МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2 ШИФР 15-057

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка [1; 35], [36; 70], [71; 105], [106; 140], [141; 175]. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Дано

$f(x) = x^2$

$g(x) = 169$

$h(x) = 64$

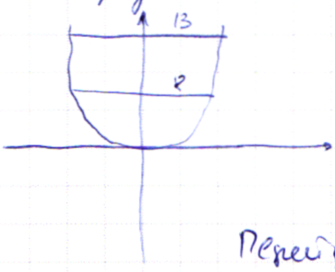
$m(x) = a$

Найти

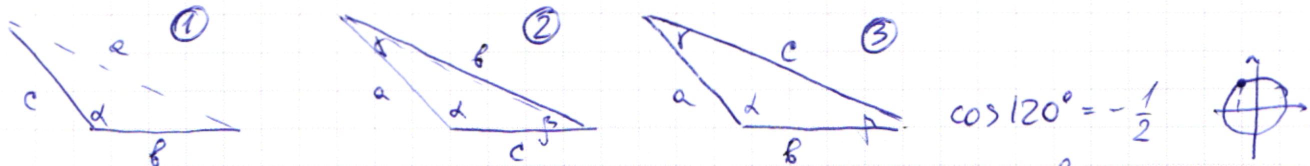
все a, при кот. из отр., высеч. параболой сост. Δ с ∠120°.

Решение

Вычислим длины отрезков высекаемых параболой. Приравняем для этого попарно функции $x^2 = 169$; $\Rightarrow x = \pm 13$
$x^2 = 64$; $\Rightarrow x = \pm 8$. Отсюда длины отрезков 26 и 16:



Перейдём к геометрич. задаче, где известен $\alpha = 120°$ и $b; c$, рассмотрим все возможные варианты, где $b = 26$; $c = 16$, $\alpha = 120°$

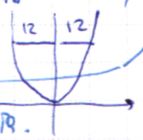


$\cos 120° = -\frac{1}{2}$

распишем для тр-ков т. косинусов. (1) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$;

(3) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha \Leftrightarrow$ (2) $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\alpha$. Из каждого выражения выразим a: (1) $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$; вычислим a.

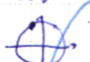
$a = \sqrt{26^2 + 16^2 + 26 \cdot 16} = \sqrt{1248}$ = ~~24~~. Вычислим парам. a для найденной стороны:



$f(\sqrt{1248}/2)^2 = 1248/4$, значит a_1, удовл. условиям найден, $\boxed{a_1 = 312}$

Вот тут сторону делим на 2, т.к. нужна корд-та.

(2) Сразу понятно, что данный случай удовлет. варианту через т. (sin), тогда $\frac{\sin\alpha}{b} = \frac{\sin\beta}{a} = \frac{\sin\gamma}{c}$; $\frac{\sin\alpha}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 26} = \frac{\sqrt{3}}{52}$, тогда $\frac{\sin\gamma}{c} = \frac{\sqrt{3}}{52}$, где $c = 16$ $\sin\gamma = 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{52} = 8\frac{\sqrt{3}}{26} = \frac{4\sqrt{3}}{13}$, ~~тогда~~



$a_1 = 312$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-057

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 случай:

$\frac{\sin\alpha}{c} = \frac{\sqrt{3}/2}{16} = \frac{\sin\gamma}{8} = \frac{\sin\gamma}{26}$; $\sin\gamma = \frac{\overset{13}{\cancel{26}} \cdot \sqrt{3}/\cancel{2}}{16} = \frac{13\sqrt{3}}{16}$ $\gamma = \arcsin \frac{13}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

В т. синусов получаются неверные значения восп. т. кос, подставив угол.

$16^2 = a^2 + 26^2 + a \cdot 26$, решим получ. кв. ур. отн. a

$a^2 + 26a + 596 = 0$. $D < 0$, значит корней нет, при таких усл. тр-ка не существ.

2 случай аналогично $26^2 = a^2 + 16^2 - 2 \cdot a \cdot 16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$a^2 + 16a - 596 = 0$

$26 \cdot 26$: 156, 52, 676

$16 \cdot 16$: 96, 16, 256

$26 \cdot 16$: 156, 26, 416

-1

$(42)^2 - 26 \cdot 36$

$676 + 256 = 932$

$932 + 416 = 1348$

3

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

2) $b^2 = a^2 + c^2 + ac$ (те же условия). $26^2 = a^2 + 16^2 + 16a$

$a^2 + 16a - 420 = 0.$

$D = 256 + 1680 = \cancel{1136}\ 1930.$

$a = \frac{-16 + \sqrt{1930}}{2}$ (сторона).

$f\left(-4 + \frac{\sqrt{1930}}{4}\right) = \left(-4 + \frac{1930}{4}\right)^2$ $\boxed{a_2 = \left(-4 + \frac{1930}{4}\right)^2}$ a.

3) $c^2 = a^2 + b^2 + ab$ $16^2 = a^2 + 26^2 + 26a$

$a^2 + 26a + 420 = 0.$

$D = 26^2 - 1680 < 0$; ~~от~~ такого Δ не существует.

Ответ: 312; $\left(-4 + \frac{1930}{4}\right)^2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-057

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

преобразуем выражение.

$\sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 =$

$= \frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 14x) - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

Рассм. $\cos 14x = \cos^2 7x - \sin^2 7x = 1 - 2\sin^2 7x$,

$\frac{1}{2}(\cos 4x - 1 + 2\sin^2 7x) - \cos^2 x - 3 - \sin^2 7x =$

$= \frac{1}{2}(\cos 4x - 1) - \cos^2 x - 3 = \frac{1}{2}(\cos 4x - 1) - 4 + \sin^2 x =$

$= \frac{1}{2}(\cos 4x - 1) - 4 + \frac{1-\cos 2x}{2} \Rightarrow 2x = t$, тогда

$\frac{1}{2}(\cos 2t - 1) - \frac{1-\cos t}{2} - 4 = \cancel{\cos}$

$= \frac{1}{2}(2\cos^2 t - 2) - \frac{1-\cos t}{2} - 4 = \cos^2 t - \frac{1}{2}\cos t - 4{,}5.$

Пусть $\cos t = \varphi$, $\varphi \in [-1;1]$.

$\cancel{t^2 - 0{,}5t - 4{,}5}$ $h(\varphi) = \varphi^2 - 0{,}5\varphi - 4{,}5$, найдём значения

в крайних т-ках $-1; 1$ и в точк, где $h'(\varphi) = 0$.

$h'(\varphi) = 2\varphi - 0{,}5 \quad 2\varphi = 0{,}5 \quad \varphi = 0{,}25$

$h(0{,}25) = 0{,}0625 - 0{,}125 - 4{,}5 = -4{,}5625$

$h(-1) = 1 + 0{,}5 - 4{,}5 = -3 \quad h(1) = 1 - 0{,}5 - 4{,}5 = -4.$

Откуда $g(x)_{max} = -3.$

$g(x)_{min} = -4{,}5625$

Ответ: $-4{,}5625$; -3

Задача 5.

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

ОДЗ.

Решение

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x)$

Пусть $\sqrt{x+3}-x > 1$

$\sqrt{x+3} > 1+x$

$\begin{cases} x+3 > 1+2x+x^2 \\ 1+x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2<0 \\ x>-1 \end{cases}$

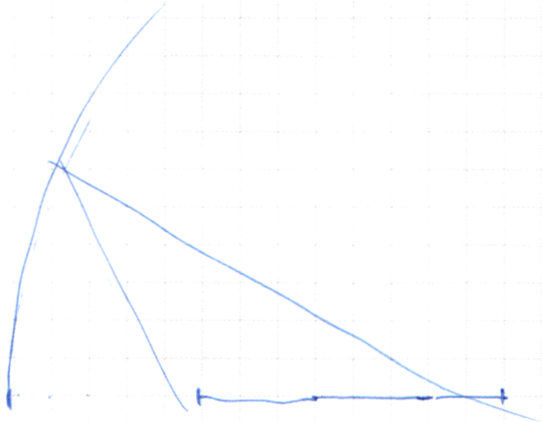
-1 2

$x+5 \geq \sqrt{x+3}-x$

$2x+5 \geq \sqrt{x+3}$

$\begin{cases} 2x+5 \geq 0 \\ 4x^2+20x+25 \geq x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{5}{2} & (1) \\ 4x^2+19x+22 \geq 0. & (2) \end{cases}$

(2) $x = \frac{-19 \pm \sqrt{19^2-352}}{2}$, однако $D<0$, $\Rightarrow$ на $x \geq -\frac{5}{2}$ нер. выполн.



$\begin{array}{r} \times\ 23 \\ 5 \\ \hline 115 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 23 \\ 5 \\ \hline 145 \end{array}$

23 · 2

215

46,

$\begin{array}{r} 115 \\ +265 \\ \hline 380 \end{array}$

$\begin{array}{r} 415 \\ +665 \\ \hline 1080 \\ 815 \\ \hline 1895 \\ 316 \\ \hline 2275 \end{array}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

Решение

найти ~~колво~~ кол-во чисел вида $\underbrace{abcd\ldots 9}_{18}$, где цифры принимают знач. 0; 5; 9, причем $n_5 = 6$, и они подряд.

Изобразим схему числа

$5\,5\,5\,5\,5\,5\,|\,\overbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots}^{12}$

Пусть все 5-ки занимают первые 6 мест, тогда по правилу перемножения чисел такого вида $= S_1 = 2^{12} - X$, где X - количество чисел, в которых 0; 9 встречается только 1 раз. Таких чисел, очевидно, 2, когда все ост места занимают либо 0, либо 9. В таком случае $S_1 = 2^{12} - 2$.

Рассм. след случай, когда группа 5к стоит НЕ на первых 6ти позициях, в таком случае I позицию занимает НЕ 0, иначе он незначащий и число 17-знач. Отсюда. По правилу перемн. количество вариантов где 5ки не на позициях равно $S_2 = 12^{1)} \cdot 1^{2)} \cdot 2^{11\,3)} - X_2$

1) количество вариантов постановки 5к
2) Варианты I цифры
3) Количество размещений цифр 9; 0 на ост. позициях.

X_2 - количество чисел, в которых все цифры кроме 5к - девятки. (все нули быть не могут, т.к. 1 девятка есть по умолчанию). Количество таких чисел $X_2 = 12$. (на каждую расстановку 5к одно такое число). $S_2 = 12 \cdot 2^{11} - 12$. Отсюда искомое $S = S_1 + S_2 = 2^{12} - 2 + 12 \cdot 2^{11} - 12 = 2^{12} + 6 \cdot 2^{12} - 14 =$
$= 2^{12}(1+6) - 14 = 7(2^{12} - 2)$

Ответ: $7(2^{12}-2)$.

Задача 7.

Видно, что $a_{1(n)} - a_{1(n-1)}$ каждого промежутка равно 35.
Отсюда можно заметить, что если представить каждую группу в виде послед. $a_{1(n)}; a_{2(n)}; \dots a_{35(n)}$, где число (n) - ~~это~~ номер группы, (их всего 5), то $\left|a_{m(n)} - a_{m(k)}\right| \vdots 35$, где $m \in [1;35]$; $n;k \in [1;5]$. причём $n \neq k$. Отсюда следует положить, что, чтобы удовлетв. условия. Нельзя выбирая из групп. числа под равными номерами.

Далее можно доказать, что из группы с наиб-ми числами следует брать наименьшие. Откуда выходит красивый пример чисел

~~[;] ; [;] ; [46 ; 50] ; [76 ; 80] ; [106 ; 110]~~

$[21;25] + [51;55] + [81;85] + [111;115] + [141;145]$.

Посчитаем сумму этих чисел:

$115 + 265 + 415 + 665 + 815 = 2100 + 175 = 2275$.

Пусть 2275 - не наименьшая сумма, тогда воспользовавшись суммой вверху можно сказать, что в таком случае в группе с наиб. числами должны стоять числа меньше, однако если прибавлением других группы. Противоречие. Откуда 2275 - наим сумма всех чисел

Ответ: 2275

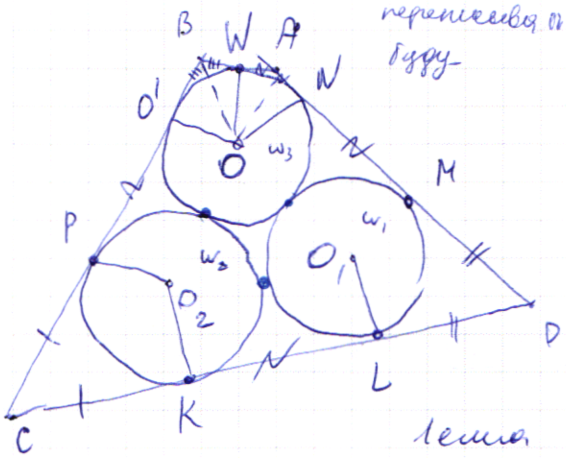
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-057
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

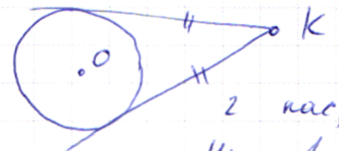
Задача 4. Решение

Условие переписывать не буду.



лемма.

а)



2 кас, провед. из 1 точки к 1 окр. равны.

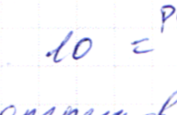
Из леммы выделим равные отрезки на исходн. задаче

лемма 2.

2ве окр., кас. внеш. образом имеют расстояние между центрами равное $R+r$, причем если они равны, то $2R$, а радиусы и общ. кас. с отрезк., соед. радиусы образуют пр/уг. (т.к кас $\perp$ рад-м), отсюда отрезки, стягивающие точки KL ; P,O' ; NM равны, отметим это.

Из данных равенства можно заметить, что при вычитании знач. $10 = PO = NM = KL$ ~~$PO + NM + KL = 3PO$~~. (из ранее опис. равн. отрезков), откуда $\boxed{R = \frac{PO}{2} = 5}$

~~3~~ б) Заметим, что $\triangle OO_1O_2$ – р/стр., т.к образован сторонами $= 2R$, отсюда $\angle O_2OO_1 = 60^\circ$. $\angle O_2OO' = \angle O_1ON = 90^\circ$, как пр/ки. (выше рассмотрено). Откуда $\angle O'ON = 360 - 180 - 60 =$ $= 120^\circ$. Опять лемма.



SO - биссе $\angle CSK$, отсюда $\angle KSO = \frac{1}{2}\angle CSK$.

Аналогично. $\angle BOW = \frac{1}{2}\angle O'OW$

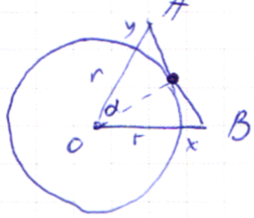
$\angle AOW = \frac{1}{2}\angle NOW$ сложив, получаем, что искомый

~~$\sin 5x \quad \sin 9x \quad - \quad \sin^2 7x \quad - \cos^2 x = 3$~~

угол равен $\frac{1}{2} O'ON = 4$, $\angle OO'N = 120$, откуда

$AOB = \frac{120^\circ}{2} = \boxed{60^\circ}$

в) для пункта б нар. отр. рис.



$\alpha = 60^\circ$
$r = 5$

$AO \cdot OB = 42$; $(5+x)(5+y) = 42$

$xy + 5(x+y) - 17 = 0$

$xy = -5x - 5y + 17$

$y(x+5) = -5x + 17$

$y = \frac{-5x+17}{x+5}$ Откуда $\frac{AO}{OB} =$

$= \frac{5 + \frac{-5x+17}{x+5}}{5+x} = 5 + \frac{-5x+17}{(x+5)^2} = \frac{5x^2+10x+25-5x+17}{(x+5)^2} = \frac{5x^2+5x+42}{(x+5)^2}$

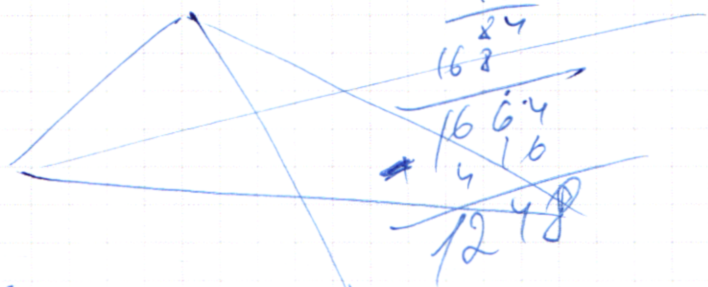
$\cos^2 t + \sin^2 t = 1$ $\quad \sin \quad \cos = 1$

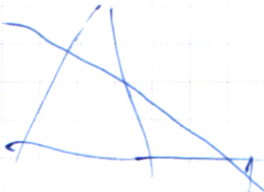
$2\cos^2 t - 1$

$\begin{array}{r} 42 \\ \times 42 \\ \hline 84 \\ 168 \\ \hline 1764 \end{array}$

$\begin{array}{r} 16 \\ 4 \\ \hline 124 \end{array}$

$\begin{array}{r} 26 \\ 16 \\ \hline 156 \\ 26 \\ \hline 416 \end{array}$





$\frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 14x) - \sin^2 7x - (1 + \sin^2 x - 3)$

$\frac{1}{2}(\cos 4x - \cos^2 7x + \sin^2 7x) - \sin^2 7x$

~~$\sin^2\alpha$~~

$\cos^2 x - \sin^2\alpha$

$1 - \sin^2\alpha$

$\cos \quad \sin \quad = 1$

~~$\frac{1 - \sin 2x}{2}$~~

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$\cos^2 2x - \sin^2 2x$

$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

$\begin{array}{r} 0,0625 \\ 0,125 \\ \hline 375 \end{array}$

$\begin{array}{r} 0,25 \\ 0,25 \\ \hline 0625 \end{array}$

$\begin{array}{r} 4,625 \\ - \; 0,0625 \\ \hline 4,5625 \end{array}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-057

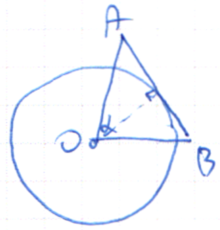
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

угол равен $\frac{1}{2}$ $O'ON$, $\angle OO'N$, откуда $\boxed{AOB = 60^\circ}$

в) сделаем рисунок



$AO \cdot OB = 42$

$\angle\alpha = 60^\circ$

по т. косинусов

$AB^2 = AO^2 + OB^2 - 2AO \cdot OB \cos 60^\circ$

$AB^2 = AO^2 + OB^2 - 42$

$AB^2 = (AO+OB)^2 - 84 - 42$

Ответ: а) 5 ; б) 60°

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7

(Нумеровать только чистовики)

4
16
2 7

11 2
2
10
1 4

64

5 7

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

Задача 5

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1 \qquad 1 = \log_{\sqrt{x+3}-x} \sqrt{x+3}-x$

ОДЗ.

$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ \sqrt{x+3}-x > 0 \quad (2) \\ \sqrt{x+3}-x \neq 1 \quad (3) \\ x+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ \frac{1-\sqrt{13}}{2} \quad \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ -2 \quad 1 \\ x > -5 \end{cases}$

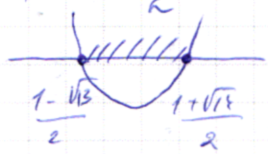
2) $\sqrt{x+3} > x$

либо $x \in (-3;0)$.

либо $x+3 > x^2$

$x^2 - x - 3 < 0$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$



$\frac{1}{2} \pm \frac{3,5}{2}$

$\sqrt{x+3} \neq 1+x$

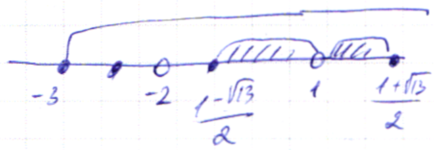
$x+3 \neq x^2+2x+1$

$x^2+x-2 \neq 0$

$x \neq -2$

$x \neq 1$

Общее ОДЗ.



Перепишем нер-во.

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq \log_{\sqrt{x+3}-x} \sqrt{x+3}-x$ Заметим, что

у нер-ва $(\sqrt{x+3}-x-1)(x+5-\sqrt{x+3}+x) \geq 0$ такое же множество решений, если включить одз.

Узнаем, в каких x ~~до~~ выражение справа $=0$

$\sqrt{x+3} = x+1$

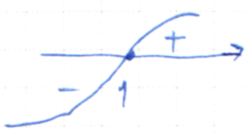
$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+3 = x^2+2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2+x-2=0 \end{cases}$ $-2 \quad \boxed{1}$ 1 корень.

$x+5-\sqrt{x+3}+x=0$

$2x+5 = \sqrt{x+3}$

$\begin{cases} 2x+5 \geq 0 \\ x+3 = 4x^2+20x+25 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -2,5 \\ 4x^2+19x+22=0 \end{cases}$ ~~~~ не обр-ся в ноль.

Значит функция переходит через 0 1 раз в точке 1.



по м/ду инт-в. восп. ОДЗ.

Значит. решение нер-ва. $\left(1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right]$.

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 8

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15 – 057

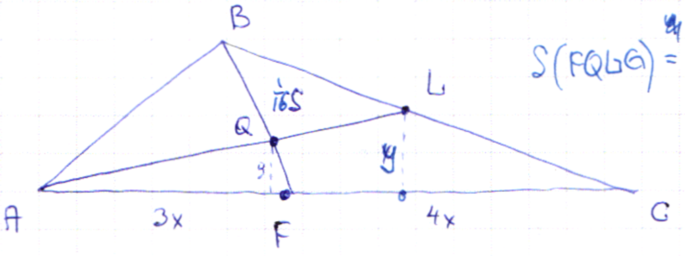
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 6

$S(\triangle BFC) = \frac{4}{7} S(ABC)$



$S(FQLG) = \frac{4}{7}S - \frac{1}{16}S = \frac{57}{112}S.$

$\frac{AQ \cdot QF}{BQ \cdot QL} = \frac{1/16 S}{27x/2}$

$S \quad \frac{\frac{57}{112}S + \frac{27x}{2}}{7x}$

Не хватает времени дорешать

Идея: выразить площади разных тр-ков через ~~все~~ отношение отрезков, на которые делят AC и BC чевианы AL и AF. ~~записать~~ вычислить отношение ~~по~~ площадей ALC и ABC, найдя S(ALC), найти y.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 9

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

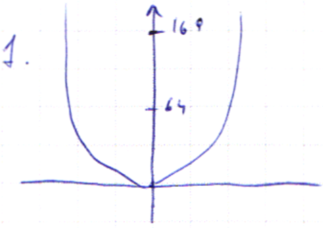
15-057

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



$c^2 - b^2 = a^2 - 2ab\cos\alpha$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\alpha$

$b^2 - c^2 = a(a - 2c\cos\alpha)$

$(5+x)(5+y) = 42$

$25 + 5x + 5y + xy = 42$

$5(x+y) + xy - 17 = 0$

$26 \cdot 16 = 416$, $26 \cdot 26 = 676$, $16 \cdot 16 = 256$

$676 + 256 = 952$

$952 - 416 = 536$

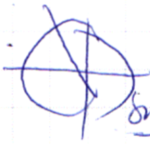
1 2 3 4 5

$24 \cdot 24 = 576$

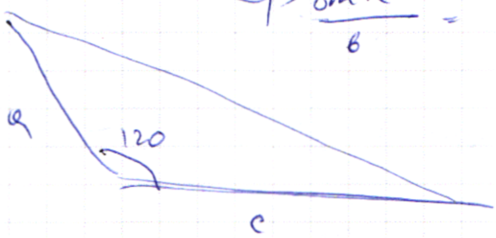
$12 + 12 = 24$

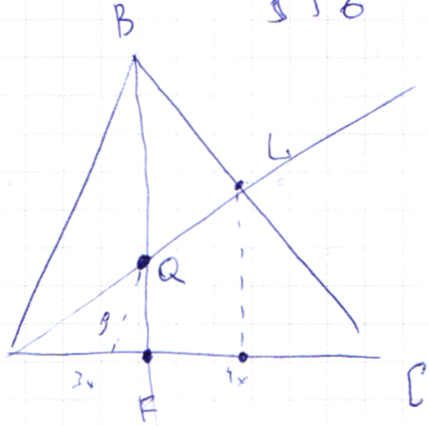
0; 5; 9

$952 - 256 = 696$



$\frac{\sin\alpha}{b} =$





$26 \cdot 26 = 676$

26
26

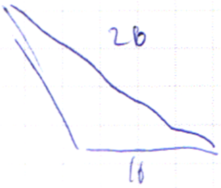
8 26
4 13

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\alpha$

$b^2 - c^2 + 2ac\cos\alpha = a^2$

$b^2 - c^2 = a(a - 2c\cos\alpha)$

$26^2 = a^2 + 16^2 - 32 \cdot 16\alpha$



13 · 13 · 22

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+5}-x)$

$1+12$

$(t-1)(t-8)$

$\begin{cases} \sqrt{x+3}-x \geq 0 \\ \sqrt{x+3} \neq 1 \\ x \geq -3 \end{cases}$ $\sqrt{x+3} \geq x$ $x+3 \geq x^2$ $x^2-x-3 \leq 0$ $x \geq 0$

$1680 + 256 = 1936$

$880 + 256$

$(\sqrt{x+3}-x-1)(x+5-\sqrt{x+3}+x) \geq 0$

$25 \cdot 5 = 125$ 256

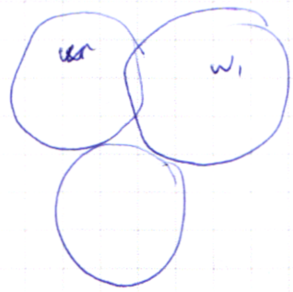
$26 \cdot 26 = 676$ $16 \cdot 16 = 256$ $33 \cdot 5 = 165$ $53 \cdot 5 = 265$

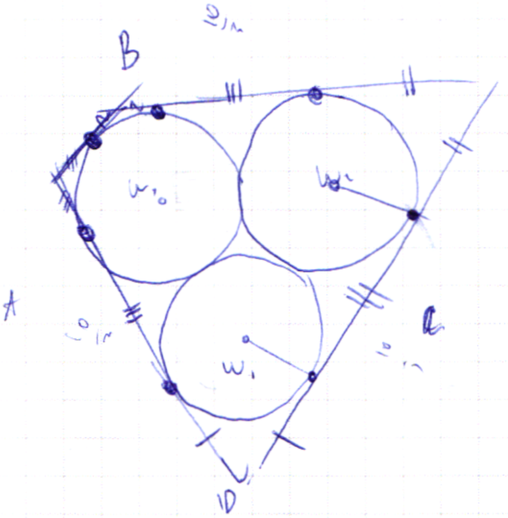
$676 - 256 = 420$

166 $83 \cdot 5 = 415$

226 $113 \cdot 5 = 565$ $130 + 45 = 175$ 216 $143 \cdot 5 = 715$

$19 \cdot 19 = 361$ $361 - 224 = 137$ $28 \cdot 8 = 224$





D

A $5\cos 5x \cdot \sin 9x + 9\sin 5x \cos 9x -$

$-$

$88 \cdot 4 = 352$ $19 \cdot 19 = 121$ 14

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)