МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2 ШИФР 15-060

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-060
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

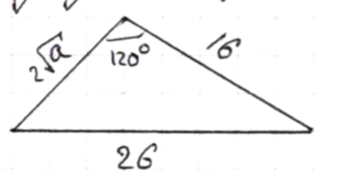
№1

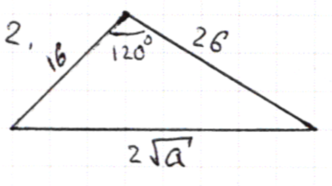
$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 169 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 13 \\ x_2 = -13 \end{array}\right. \Rightarrow$ длина отрезка $x_1x_2 = |x_1| + |x_2| = 26$

$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 64 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_3 = 8 \\ x_4 = -8 \end{array}\right. \Rightarrow$ длина отрезка $x_3x_4 = |x_3| + |x_4| = 16$

$\begin{cases} y = x^2 \\ y = a \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_5 = \sqrt{a} \\ x_6 = -\sqrt{a} \end{array}\right. \Rightarrow$ длина отрезка $x_5x_6 = |x_5| + |x_6| = 2\sqrt{a}$

В треугольнике против большего угла лежит большая сторона, значит, против угла в $120°$ может лежать отрезок x_1x_2 или x_5x_6. Применим т. косинусов для двух случаев:

1. 

2. 

$\begin{cases} 26^2 = 16^2 + 4a + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{a} \cdot 16 \quad (1) \\ 2\sqrt{a} < 26 \end{cases}$

(1) $676 = 256 + 4a + 32\sqrt{a}$

$4a + 32\sqrt{a} - 420 = 0$

$a + 8\sqrt{a} - 105 = 0$

$\frac{D}{4} = 16 + 105 = 121 = 11^2$

$\left[\begin{array}{l} \sqrt{a} = -4 + 11 = 7 \\ \sqrt{a} = -4 - 11 = -15 - \text{пост. кор.} \end{array}\right.$

$a = 49$

$\begin{cases} 4a = 16^2 + 26^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 26 \quad (1) \\ 2\sqrt{a} > 26 \end{cases}$

(1) $4a = 256 + 676 + 416$

$4a = 1348$

$a = 337$

$\begin{cases} a = 337 \\ a \in [169; +\infty) \end{cases} \Rightarrow a = 337$

$$\begin{cases} a=49 \\ a \in [0;169] \end{cases} \Rightarrow a=49$$

Ответ: $a \in \{49; 337\}$

№2

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

$= \frac{1}{2}(\cos 14x - \cos 4x) - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 =$

$= -\frac{1}{2}(1 - 2\sin^2 7x + 1 - 2\cos^2 2x) - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 =$

$= -1 + \sin^2 7x + (1 - 2\cos^2 x)^2 - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 =$

$= 1 - 4\cos^2 x + 4\cos^4 x - \cos^2 x - 4$

$g(x) = 4\cos^4 x - 5\cos^2 x - 3$

Пусть $a = \cos^2 x$, $a \in [0;1]$

$g(x) = 4a^2 - 5a - 3$

$x_в = \frac{5}{8}$; $g(x_в) = \frac{4 \cdot 25}{8 \cdot 8} - \frac{5 \cdot 5}{8} - 3 = \frac{4 \cdot 25 - 8 \cdot 25 - 3 \cdot 8 \cdot 8}{64} =$

$= \frac{-100 - 192}{64} = -\frac{292}{64} = -\frac{73}{16}$

$g(0) = -3$

$g(1) = -4$

$g_{наим} = g\left(\frac{5}{8}\right) = -\frac{73}{16}$

$g_{наиб} = g(0) = -3$

Ответ: $g_{наим} = -\frac{73}{16}$; $g_{наиб} = -3$

№3

Т.к. цифры „5" ничем не отличаются друг от друга, объединим их в одну „цифру". Теперь нам надо составить 12-значные числа из цифр „0", „555555", „9". Число нем может начинаться с „0". Тогда у нас два способа выбрать первую цифру. Если первая цифра „555555", то на следующие 10 позиций мы можем поставить либо „0", либо „9". На

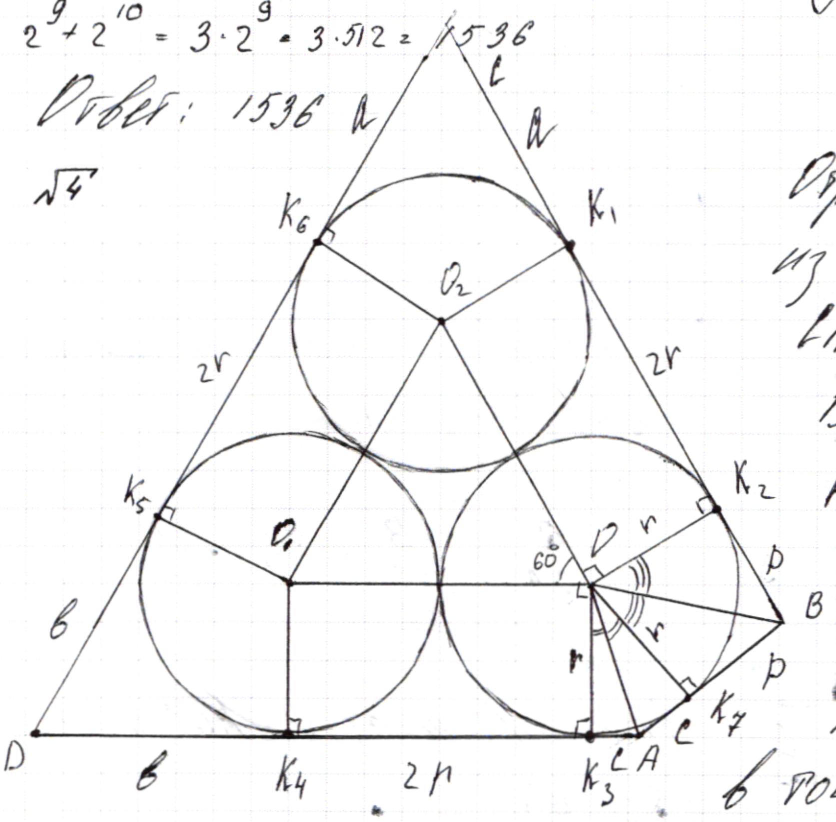
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

последнюю позицию мы можем поставить лишь одну цифру - ту, которой еще не было в числе. Получаем $1\cdot 2^{10}\cdot 1$ вариантов. Если число начинается с „9", то у нас есть 9 позиций для „0" и „9", 1 для „555555" и одна для последней цифры. Всего $1\cdot 2^{9}\cdot 1\cdot 1$ вариантов. По правилу суммы получаем

$2^9+2^{10}=3\cdot 2^9=3\cdot 512=1536$

Ответ: 1536

№4



Отрезки касательных, пров. из одной точки равны:

$CK_6=CK_1=a$

$BK_2=BK_7=p$

$AK_7=AK_3=c$

$DK_5=DK_4=b$

~~$CK_6=CK_1=$~~

Радиус, проведенный в точку касания перпендик. касательной. Тогда $K_6O_2O_1K_5$, $O_2K_1K_2O$, $OK_3K_4O_1$ - прямоугольники $\Rightarrow$ $K_6K_5=K_1K_2=K_4K_3=2r$

$AD+BC-AB-CD=10$

$b+2r+c+p+2r+a-c-p-a-2r-b=10$

$2r=10$

$\underline{r=5}$

$O_1O_2 = O_2O = OO_1 = 2r \Rightarrow \triangle O_1O_2O$ - равносторонний $\Rightarrow$

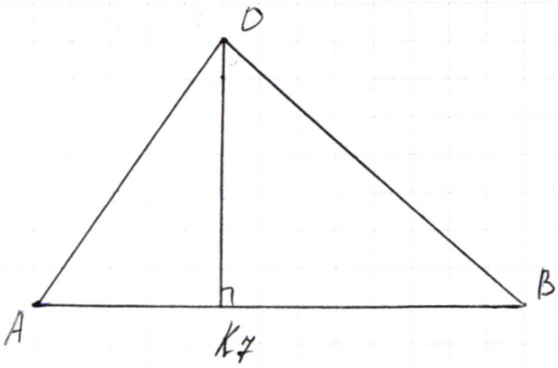
$\angle O_1OO_2 = 60^\circ$; $\angle K_3OK_2 = 360^\circ - \angle K_3OO_1 - \angle O_1OO_2 - \angle K_2OO_2 =$

$= 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 120^\circ$

$\triangle K_3OA = \triangle K_7OA$ (по трем ~~углам~~ сторонам) $\Rightarrow \angle K_3OA = \angle K_7OA$

$\triangle K_7OB = \triangle BOK_2$ (по трем сторонам) $\Rightarrow \angle K_7OB = \angle BOK_2$

$\angle AOB = \frac{1}{2}\angle K_3OK_2 = 60^\circ$



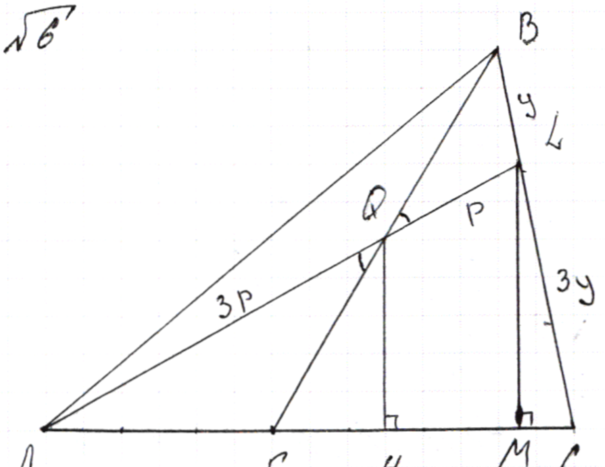
Т.к. OK_7 - высота в $\triangle AOB$, то

$$OK_7 = \frac{AO \cdot OB}{AB};$$

$$AB = \frac{AO \cdot OB}{OK_7} = \frac{42}{5}$$

Ответ: $r = 5$; $\angle AOB = 60^\circ$, $AB = \frac{42}{5}$.

№6



$\angle BQL = \angle AQF$ - как вертикальные

$\triangle ABC \sim \triangle QBL$

$k = \frac{1}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{QL}{BA} = \frac{LB}{BC} = \frac{BQ}{AC} = \frac{1}{4}$

$BL = \frac{BC}{4}$

~~По т. Менелая в $\triangle ABC$ и сек AL:~~

~~$\frac{AQ}{QL} \cdot \frac{BL}{BC}$~~

По т. Менелая в $\triangle ALC$ и сек BF:

$$\frac{AQ}{QL} \cdot \frac{LB}{BC} \cdot \frac{CF}{FA} = 1 \Rightarrow \frac{AQ}{QL} = \frac{BC \cdot FA}{LB \cdot CF} = \frac{4y \cdot 3x}{y \cdot 4x} = 3$$

$\triangle AQH \sim \triangle ALM$ по двум углам. $\Rightarrow \frac{LM}{QH} = \frac{AL}{AQ}$

$LM = \frac{4p \cdot 9}{3p} = 12$ ед

Ответ: 12 ед.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-060

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x)$$

1. $\begin{cases} \sqrt{x+3} - x > 1 & (1) \\ x+5 \geq \sqrt{x+3} - x & (2) \end{cases}$

(1) $\sqrt{x+3} > x+1$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+1<0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+1>0 \\ x+3 \geq (x+1)^2 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<-1 \\ x \geq -3 \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2+x-2 \leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x \in [-3;-1) \\ \begin{cases} x>-1 \\ x \in [-2;1] \end{cases} \end{array}\right.$$

$x \in [-3;1]$

(2) $\sqrt{x+3} \leq 2x+5$

$$\begin{cases} 2x+5 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ x+3 \leq (2x+5)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{5}{2} \\ x \geq -3 \\ x+3 \leq 4x^2+20x+25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{5}{2} \\ 4x+19x+22 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{5}{2} \\ x \in \left(-\infty; \frac{-19-\sqrt{109}}{8}\right) \cup \left(\frac{-19+\sqrt{109}}{8}; +\infty\right) \end{cases}$$

$x \in \left(\frac{-19+\sqrt{109}}{8}; +\infty\right)$

$$\begin{cases} x \in [-3;1] \\ x \in \left(\frac{-19+\sqrt{109}}{8}; +\infty\right) \end{cases} \Rightarrow x \in \left(\frac{-19+\sqrt{109}}{8}; 1\right]$$

О.Д.З.:

$$\begin{cases} (x+5)>0 \\ -x+\sqrt{x+3} > 0 \\ \sqrt{x+3} - x \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>-5 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<0 \\ x+3>0 \end{cases} \\ \begin{cases} x>0 \\ x+3>0 \\ x+3>x^2 \end{cases} \end{array}\right. \\ \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+3 \neq x^2+2x+1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>-5 \\ \left[\begin{array}{l} x \in \left(0; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \\ x>-3 \end{array}\right. \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$x \in \left(-3; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \setminus \{1\}$

2. $\begin{cases} \sqrt{x+3} - x < 1 & (1) \\ x+5 \le \sqrt{x+3} - x & (2) \end{cases}$

(1) $\sqrt{x+3} < x+1$

$\cancel{\sqrt{x+}}$

$\begin{cases} x+1>0 \\ x+3>0 \\ x+3 < x^2+2x+1 \end{cases}$

$\begin{cases} x>-1 \\ x>-3 \\ x^2+x-2>0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \in \cancel{(-\infty;-1)}\ (-1;+\infty) \\ x \in (-3;+\infty) \\ x \in (-\infty;-2) \cup (1;+\infty) \end{cases}$

$x \in \cancel{(-1;-2)} \cup (1;+\infty)$

(2) $\sqrt{x+3} \ge 2x+5$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x+5 \le 0 \\ x+3 \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x+5>0 \\ x+3 \ge 4x^2+20x+25 \end{cases} \end{array} \right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \le -\frac{5}{2} \\ x \ge -3 \end{cases} \\ \begin{cases} x > -\frac{5}{2} \\ 4x^2+12x+22 \le 0 \end{cases} \end{array} \right.$

$\left[\begin{array}{l} x \in \left[-3; -\frac{5}{2}\right] \\ x \in \left(-\frac{5}{2}; \frac{-19+\sqrt{109}}{8}\right) \end{array} \right.$

$x \in \left[-3; \frac{-19+\sqrt{109}}{8}\right)$

$\begin{cases} x \in \cancel{(-1;-2)} \cup (1;+\infty) \\ x \in \left[-3; \frac{-19+\sqrt{109}}{8}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \cancel{x \in (-1;-2)}$ $\varnothing$

Из 1. и 2. следует: $x \in \cancel{(-1;-2)} \cup \left(\frac{-19+\sqrt{109}}{8}; 1\right]$

С учетом ОДЗ: $x \in \left(\frac{-19+\sqrt{109}}{8}; 1\right]$

Ответ: $x \in \left(\frac{-19+\sqrt{109}}{8}; 1\right)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-060

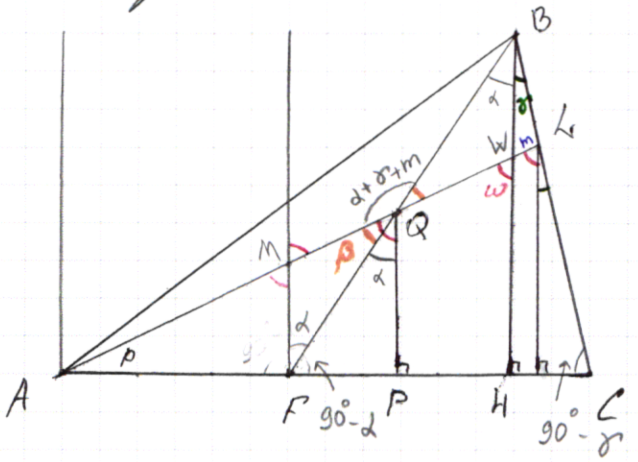
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{AQ}{QL}\cdot\frac{LB}{BC}\cdot\frac{CF}{FA}=1$$

Скорее всего $\triangle ABC \sim \triangle QBL$, $k=\frac{1}{4}$



$\omega=\alpha+\beta$

$m+\omega+\gamma=180$

$p+\alpha+\beta=90$

$\cancel{p+\omega}\ \ p+\omega=90$

$\beta+\alpha+\gamma+m=180^\circ$

$MFQ\sim QBL \Rightarrow \frac{MQ}{QW}=\frac{FQ}{QB}$

$\frac{AM}{MQ}=\frac{AF}{FP}=\frac{QW}{PH}$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№5

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x)$

$x^2+2x+1-x-3$

$1+4=\sqrt{5}$

$x \in \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

$\begin{cases} x>0 \\ x>-3 \\ x^2-x-3<0 \end{cases}$

x^2+x-2

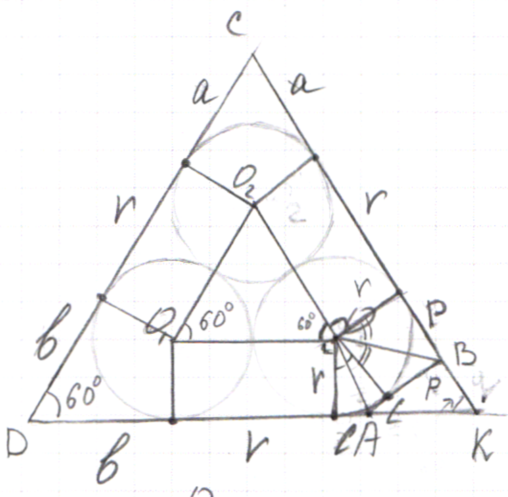
$1, -2$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$AD+BC-AB-CD=10$

$DC=DK=CK=a$

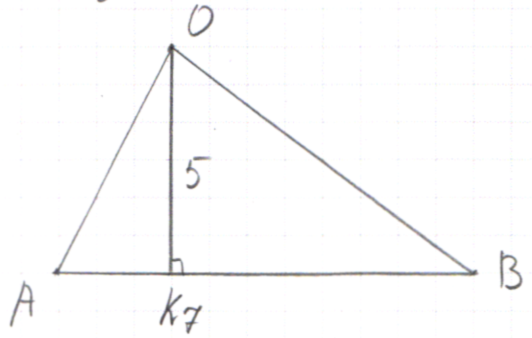
$AB=z+y$;

$y+q=z+b$

$DA=a-b$; $CB=a-q$

$\cancel{b}+r+\cancel{c}+\cancel{p}+\cancel{r}+\cancel{a}-\cancel{c}-\cancel{p}-\cancel{a}-\cancel{r}-\cancel{b}=10$

$\underline{1r=10}$



$OK_7=\frac{AO\cdot OB}{AB} \Rightarrow AB=\frac{AO\cdot OB}{OK_7}=\frac{42}{5}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

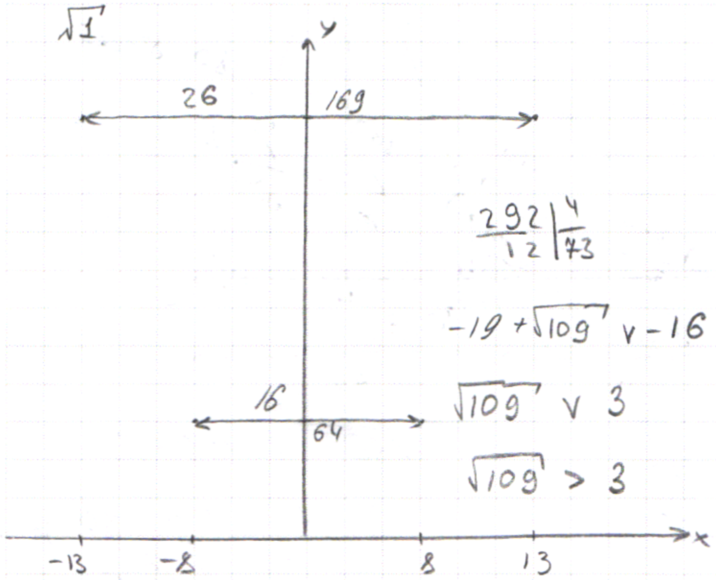
15-060

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



$\frac{292}{12}\Big|\frac{4}{73}$

$-19+\sqrt{109} \vee -16$

$\sqrt{109} \vee 3$

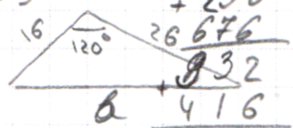
$\sqrt{109} > 3$

$24 \cdot 8 = 192$

$$\boxed{\begin{aligned} &x_1 = 8 \Rightarrow a = 64 \\ &x_2 = \sqrt{337} \Rightarrow a = 337 \end{aligned}}$$

$13 \cdot 13 = 169$, $16 \cdot 16 = 256$, $26 \cdot 26 = 676$, $16 \cdot 26 = 416$

1.



$256 + 676 + 416 = 1348$

$\sqrt{x+3} > x$

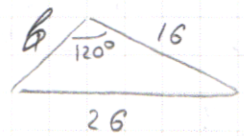
$676 - 256 = 420$

$b^2 = 16^2 + 26^2 + 2 \cdot 16 \cdot 26 \cdot \frac{1}{2}$

$b = \sqrt{1348}$

484 $\quad 22 \cdot 22 = 484$

2.



$26^2 = b^2 + 16^2 + 16a$

$676 = b^2 + 256 + 16a$

$b^2 + 16b - 420 = 0$

$\boxed{b = -8 + 22 = 16}$

$\frac{1348}{14}\Big|\frac{4}{337}$

$256 + 676 + 416 = 1348$

№2

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\begin{cases} \alpha - \beta = 10x \\ \alpha + \beta = 18x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 10x + \beta \\ 10x + 2\beta = 18x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 4x \\ \alpha = 14x \end{cases}$

$\frac{19+3}{8} = \frac{22}{8} = \frac{11}{4}$

$\frac{19-3}{8} = \frac{16}{8} = 2$

$g(x) = -\frac{1}{2}(\cos 14x - \cos 4x) = -\frac{1}{2}((1 - 2\sin^2 7x) - \cos 4x) =$

$= \sin^2 7x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 4x$

$19 \cdot 19 = 361$, $22 \cdot 16 = 352$... $132 + 12 = 252$, $361 - 252 = 109$

$g(x) = \frac{1}{2}\cos 4x - \frac{1}{2} - \cos^2 x - 3$

$\frac{1}{2}(2\cos^2 2x - 1) - \cos^2 x - \frac{7}{2} = (1 - 2\cos^2 x)^2 - \cos^2 x - 4 =$

$= 1 - 4\cos^2 x + 4\cos^4 x - \cos^2 x - 4 = 4\cos^4 x - 5\cos^2 x - 3$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

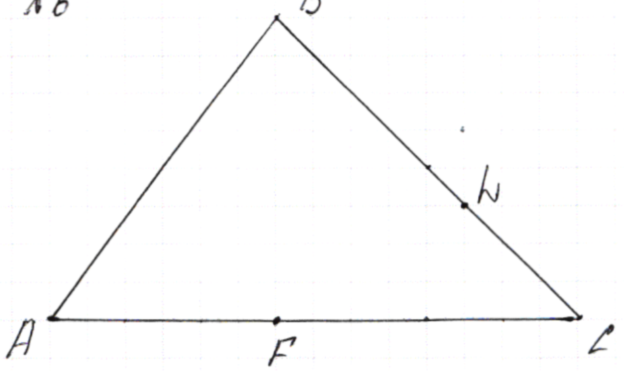
Страница №__

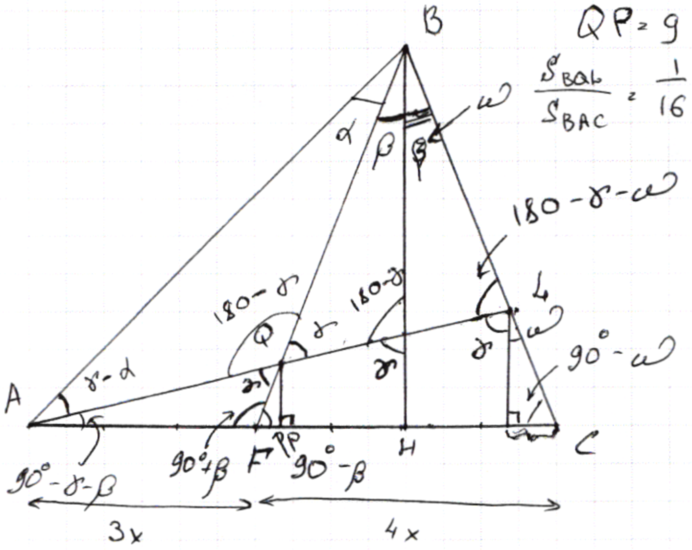
(Нумеровать только чистовики)

№3 Кол-во 12-зн. чисел „0", „555555", „9"

12

№6





QP = 9

$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{1}{16}$

$S_{\Delta FBC} = BH \cdot 4x$

$S_{\Delta ABC} = BH \cdot 7x$ $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{S_{FBC}}{S_{ABC}} = \frac{4}{7}}$

$\frac{S_{QBL}}{S_{FBC}} = \frac{BQ \cdot BL}{BF \cdot BC}$

По т. Минелая в Δ FBC и сек. AL:

$\frac{FQ}{QB} \cdot \frac{BL}{LC} \cdot \frac{CA}{AF} = 1 \Rightarrow \frac{FQ}{QB} \cdot \frac{BL}{LC} = \frac{3}{7}$

$FQ = BF - BQ$; $LC = BC - BL$

$\frac{(BF - BQ)(BL)}{(QB)(BC - BL)}$

$180 - \alpha - 180 + \gamma =$

$\gamma - \alpha$ $\quad 180 - 90 + \beta$

$= 90 + \beta$

$180 - 90 - \beta - \gamma =$

$= 90 - \gamma - \beta$

$\gamma - \alpha + 90 - \gamma - \beta + \alpha + \beta + \omega =$

$= 90°$

$\frac{S_{ABF}}{S_{FBC}} = \frac{3}{4} = \frac{AB \cdot BF \sin\alpha}{BF \cdot BC \sin\beta} \Rightarrow \boxed{\frac{AB \sin\alpha}{BC \sin\beta} = \frac{3}{4}}$

$\frac{S_{ABL}}{S_{ABC}} = \frac{AB \cdot BL}{AB \cdot BC} = \frac{BL}{BC}$

$\frac{S_{QBL}}{S_{ABL}} = \frac{BL \cdot QL}{BL \cdot AL} = \frac{QL}{AL} \Rightarrow \frac{S_{QBL}}{S_{ABC}} = \boxed{\frac{BL \cdot QL}{BC \cdot AL} = \frac{1}{16}}$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)