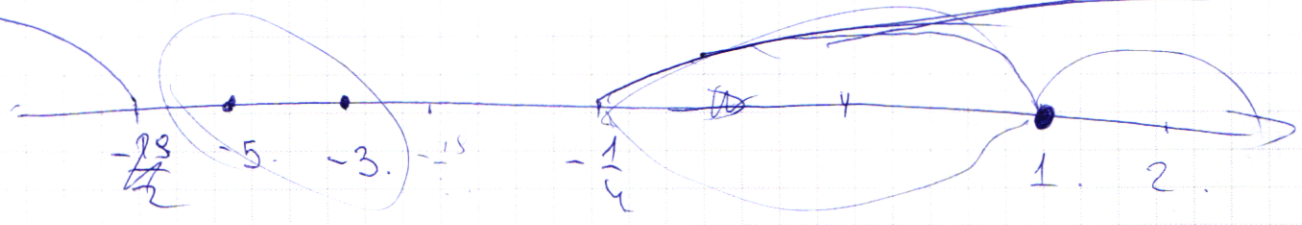
$x+3 = 1+x^2$
 $x^2+2x+1 \leq x+3$

$x^2 - x - 2 = 0$

$x+3 > (1+x)^2$
 $D = 1+4-2 = 9$
 $x = \frac{-1 \pm 3}{2}$

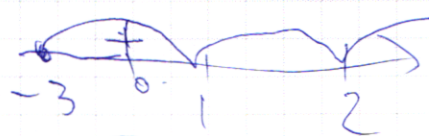
$x+3 > 1+x^2+2x$

$x^2+x+2 \geq 0$
 $D = 1-4-2 = -5$



$x+3 > (1+x)^2$

$x \geq -3$



$x+3 \geq 1+x^2+2x$

$x^2-3x+2 \geq 0$

$D = 9-4 \cdot 2 = 1$

$x_{1/2} = \frac{3 \pm 1}{2} = 2; 1$

0

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

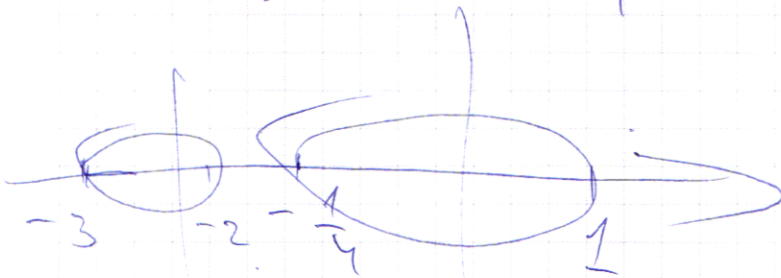
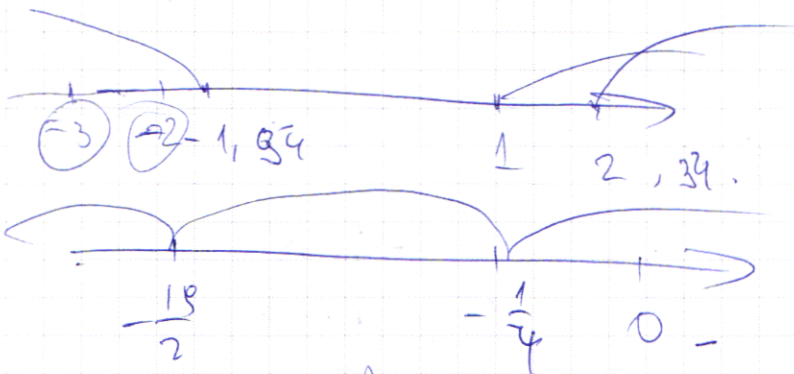
$$x^2 + 2x + 1 \geq x + 3$$

$$0 - (-3) \quad 3 < 1$$

$$x^2 + x - 2 \geq 0$$

$$x^2 + 3 \rightarrow x^2$$

$$x^2 - x - 3 \leq 0$$

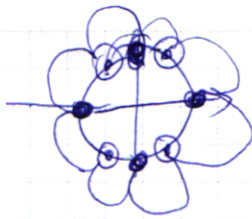
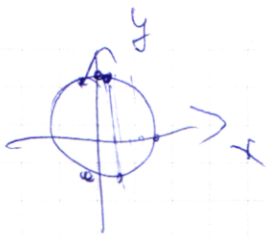


$$x \sin \alpha \sin \beta \geq \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$- \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta - \dots$$

$$\cos(\beta x - \alpha)$$



$$\frac{\cos 4x}{2} - \frac{\cos 14x}{2} = \frac{1 - \cos 14x}{2} = \frac{1 + \cos 2x}{2} - 3$$

$$\cos 4x - \cos 14x = (1 + \cos 14x) - (1 - \cos 2x) - 6$$

$$(\cos 4x) - (\cos 2x)^2 = -4 \cos 2x \sin 4x + 2 \cos 2x =$$

$$= 2 \sin 2x (1 - 2 \cos 2x)$$

$$\cos 4x - \cos 14x - 1 + \cos 14x - 1 - \cos 2x = -6 - 1 - 1 = -8 \Rightarrow \frac{-8}{2} = -4$$

$$\sin 2x - 2 \sin 4x = 0$$

$$\sin 2x - 4 \sin 2x \cos 2x = 0$$

$$\sin 2x (1 - 4 \cos 2x) = 0$$

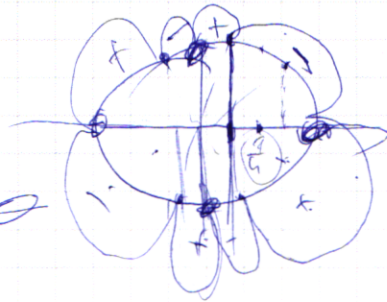
$$\sin 2x$$

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x = \frac{1}{4}$$

$$1 - 2 \sin^2 2x = \frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{1}{4} = 2 \sin^2 2x$$

$$\frac{3}{8} = \sin^2 2x$$



$$\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^2(\arccos \frac{1}{2}) - \sin^2(\arccos \frac{1}{2})$$

$$\frac{\cos 4x - \cos 14x}{2} = -2$$

h

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos\left(2 \arccos \frac{1}{2}\right) + \cos\left(\arccos \frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\frac{1}{16} - \frac{1}{4} = \frac{1-4}{16} = -\frac{3}{16}$$

$$\frac{1}{9} - \frac{11}{16} = -\frac{11}{16}$$

$$\frac{11}{16}$$

$$\frac{4-11}{16} = -\frac{7}{16}$$

$$-\frac{23}{32}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\triangle BQL \sim \triangle ABC$

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{16}$

$k = 1$

$\frac{BC}{BL} = 4$

$BL = 2x$

$3x \quad 4y$

$4R$

$AD + BC - AB - CD = 10$

$y = x^2$

$y' = 2x$

$y = x_0^2 + 2x_0(x - x_0)$

$5(21 - 2x) = 6$

$A(-13; 169)$

$B(-8; 64)$

$C(0; 0)$

$\vec{AB} = (13 - x; 169 - y)$

$\vec{AC} = (8 - x; 64 - y)$

$\sqrt{(13-x)^2 + (169-y)^2} = \sqrt{(8-x)^2 + (64-y)^2}$

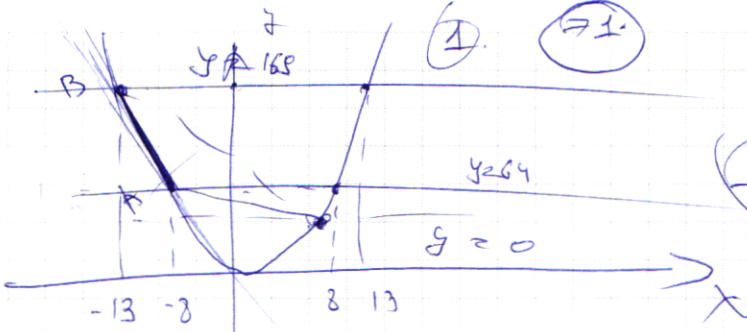
$(13-x) - (8-x) \cdot (13-x+8-x) = (64+169-2y)(64-169)$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

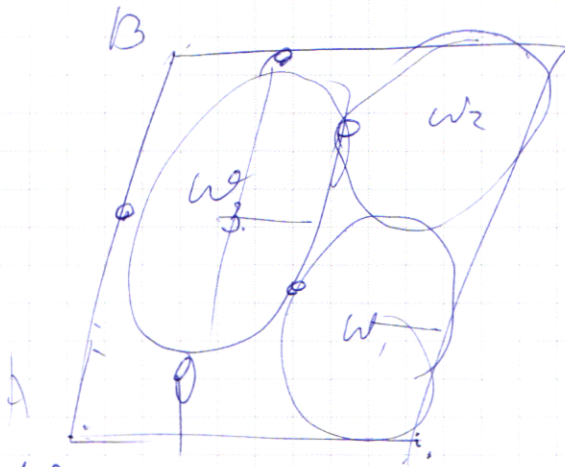
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\frac{-141}{106}$
35

107
13
142
72
36



$\frac{-106}{71}$
35
 $\frac{71}{36}$
36



$AD + BC - AB - CD = 1.0$

~~238~~ 32 [1; 35] [36; 70] [141; 175]
[71; 105] [106; 140]

Если он & Выбрал 106 142 + 0 106. 142 1
72 2

$\begin{matrix} +106 \\ +142 \\ +36 \\ \hline 180 \end{matrix}$ $\begin{matrix} +106 \\ +71 \\ \hline 180 \end{matrix}$ $\begin{matrix} +142 \\ +36 \\ +178 \\ +180 \\ \hline 358 \end{matrix}$
358

Если 72 + 0 36

Если 36 2
142 106 72 36 2
36 36 36 36

$$142 + 106 + 72 + 36 + 2 = 358$$

$\underbrace{142}_{36} \quad \underbrace{106}_{36} \quad \underbrace{72}_{36} \quad \underbrace{36}_{34} \quad + 2$

$$141 + 175 = 316 \quad \text{Еще} \quad 143 - 36 + 143 - 36 - 36$$

$$\frac{175}{141} \quad 34 = (n-1) \cdot 1$$

$$34 = n \cdot 41$$

$$n = 35$$

$$143 - 36 - 36 \rightarrow 71 \quad \uparrow$$

$$144 + 143 - 36 + 143 - 36 - 36$$

$$\frac{36 \cdot 1}{108}$$

$$\frac{143}{108} \quad 35$$

$$142 + (42-36) + (42-36-36) + (42-36-36-36) + (42-36-36) + 2$$

$$n_1 = (142 \cdot 4 - 36 \cdot 6) + 2$$

$$n_2 = (143 \cdot 4 - 36 \cdot 6) + 1$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \quad 3 \\ \hline 120 \\ 72 \\ \hline 800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -143 \quad 43 \\ 108 \quad 12 \\ \hline 35 \\ -35 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$225 = 142 + 24 \cdot 1$$

$$\begin{array}{r} 142 \\ + 24 \\ \hline 166 \\ \hline 108 \\ \hline 58 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 165 \\ - 36 \\ \hline 129 \\ \hline 3600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ - 108 \\ \hline 36 \\ + 2 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -166 \\ 108 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -15400 \\ 3600 \\ \hline 35 \quad 11800 \\ 36 \quad + \quad 26 \\ \hline 11826 \\ 60 = 108 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 108 \\ \hline 36 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +145 \\ 108 \\ \hline 37 \\ 1 \\ \hline 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ 108 \\ \hline \end{array}$$

$$60$$

$$168$$

$$38 \quad 39$$

$$\frac{147}{168} \quad 2 \quad 308$$

$$142 + 166$$

$$36 \cdot 4 \cdot 25$$

$$\times 36$$

$$\begin{array}{r} \times 150 \quad 4 \\ \hline 270 \\ 308 \\ \hline 3850 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 3850 \quad 3 \\ \hline 15406 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\log_{\sqrt{x+3}-x} (x+5) \geq 1 \quad x+5 > 0 \quad \sin 30^\circ \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

① Если $\sqrt{x+3}-x > 1$, $x+5 \geq \sqrt{x+3}-x$

$$2x+5 \geq \sqrt{x+3}$$

$$4x^2 + 25 + 40x \geq x+3$$

$$4x^2 + 39x^2 + 22 \geq 0$$

② Если $\sqrt{x+3}-x < 1$

$$x+5 \leq \sqrt{x+3}-x$$

$$2x+5 \leq \sqrt{x+3}$$

$$4x^2 + 25 + 40x \leq x+3$$

$$4x^2 + 39x^2 + 22 \leq 0$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 39 \\ \hline 371 \\ 117 \\ \hline 1541 \\ - 352 \\ \hline 489 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82 \\ \times 4 \\ \hline 352 \end{array}$$

$$\sin 45^\circ + \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$$

$$(\sin 5x)' \sin 9x + (\sin 9x)' \sin 5x - (\sin^2 7x)' - (\cos^2 x)' =$$

$$= 5 \cos 5x \sin 9x + 9 \cos 9x \sin 5x - [(\sin 7x)' \sin 7x + (\sin 7x)' \sin 7x] -$$

$$- [(\cos x)' \cos x + (\cos x)' \cos x] = 5 \cos 5x \sin 9x + 9 \cos 9x \sin 5x -$$

$$- (7 \cos 7x \sin 7x + 7 \cos 7x \sin 7x) - (-2 \sin x \cos x) =$$

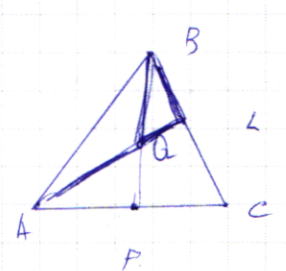
$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 37 \\ \hline 117 \\ 1541 \\ - 352 \\ \hline 489 \end{array}$$

$$= 5 \cos 5x \sin 9x + 9 \cos 9x \sin 5x - 14 \cos 7x \sin 7x + 2 \sin x \cos x =$$

$$(\sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3)' = \left(\frac{1}{2} (\cos 14x + \cos 4x) \right)' -$$

$$- 14 \cos 7x \sin 7x + 2 \sin x \cos x =$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 29 \\ \hline 29 \\ 58 \\ \hline 841 \end{array}$$



$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\angle (B; AC) = 90^\circ$$

$$\frac{AF}{FC} = \frac{3}{4}$$

$$BF \cap AL = Q$$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{1}{16}$$

$$\angle (L; AC) = ?$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 29 \\ \hline 29 \\ 58 \\ \hline 841 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times 96 \\ \hline 96 \\ 192 \\ \hline 9216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 37 \\ \hline 37 \\ 74 \\ \hline 1369 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 107 \\ \times 107 \\ \hline 107 \\ 214 \\ \hline 11449 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 43 \\ 86 \\ \hline 1849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 43 \\ 86 \\ \hline 1849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 39 \\ \hline 39 \\ 78 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 4 \\ \hline 88 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta))$$

$$\sin 90^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} (\sin 45^\circ + \sin 45^\circ)$$

$$\sin 90^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} (\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta))$$

$$\begin{array}{r} 1521 \\ - 352 \\ \hline 1169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 521 \\ \times 521 \\ \hline 521 \\ 1042 \\ \hline 272041 \end{array}$$

$$x+3 \geq 0 \quad x \geq -3 \\ x+5 > 0 \quad x > -5$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x} (x+5) \geq 1$$

$$\frac{1}{\log_{x+5} \sqrt{x+3}-x} \geq 1$$

$$x+5 \geq \sqrt{x+3}-x$$

$$2x+5 > \sqrt{x+3}$$

$$x+3 \leq 4x^2+25+40x$$

$$4x^2+39x+22 \geq 0$$

$$D = 1531 - 4 \cdot 22 \cdot 4 = 1269 = 37^2$$

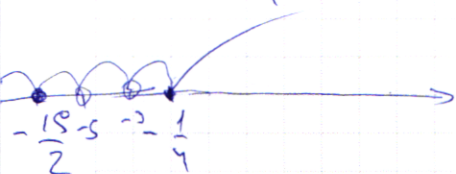
$$x_{1/2} = \frac{-39 \pm 37}{8}$$

$$x_1 = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4} \quad x_2 = -\frac{19}{2}$$

$$4\left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{19}{2}\right) \geq 0$$

$$(4x+1)(4x+38) \geq 0$$

$$x = -\frac{1}{4} \quad x = -\frac{19}{2}$$



решать -

$$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$$

$$g'(x) = \left(\frac{1}{2} \sin 14x\right)' + \left(\frac{1}{2} \sin 4x\right)' - 14 \sin 7x \cos 7x + 2 \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{2} \cdot 14 \sin 14x + \frac{1}{2} \cdot 4 \cos 4x -$$

$$- 14 \sin 7x \cos 7x + 2 \sin 2x \cos 2x = 7 \cos 14x + 2 \cos 4x - 7 \cos 14x + \sin 2x =$$

$$= 2 \cos 4x + \sin 2x = 2 \sin 2x \cos 2x + \sin 2x$$

$$2 \sin 2x \left(\cos 2x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\sin 2x = 0$$

$$2x = \pi n$$

$$x = \frac{\pi n}{2}$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2}$$

$$2x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi + 2\pi n$$

$$2x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n$$

$$\arccos(-\frac{1}{2}) = \pi - \arccos\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\textcircled{1} \quad 2x = \pi + \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + \pi n$$

$$\textcircled{2} \quad 2x = \pi - \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} + \pi n$$

решать