

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО
МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2

ШИФР

9-2

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом 120° ?
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.
3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.
4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1 , ω_2 и ω_3 , причём ω_1 касается сторон AD и DC , ω_2 касается сторон DC и CB , а ω_3 касается сторон CB , BA и AD .
 - а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.
 - б) Найдите угол AOB , где O – центр окружности ω_3 .
 - в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB .
5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$.
6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q ; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC , если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.
7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) \quad g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$$

$$g'(x) = \cos 5x \cdot 5 \cdot \sin 9x + \sin 5x \cdot \cos 9x - 2 \sin 7x \cdot \cos 7x \cdot 7 - 2 \cos x + \sin x$$

$$g(x) = -\frac{1}{2} (\cos 14x - \cos 4x) - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 =$$

$$= -\frac{1}{2} \cos 14x + \frac{1}{2} \cos 4x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 =$$

$$= -\frac{1}{2} \cos 14x + \frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{2} (1 - \cos 14x) - \cos^2 x - 3 =$$

$$= \frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{2} - \cos^2 x - 3 = \frac{1}{2} \cdot 2 (\cos 2x - \sin^2 x) - \cos^2 x - 3 = \frac{1}{2} \cdot$$

$$= \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \sin^2 x - \cos^2 x - 3 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \sin^2 x -$$

$$- \frac{1}{2} (1 + \cos 2x) - 3 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \sin^2 x - \frac{1}{2} - 3 - \frac{1}{2} =$$

$$= -\frac{1}{2} \sin^2 x - 4 =$$

$$= \frac{1}{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) - \cos^2 x - 3 = \frac{1}{2} \cos^2 2x - \frac{1}{2} \sin^2 2x -$$

$$- \cos^2 x - 3 = \frac{1}{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) - \frac{1}{2} \sin^2 2x - \cos^2 x - 3 =$$

$$= \frac{1}{2} (1 - 2 \cos^2 2x - \sin^2 2x) - \frac{1}{2} \sin^2 2x - \cos^2 x - 3 - \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} - \cos^2 2x - \sin^2 2x - \frac{1}{2} \sin^2 2x - \cos^2 x - 3 - \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} (\cos^4 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x) - \frac{1}{2} \sin^2 2x - \cos^2 x - 3 - \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} (1 - \sin^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x - \frac{1}{2} \sin^2 2x - \cos^2 x - 3 - \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} (1 - 2 \sin^2 x + \sin^4 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x) - \frac{1}{2} \sin^2 2x - \cos^2 x - 3 - \frac{1}{2} =$$

$$= \sin^4 x - \sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x - \frac{1}{2} \sin^2 2x - \cos^2 x - 3 =$$

$$= \sin^4 x - (1 - \cos^2 x) - \sin^2 x \cos^2 x - \frac{1}{2} \sin^2 2x - \cos^2 x - 3 =$$

$$= \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x - \frac{1}{2} \sin^2 2x - 4 = \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x -$$

$$- 4 = \sin^4 x - 3 \sin^2 x \cos^2 x - 4$$

$$g'(x) = 4 \sin^3 x$$

$$(5) \log_{\sqrt{x+3}-x} (x+5) \geq 1$$

$$\text{OD3: } \begin{cases} \sqrt{x+3}-x > 0 \\ x+5 > 0 \\ \sqrt{x+3}-x \neq 1 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{OD3: } \begin{cases} \sqrt{x+3} > x \\ x > -3 \\ \sqrt{x+3} \neq 1+x \end{cases}$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x} (x+5) \geq \log_{\sqrt{x+3}-x} (\sqrt{x+3}-x)$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3}-x > 1 \\ x+5 \geq \sqrt{x+3}-x \\ x+3 \geq 0 \\ x+5 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3}-x > 0 \\ \sqrt{x+3}-x < 1 \\ x+5 \leq \sqrt{x+3}-x \\ x+3 \geq 0 \\ x+5 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3}-x > 1 \\ x > -3 \\ x+5 \geq \sqrt{x+3}-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3}-x > 0 \\ \sqrt{x+3}-x < 1 \\ 2x+5 \leq \sqrt{x+3} \\ x \geq -3 \\ x > -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} > 1+x \\ x > -3 \\ \sqrt{x+3} \leq 2x+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} > x \\ \sqrt{x+3} < 1+x \\ \sqrt{x+3} \geq 2x+5 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+x < 0 \\ x \geq -3 \\ \sqrt{x+3} \leq 2x+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+x > 0 \\ x+3 > 1+2x+x^2 \\ \sqrt{x+3} \leq 2x+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} > x \\ \sqrt{x+3} < 1+x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} \geq 2x+5 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1 \\ x \geq -3 \\ 2x+5 \geq 0 \\ x+3 \leq 4x^2+20x+25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x^2+x-2 < 0 \\ x+3 \leq 4x^2+20x+25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+x > 0 \\ x+3 < 1+2x+x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} > x \\ x+3 \geq 4x^2+20x+25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1 \\ x \geq -3 \\ x > -\frac{5}{2} \\ 4x^2+19x+22 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x^2+x-2 < 0 \\ 4x^2+19x+22 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x^2+x-2 > 0 \\ 4x^2+19x+22 \geq 0 \\ \sqrt{x+3} > x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{5}{2} \leq x < -1 \\ 4x^2+19x+22 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x^2+x-2 < 0 \\ 4x^2+19x+22 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x^2+x-2 > 0 \\ 4x^2+19x+22 \geq 0 \\ \sqrt{x+3} > x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{5}{2} \leq x < -1 \\ (x + \frac{19+\sqrt{273}}{8})(x + \frac{19-\sqrt{273}}{8}) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ (x+2)(x-1) < 0 \\ (x + \frac{19+\sqrt{273}}{8})(x + \frac{19-\sqrt{273}}{8}) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ (x+2)(x-1) > 0 \\ (x + \frac{19+\sqrt{273}}{8})(x + \frac{19-\sqrt{273}}{8}) \geq 0 \\ \sqrt{x+3} > x \end{cases}$$

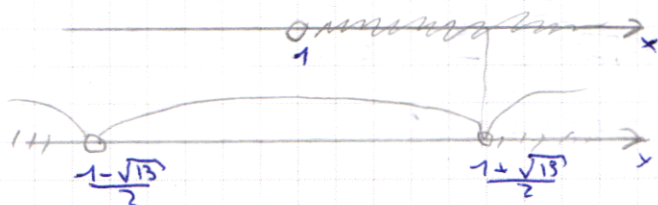
$$\emptyset$$

$$x \in (-1; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x > -1 \\ (x+2)(x-1) > 0 \\ (x+19+\sqrt{273})(x+19-\sqrt{273}) > 0 \\ \sqrt{x+3} > x \end{cases} \quad \begin{cases} x > 1 \\ \sqrt{x+3} > x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x+3 > x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - x - 3 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 1 \\ (x - \frac{1+\sqrt{13}}{2})(x - \frac{1-\sqrt{13}}{2}) > 0 \\ x > \frac{1+\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

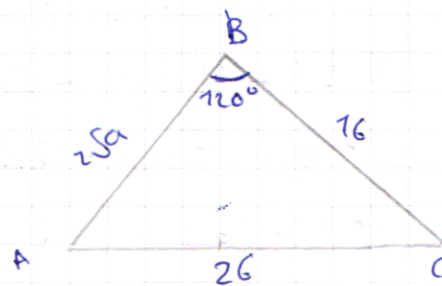
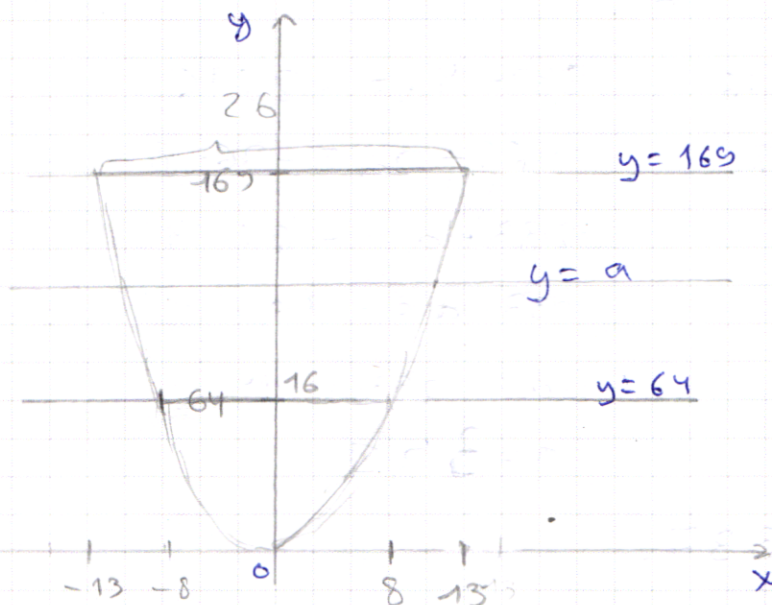


$$\begin{cases} x \in (\frac{1+\sqrt{13}}{2}; +\infty); \\ x \in (-1; -\frac{19+\sqrt{273}}{8}] \end{cases}$$

Ответ: $x \in (-1; -\frac{19+\sqrt{273}}{8}] \cup (\frac{1+\sqrt{13}}{2}; +\infty)$

① $y = x^2$; $y = 169$; $y = 64$; $y = a$

± случай



$$\cos ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$$

$$\cos 120 = \frac{4a + 16^2 - 26^2}{2 \cdot 25a \cdot 16}$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{4a + 256 - 676}{64a} \quad ; \quad -\frac{1}{2} = \frac{4a + 256 - 676}{64a}$$

$$1 = -\frac{4a + 230}{32a} \quad ; \quad 1 = -\frac{2a + 115}{16a}$$

$$1 = \frac{-2a - 115}{16\sqrt{a}}$$

$$-2a - 115 = 16\sqrt{a}$$

Обозначим $\sqrt{a} = t, t > 0$

$$2t^2 + 16t + 115 = 0$$

$$D_1 = 64 - 2 \cdot 115 < 0$$

~~Решения нет (случай нам не рассматриваем)~~

$$1 = \frac{-4a + 426}{32\sqrt{a}}$$

$$-a + 105 = 8\sqrt{a}$$

$\sqrt{a} = t, t > 0$

$$-t^2 - 8t + 105 = 0$$

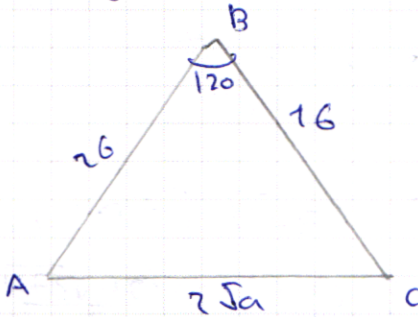
$$D_2 = 16 + 420 = 12 \quad t = 11$$

$$t = -(4 + 11) = -15 \text{ — не рассматриваем}$$

$$t = -(4 - 11) = 7$$

$$\sqrt{a} = 7 \quad \underline{a = 49}$$

II случай



$$\cos 120 = \frac{26^2 + 16^2 - (2\sqrt{a})^2}{2 \cdot 26 \cdot 16}$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{256 + 676 - (2\sqrt{a})^2}{2 \cdot 26 \cdot 16}$$

$$1 = \frac{256 + 676 - (2\sqrt{a})^2}{2 \cdot 26 \cdot 16}$$

$$3182 - 2\sqrt{a} = -416$$

$$2\sqrt{a} = 3182 + 416$$

$$\sqrt{a} = 1591 + 208 = 1799$$

$$a = (1799)^2$$

$$1 = \frac{256 + 676 - 4a}{-26 \cdot 16}$$

$$932 - 4a = -26 \cdot 16$$

$$1591 - 2a = -26 \cdot 8$$

$$1591 - 2a = -208$$

$$2a = 1591 + 208$$

$$a = \frac{1799}{2}$$

$$932 - 4a = -26 \cdot 16$$

$$466 - 2a = -26 \cdot 8$$

$$233 - a = -26 \cdot 4$$

$$233 - a = -104$$

$$a = 233 + 104$$

$$\underline{a = 337}$$

Ответ: 49; 337.

6

Дано:

$\triangle ABC$

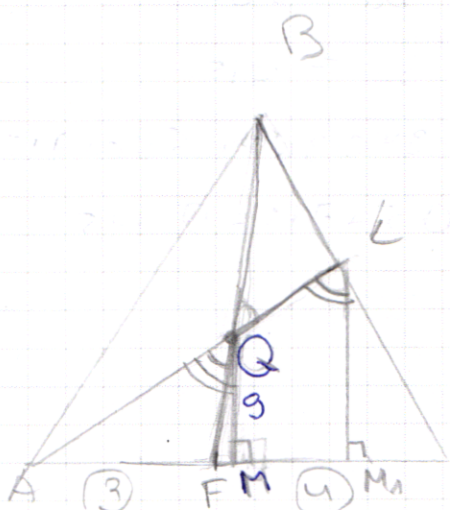
$AF:FC = 3:4$

$S_{BQL}:S_{BAC} = 1:16$

$P(Q; AC) = 9$

$S(L; AC) = ?$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned} S_{ABF} &= S_{BFC} = 3:4 \\ \sphericalangle BQL &= \sphericalangle AQF \\ \sphericalangle AQM &= \sphericalangle ALM_1 \\ \Rightarrow \triangle AQM &\sim \triangle ALM_1 \\ S_{ABF} &= \frac{3}{4} S_{BFC} \\ S_{BAC} &= S_{ABF} + S_{BFC} = \frac{7}{4} S_{BFC} \\ \frac{7}{4} S_{ABF} &= 16 S_{BQL} \\ \frac{7}{4} S_{ABF} &= 16 S_{BQL} \end{aligned}$$

$$\frac{S_{ABF}}{S_{BQL}} = \frac{16 \cdot 4}{7} = \frac{64}{7}$$

$$(2) \quad g(x) = \sin^5 x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$$

$$\begin{aligned} g(x) &= -\frac{1}{2}(\cos 14x - \cos 4x) - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 = -\frac{1}{2}\cos 14x \\ &+ \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 = -\frac{1}{2}\cos 14x + \frac{1}{2}\cos 4x - \frac{1}{2}(1 - \\ & - \cos 14x) - \cos^2 x - 3 = \frac{1}{2}\cos 4x - \frac{1}{2} - \cos^2 x - 3 = \frac{1}{2}\cos 4x - \cos^2 x - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

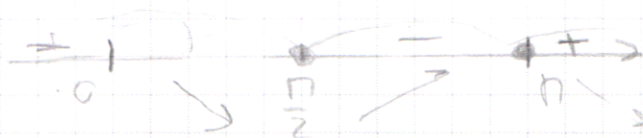
$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{1}{2} \cdot 4\cos^3 x \cdot (-\sin x) - 2\cos x(-\sin x) = \\ &= -2\cos^3 x \sin x + 2\cos x \sin x = \sin 2x \cos x + \sin 2x \end{aligned}$$

$$g'(x) = 0$$

$$\sin 2x (\cos x + 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \cos x = -1 \end{cases} \begin{cases} 2x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Реш



$$\min g(x) = g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\max g(x) = g(\pi) = 0$$

7) [1; 35]; [36; 70], [71, 105], [106; 140], [141; 175]

1 [1, 2, 3, 4, 5] $S_1 = 15$

2 [70; 69; 68; 67; 66] $S_2 = 340$

3 [71; 72; 73; 74; 75] $S_3 = 365$

4 [140; 139; 138; 137; 136] $S_4 = 690$

5 [141; 142; 143; 144; 145] $S_5 = 715$

Сумма = $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 15 + 340 + 365 + 690 + 715 =$

= ~~705~~ $705 + 705 + 715 = 1405 + 715 = 2115$

Ответ: 2115

или же

1 [35; 34; 33; 32; 31] $S_1 =$

2 [36; 37; 38; 39; 40]

3 [105; 104; 103; 102; 101]

4 [106; 107; 108; 109; 110]

5 [175; 174; 173; 172; 171]

1) 1, 3, 5, 7, 9. $S_1 = 25$

2) 69; 67; 65; 63; 61 $S_2 = 325$

3) 72; 74; 76; 78; 80 $S_3 = 380$

4) 140; 138; 136; 134; 132 $S_4 = 680$

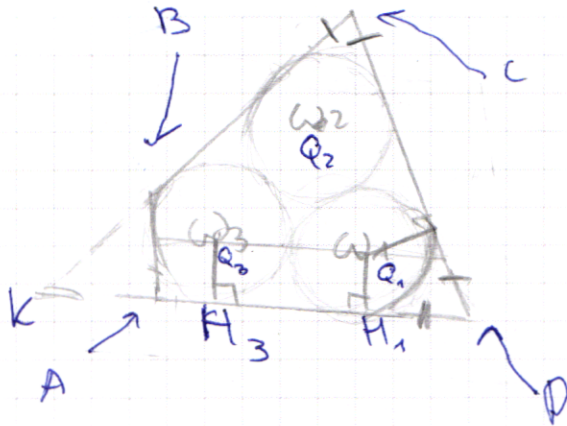
5) 174; 172; 170; 168; 166 $S_5 = 850$

$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 1200 + 1060 = 2260$

Ответ: 2260

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4



$$AD + BC - (AB + CD) = 10$$

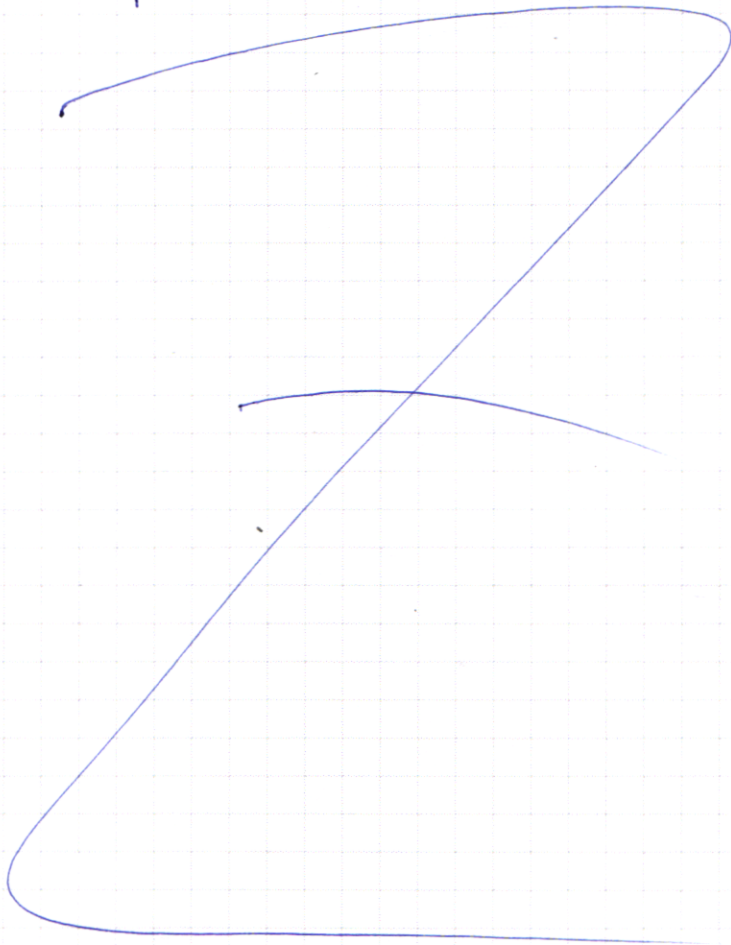
В четырёхугольнике

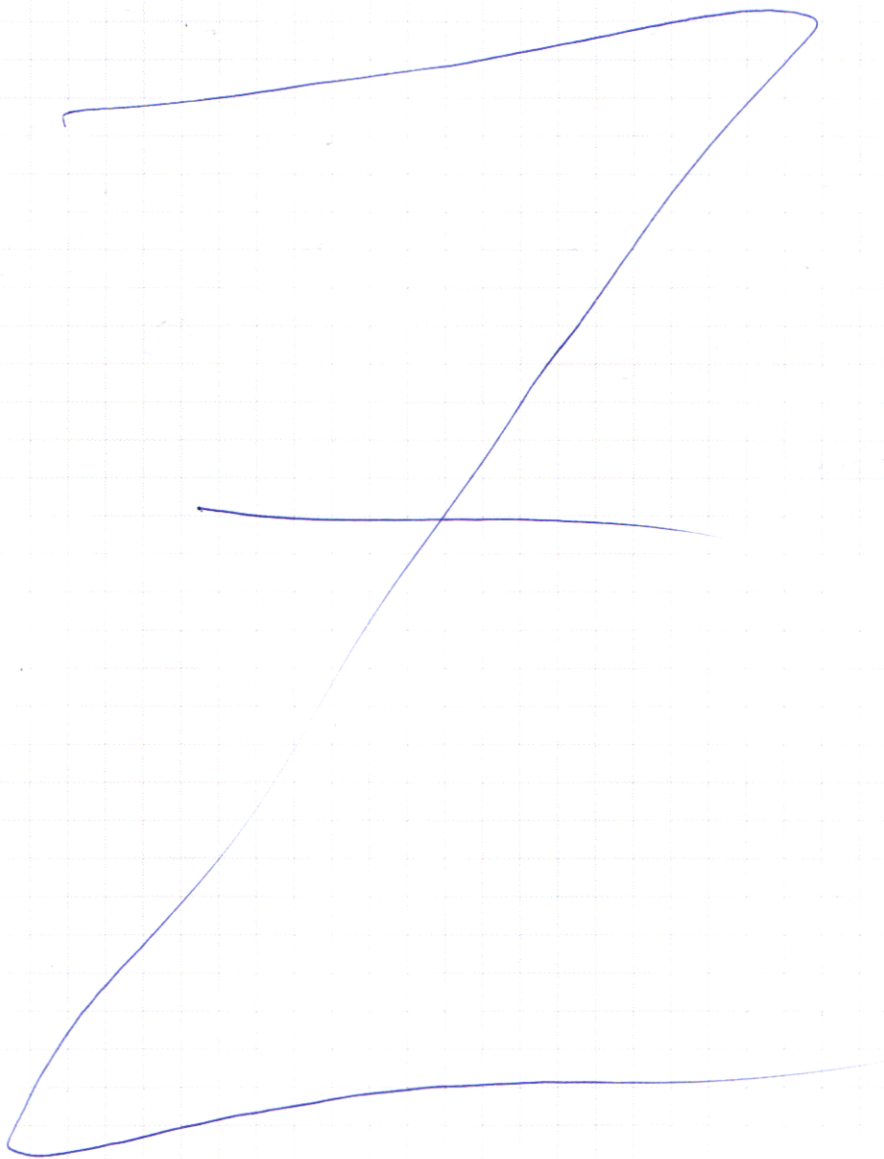
Дано: $AD + BC - AB - CD = 10$

а) ?

Пусть Q_1, Q_2, Q_3 - центры
 ω_1, ω_2 и ω_3 соответственно

Проведём $Q_3 H_3$ и $Q_1 H_1$
 $\perp AD$





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} & \frac{\alpha + \beta}{2} &= z \\ \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} &= \frac{1}{2} (\sin \alpha + \sin \beta) & \frac{\alpha + \beta}{2} &\rightarrow \alpha \quad | \cdot 2 \\ \sin \left(\frac{z}{2}\right) \cos \left(\frac{k}{2}\right) &= \frac{1}{2} (\sin(z+k) + \sin(z-k)) \\ \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \left(\frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \right) & \frac{\alpha + \beta}{2} & \quad \frac{\alpha - \beta}{2} \\ \sin \alpha \cdot \sin \beta &= -\frac{1}{2} \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\alpha - \beta}{2} \right) & & - 2\beta \\ &= -\frac{1}{2} \cos \alpha & & \\ \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \\ \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} &= -\frac{1}{2} (\cos \alpha - \cos \beta) \\ \sin z \cdot \sin k &= -\frac{1}{2} (\cos(z+k) - \cos(z-k)) \\ 1 + \cos 2\alpha &= 2 \cos^2 \alpha \\ \cos^2 x &= -\frac{1}{2} (1 - \cos 2x) \\ \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ \frac{1}{2} \cos^2 x - \frac{1}{2} \sin^2 x - \frac{1}{2} \sin^2 x - \cos^2 x - 3 &= -\frac{1}{2} \cos^2 x \\ \cos^2 x \cdot \sin^2 x &= \frac{1}{2} \cdot \cos x \\ \frac{1}{2} \sin^2 2x &= \sin 2x \cdot \sin x \cdot \cos x = \\ \cos^2 x &= \cos^2 x \cdot \cos^2 x = (1 - \sin^2 x)^2 \\ 2 \sin^2 \alpha &= 1 - \cos 2\alpha \\ \frac{1}{2} \sin^2 2x &= \frac{1}{2} \cdot 2 \sin 2x \cdot \cos x \cdot 2 \sin x \cdot \cos x \\ \frac{1}{2} \cos^4 x - \frac{1}{2} - \cos^2 x - 3 & \\ [1; 3; 5; 7; 9] & \\ [69; 67; 65; 63; 61] & \\ [70; 72; 74; 76; 78] & \\ [1] & \end{aligned}$$

$\frac{80}{72}$
 $\frac{152}{156}$
 $\frac{304}{304}$
 $\frac{150}{30}$
 $\frac{260}{65}$
 $\frac{325}{325}$

~~I (1, 2, 3, 4, 5)~~

~~II (4)~~

~~V (175; 174; 173; 172; 171)~~

~~IV (106; 107; 108; 109; 110)~~

~~III (105; 104; 103; 102; 101)~~

~~II (36; 37; 38; 39; 40)~~

~~I (1; 2; 3; 4; 5) (35; 34; 33; 32; 31)~~

$$105 + 171 = 296$$

$$346 + 346 =$$

$$692 + 173 =$$

$$\begin{array}{r} 865 \end{array}$$

I (1; 2; 3; 4; 5)

II (70; 71; 72; 73; 74)

III (7)

$$\begin{array}{r} + 350 \\ 850 \\ \hline 1200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 216 \\ + 216 \\ \hline 432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 432 \\ + 108 \\ \hline 540 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 106 \\ 106 \\ + 212 \\ \hline 320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 176 \\ + 176 \\ \hline 352 \\ \hline 153 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 176 \\ + 176 \\ \hline 352 \end{array}$$

I (1; 2; 3; 4; 5)

II (70; 69; 68; 67; 66)

III (71; 72; 73; 74; 75)

IV (140; 139; 138; 137; 136)

V (141; 140; 139; 144; 145)

$$\begin{array}{r} 176 \\ + 176 \\ \hline 352 \\ \hline 190 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 134 \\ + 33 \\ \hline 167 \end{array}$$

$$139 + 134 + 67 = 139 + 201 = 340$$

$$\begin{array}{r} 134 \\ + 67 \\ \hline 201 \end{array}$$

$$145 + 75 + 145 = 290 + 75 = 365$$

$$140 + 136 = 276 + 276 + 138 =$$

$$\begin{array}{r} 276 \\ 2 \\ \hline 552 \\ + 138 \\ \hline 690 \end{array}$$

$$141 + 145 = 286; + 286 + 143 =$$

$$\begin{array}{r} 286 \\ 2 \\ \hline 572 \\ + 143 \\ \hline 715 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 166 \\ 141 \\ \hline 340 \\ + 340 \\ \hline 680 \\ + 120 \\ \hline 800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 865 \\ + 152 \\ \hline 1017 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 540 \\ + 167 \\ \hline 707 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 380 \\ + 680 \\ \hline 1060 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ 66 \\ \hline 132 \\ + 38 \\ \hline 170 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 432 \\ 140 \\ \hline 272 \\ + 272 \\ \hline 544 \\ + 136 \\ \hline 680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1017 \\ + 1724 \\ \hline 2741 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ + 1017 \\ 707 \\ \hline 1724 \\ + 152 \\ \hline 1876 \end{array}$$

черновик чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} = -\frac{1}{2} (\cos \alpha - \cos \beta)$$

$$4x^2 + 19x + 22 \geq 0$$

$$D = 19^2 - 4 \cdot 22 = 361 - 88 = 273$$

$$x_{1,2} = \frac{-19 \pm \sqrt{273}}{8}$$

$$x^2 + x - 2 < 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$x = -\frac{1+3}{2} = -2$$

$$x = 1$$

Handwritten calculations for the quadratic equation $4x^2 + 19x + 22 \geq 0$:

$$D = 19^2 - 4 \cdot 22 = 361 - 88 = 273$$

$$x_{1,2} = \frac{-19 \pm \sqrt{273}}{8}$$

Approximate values: $\sqrt{273} \approx 16.5$

$$x_1 \approx \frac{-19 + 16.5}{8} \approx -0.31$$

$$x_2 \approx \frac{-19 - 16.5}{8} \approx -4.44$$

Sign chart for $4x^2 + 19x + 22 \geq 0$:

$x < -4.44$	$-4.44 < x < -0.31$	$x > -0.31$
+	+	+

Handwritten diagrams and calculations for the inequality $x^2 + x - 2 < 0$:

Roots: $x = -2$ and $x = 1$

Sign chart for $x^2 + x - 2 < 0$:

$x < -2$	$-2 < x < 1$	$x > 1$
+	-	+

Number line diagrams showing the solution set $-2 < x < 1$.

$D = 64 - 2 \cdot 115 = -216$
 $-2t^2 - 16t - 115 = 0$
 $\sqrt{a} = t > 0$
 $-2a - 115 = 16\sqrt{a}$
 $-2a + 115 = 16\sqrt{a}$
 $\sqrt{a} = t > 0$
 $2t^2 + 16t + 115 = 0$
 $D = 64 - 2 \cdot 115$

