МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 15-002

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры “0”, “7” и “8” (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр “8” ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Всего будет 10 случаев, когда чисел будет равняться 72 и один случай, когда чисел будет 90. Т.к. подряд идущие „8" будут смещаться на один порядок вправо и пока последняя цифра не будет равна „8".
А всего чисел $72 \cdot 10 + 90 = 810$.
Ответ: 810 чисел.

5. $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$. ОДЗ: $\sqrt{x+7}-x>0$ $x+4 \neq 1$ $x+7 \geq 0$

$\sqrt{x+7} > x$ $x \neq -3$ $x \geq -7$

$x+7 > x^2$ $x+4>0$

$x^2-x-7<0$ $x>-4$

$D = 1+28 = 29$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2}$ -7 -4 $\frac{1-\sqrt{29}}{2}$ $\frac{1+\sqrt{29}}{2}$

~~$x \in \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$~~ $x \in \left(-4; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$x \in (-4; -3) \cup \left(-3; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

1) когда $0 < \sqrt{x+7} - x \leq 1$

$\sqrt{x+7} - x \geq x+4$

$\begin{cases} \sqrt{x+7} - x > 0 \\ 1 \geq \sqrt{x+7} - x \end{cases}$ $\begin{cases} x+7 > x^2 \\ 1+2x+x^2 \geq x+7 \end{cases}$ $\frac{1-\sqrt{29}}{2}$ $\frac{1+\sqrt{29}}{2}$ -3 2 но если подставлять x, то $0 < \sqrt{x+7} - x \leq 1$ не будет выполняться

$x \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$ $x \neq -3$ поэтому $x \in (-\infty; -3) \cup [2; +\infty)$

~~$\sqrt{x+7} - x \geq x+4$ $\sqrt{x+7} \geq 2x+4$ $x+7 \geq 4x^2+16x+16$.~~

~~$4x^2+15x+8 \leq 0$. $D = 225-128 = 97$ $x_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{97}}{8}$~~

~~$\frac{-15-\sqrt{97}}{8}$ $\frac{-15+\sqrt{97}}{8}$~~

Выполняется условие $x \in \left[\frac{1+\sqrt{29}}{2}; ~~+\infty~~\right)$

тогда система

$\begin{cases} 0<\sqrt{x+7}-x\le 1 \\ \sqrt{x+7}-x \ge x+4 \end{cases}$ $\quad -3 \quad 2 \quad \frac{-15-\sqrt{97}}{8} \quad \frac{-15+\sqrt{97}}{8}$ $\quad x\in\left[\frac{-15-\sqrt{97}}{8}; -3\right)$

для первого случая.

2) $\begin{cases} \sqrt{x+7}-x \ge 1 \\ \sqrt{x+7}-x \le x+4 \end{cases}$

$\sqrt{x+7}-x \ge x+4 \qquad 4x^2+15x+9 \le 0$

$D=225-144=81$

$x_{1,2}=\frac{-15\pm 9}{8} = -\frac{3}{4}; -3.$

$\begin{cases} 0<\sqrt{x+7}-x\le 1 \\ \sqrt{x+7}-x \ge x+4 \end{cases}$ $\quad 2 \quad \frac{1+\sqrt{29}}{2} \quad x \quad -3 \quad -\frac{3}{4}$ $\quad -7 \; -3 \; -\frac{3}{4} \; 2 \quad \frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$\varnothing$

2) $\begin{cases} \sqrt{x+7}-x \ge 1 \\ x+4 \ge \sqrt{x+7}-x \end{cases}$ $\begin{cases} x+7 \ge 1+2x+x^2 \\ 4x^2+16x+16 \ge x+7 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+x-6 \le 0 \\ 4x^2+15x+9 \ge 0. \end{cases}$

$\begin{cases} D=1+24=25 \quad x_{1,2}=\frac{-1\pm 5}{2} = 2; -3 \\ D=225-144=81 \quad x_{1,2}=\frac{-15\pm 9}{2} = -3; -\frac{3}{4}. \end{cases}$ $\quad -3 \quad 2 \quad -3 \quad -\frac{3}{4}$

$x\in\left[-\frac{3}{4}; 2\right)$

Ответ: $x\in\left[-\frac{3}{4}; 2\right)$

7. Чтобы сумма была наименьшей, последний промежуток должен быть наименьшим, т.е.

181; 182, 183, 184, 185, 186.

135 102 143 104 105 106. Второй промежуток

91 102 103 104 105 106.

47 62 63 64 65 66.

1

181 182 183 184 185 186. $S_1 = \frac{181+186}{2} \cdot 6 = 1101$

$1\cancel{41}47$ 142 143 144 145 146. $S_2 = \frac{147+142}{2} \cdot 6 = 867$

91 92 93 94 95 96. $S_3 = \frac{91+96}{2} \cdot 6 = 561$

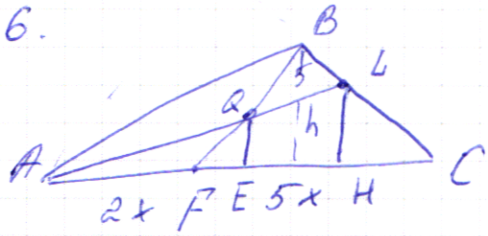
52 53 54 55 56 57 $S_4 = \frac{52+57}{2} \cdot 6 = 327$

1 2 3 4 5 6 $S_5 = \frac{6+1}{2} \cdot 6 = 21.$

$S_{общ} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 1101 + 867 + 561 + 327 + 21 = 2877$

Ответ: наименьшее 2877.

6.



$\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}} = \frac{5y}{12y}.$

найти: $LH - ?$

$AF = 2x$ $FC = 5x$

$QE = 6$

$S_{ABC} = h \cdot 7x = 12y$ $S_{ALC} = LH \cdot 7x$ $S_{AQE} = 6 \cdot (2x + FE)$

$S_{AQF} = 6 \cdot 2x = 12x$ $S_{QFE} = S_{AQE} - S_{AQF} = 12x + 6FE - 12x = 6FE$

$S_{ALC} = LH \cdot 7x = S_{ABC} - S_{ABL} = S_{ABC} - S_{QBL} - S_{AQB} = 12y - 5y - S_{AQB}$

$S_{BFC} = h \cdot 5x$ $S_{AFB} = h \cdot 2x.$ $S_{AQB} = S_{AFB} - S_{AFQ} = 2hx - 12x =$

$= 2x(h-6)$ $S_{ABC} = S_{AQB} + S_{QBL} + S_{ALC} = 2xh - 12x + 5y + LH \cdot 7x$

$y = \frac{h7x}{12}$

$h7\cancel{x} = 2\cancel{x}h - 12\cancel{x} + \frac{35\cancel{x}h}{12} + 7\cancel{x}LH.$

$7h = 2h - 12 + \frac{35}{12}h + 7LH.$

$2\frac{1}{12}h = 7LH - 12$ $LH = \frac{12 + 2\frac{1}{12}}{h}$

$y = a_2 = 2x_3^2 = 2 \cdot 5^2 = 50.$

Ответ: $a_1 = 158$ $a_2 = 50$

2. $g(x) = \sin 3x \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$\sin 3x \sin 7x = -\frac{1}{2}(\cos 10x - \cos 4x)$ $\cos 10x = 2\cos^2 5x - 1.$

$g(x) = -\frac{1}{2}\cos 10x + \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = -\cos^2 5x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 4x -$

$- \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \frac{1}{2}(1 + \cos 4x) - \sin^2 x + 4 = \cos^2 2x - \sin^2 x + 4 =$

$= \cos^2 x - \sin^2 x - \sin^2 x + 4 = 1 - 3\sin^2 x + 4 = 5 - 3\sin^2 x$

Т.к. $\sin^2 x \geq 0$., то ~~наиме~~ наибольшее значение 5 и $\sin^2 x \in [0; 1]$. $g(x)$ - будет наименьшим, если $3\sin^2 x$ будет наибольшим, $3\sin^2 x$ наибольшее при $\sin^2 x = 1$. Поэтому наименьшее $g(x) = 5 - 3 \cdot 1 = 2$.

Ответ: наибольшее значение 5, наименьшее 2.

3. Рассмотрим случаи расположения „8".

1) Когда семь „8" идут подряд вначале.

$\underbrace{8888888}_{const}\underbrace{.0\,7\,7\,0}_{10 \text{ цифр}}$ таких чисел будет $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{(10-2)!} =$ и используются „0" и „7" т.е $k = 2$

$= \cancel{8 \cdot 9} = 9 \cdot 10 = 90$ чисел в первом случае.

2) Когда семь „8" идут подряд после первой цифры „7", „0" - первая цифра равняться не может.

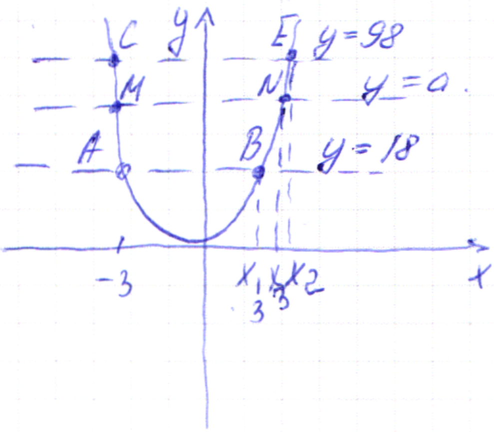
$7\,8888888 \underbrace{\overset{k=2}{.......}}_{9 \text{ цифр}}$ $C_n^k = \frac{9!}{(9-2)!} = 8 \cdot 9 = 72$ числа во втором.

3) Когда семь „8" идут подряд после „7" и какой-нибудь цифры.

$\underbrace{7..}_{1 \text{ цифра}}\ 8888888 \underbrace{\overset{k=2}{.....}}_{8 \text{ цифр}}$ $n = 9$ $C_n^k = \frac{9!}{(9-2)!} = 72$ числа в третьем случае.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



$y = 2x^2$

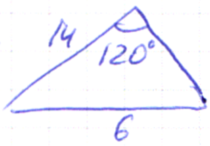
$y = 18 = 2x_1^2 \quad x_1 = \pm 3 \Rightarrow$

отрезок $AB = 6$

$y = 98 = 2x_2^2 \quad x_2 = \pm 7 \Rightarrow$

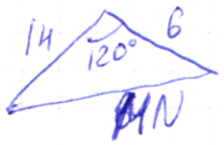
отрезок $CE = 14$

Найдём отрезок MN - или третью сторону треугольника. Можно составить 2 треугольника со сторонами 6 и 14 и углом $120°$, т. к.



против тупого угла не может лежать меньшая сторона.

1)



по теореме косинусов $MN^2 = 6^2 + 14^2 - 2 \cdot 6 \cdot 14 \cdot \cos 120°$

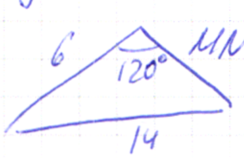
$MN^2 = 36 + 196 + 84 = 316.$

$MN = \sqrt{316}$ только с плюсом, с минусом сторона не может равняться.

$MN = \frac{1}{2} x_3 = \frac{\sqrt{316}}{2} = \frac{2\sqrt{79}}{2} = \sqrt{79}.$

$y = a_1 = 2x_3^2 = 2 \cdot (\sqrt{79})^2 = 158$ Для первого случая $a = 158$.

2)



по теореме косинусов. $14^2 = 6^2 + MN^2 - 2 \cdot 6 \cdot MN \cos 120°$

$196 = 36 + MN^2 + 6MN$

$MN^2 + 6MN - 160 = 0$

$D = 36 + 640 = 676$

$MN_{1,2} = \frac{-6 \pm 26}{2} = 10; -16$ -16 не подходит.

$MN = \frac{1}{2} x_3 = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5.$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-002

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$1110+873+633+399+165=$

1 8 15 22 29 36

45 52 59 66 73 80

91 98 105 112 119 126

137 144 151 168 165 172.

183 190 197 204 211 218.

181 182 183 184 185 186. - чтобы мин. было.

142 143 144 145 146

$270-182=88$:

1 2 3 4 5 6

3 10 17 24 31 38

10 17 24 31 38 45

$401\cdot3 = 1203$

$225+45=270$

$\frac{182+270}{2}\cdot30=$

$\frac{218+183}{2}\cdot6$

$= 9{,}1+135$

$309\cdot3$

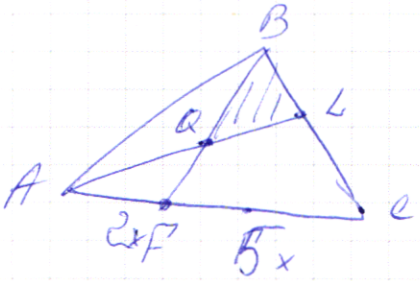
$246\cdot30=$

$=7380$

$(172+137)\cdot3$ 927

$119+91$ $210\cdot3=630$.

$125\cdot3=$



$\frac{5}{12}=\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}}$

$\frac{4}{12}h$

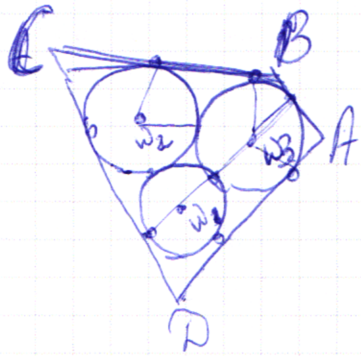
$2\frac{1}{12}$

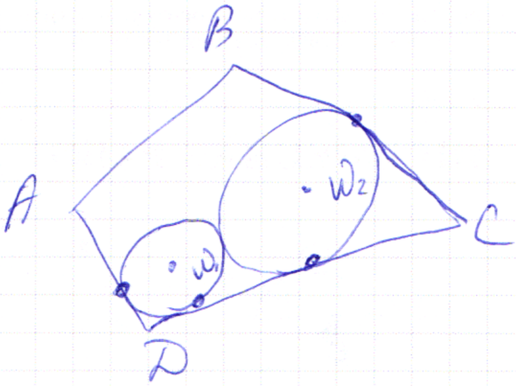
☐ черновик ☐ чистовик

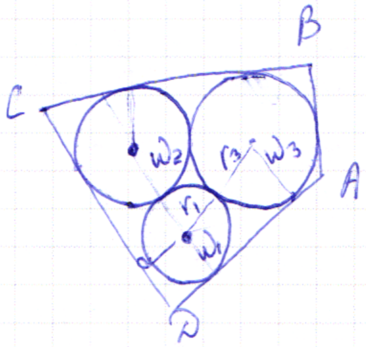
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)







1401 + 867 = 1968
1968 + 561 = 2529
2529 + 327 = 2856
2856 + 21 = 2877

39; 40; 41; 42; 43; 44.
90; 91; 92; 93; 94; 95.

136; 137; 138; 139; 140; 141

97 98 99 100 101 102.

51 52 53 54 55 56

Чтобы была наименьшая сумма. (45−3):6 = 7 через.

181 ~~188~~ 181 182 183 184 185 186 141

142 143 144 145 146 135
102 103 104 105 106 91
62 63 64 65 66 47
22 26 27 28 29 30

63

1 8

$\frac{367}{2}$

$\frac{181+186}{2}\cdot 6$ 183,5 · 6 = 1101,0

$= \frac{142+147}{2}\cdot 6$

$\frac{64+69}{2}\cdot 6 = \frac{133}{2}$

181 182 183 184 185 186
142 143 144 145 146 136
91 92 93 94 95 96
57 52 53 54 55 56.
1 2 3 4 5 6

66,5 · 6 = 399,0

27,5 · 6 = 165,0

$\frac{289}{2} = 145,5$

145,5 · 6 = 873,0

$\frac{103+108}{2}\cdot 6 =$

$= \frac{211}{2}$

105,5 · 6 = 633,0

47

52

109 · 3 = 327

367 · 3 = 1101

187 · 3 = 561

46 47 48

142 + 147 = 289

289 · 3 = 867

981 136 181

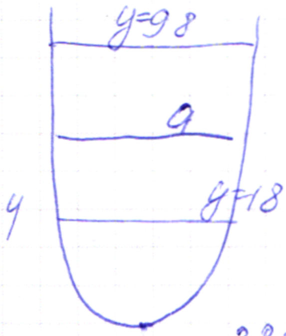
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

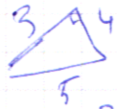
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-002
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



14
6



$25=9+16$

$1+\frac{289}{27}=$

$-\cos 60=-\frac{1}{2}$

по теор син

$\frac{b}{\sin 120}=\frac{6}{\sin\alpha}=\frac{14}{\sin(60-\alpha)}=\frac{14}{\frac{\sqrt3}{2}\cos\alpha-\frac12\sin\alpha}=\frac{28}{\sqrt3\cos\alpha-\sin\alpha}$

$28\sin\alpha=6\sqrt3\cos\alpha-6\sin\alpha$. $\quad 34\sin\alpha=6\sqrt3\cos\alpha$

$17\sin\alpha=3\sqrt3\cos\alpha$.

$1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\quad 1+\frac{27}{289}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$. $\quad 17\,tg\alpha=3\sqrt3$ $\quad \cos\alpha\neq0$

$\frac{316}{289}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\quad 1+ctg^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$. $\quad tg\alpha=\frac{3\sqrt3}{17}$. $\quad ctg\alpha=\frac{17}{3\sqrt3}$.

$\cos\alpha=\sqrt{\frac{289}{316}}=\frac{17}{\sqrt{316}}$.

$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{289}{316}}=\sqrt{\frac{27}{316}}=\frac{3\sqrt3}{\sqrt{316}}=\frac{3\sqrt3}{2\sqrt{79}}$

9

$\frac{2b}{\sqrt3}=\frac{6\cdot2\sqrt{79}}{3\sqrt3}$

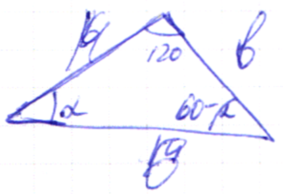
$x=3\sqrt{79}$ $\quad y=a=2x^2=2\cdot9\cdot79$

$b=6\sqrt{79}$. $\quad 280 \quad 316$.

по теор. косинусов. $b^2=36+196+2\cdot6\cdot14\cdot\frac{\sqrt3}{2}=$ $\quad 18$

$=36+196+84$

$x=\sqrt{79}$ $\quad y=a=2x^2=2\cdot79=158$ $\quad b=\sqrt{316}=2\sqrt{79}$



$196=36+b^2+2\cdot6\cdot b\,\frac{1}{2}=36+b^2+6b$.

$160=b^2+6b$

$b^2+6b-160=0$ $\quad \times\begin{array}{r}26\\26\\\hline 156\\52\end{array}$

$D=36+640=676$

$b_{1,2}=\frac{-6+26}{2}=10$. $\quad x=5$

$y=a=2x^2=2\cdot25=50$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-002

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$g(x)' = (5 - 3\sin^2 x)' = 0 - 5(3 \cdot 2\cos x) = --$

$a^2 =$

наибольшее 5 т.к. $\sin^2 x \geq 0$

наименьшее 2 т.к. $\sin x \in [-1; 1]$

$-6\cos x = 0$

$\cos x = 0$

$5 - 3 \cdot 1 = 2$

$5 - 3 \cdot 1 = 2.$

y' + −

y 0

5

322 223 232 323 332 233

$\frac{3!}{2!\,1!} = 3$

21 12

$\frac{2!}{0!} = 1.$

32 23

$\frac{2!}{2!\,0!}$

2233 3322 2332 3223

3222 2322 2232 2223 3332 3323 3233 2333

$\frac{4!}{2!} = 3 \cdot 4$

888888~~7~~ 707 90

$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{10!}{2!\,(8!)} = \frac{9 \cdot \overset{5}{\cancel{10}}}{2} = \cancel{45}$ ~~вариантов~~ чисел.

$9 \cdot 10 = 90$ чисел.

7 8888888 9

первая цифра 0 равняться не может ⇒ первая 7 и 7 восьмёрок.

$C_n^k = \frac{9!}{2!(7!)} = \frac{\overset{4}{8} \cdot 9}{2} = \cancel{72}$ чисел.

7 1 8888888 8 тоже 9 цифр. $C_n^k = \frac{9!}{2!\,7!} = 72$ чисел.

7 2 8888888 7 тоже 9 цифр. $\frac{9!}{7!} = 72$ числа.

7 3 8888888

6 цифр 72 числа

5 цифр 72 числа

4 цифры 72 числа

3 цифры 72 числа

2 цифры 72 числа

1 цифра 72 числа

0 цифр. 72 числа.

Ответ. $10 \cdot 72 + 90 = 810$ чисел.

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$. ОДЗ. $x+7 \geq 0$. $\sqrt{x+7}-x > 0$. $x+7 > x^2$

$0,1$ $\frac{1}{10}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{+2}$ $\log_{1} 6 \geq 1$. $x+4 \neq \varnothing$ $x \geq -7$ $x^2-x-7<0$.

$x \geq -4$. $D = 1+28 = 29$

1) $0 < \sqrt{x+7} - x \leq 1$ $\quad x \in \left(-4; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$ $\quad x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2}$

$(\sqrt{x+7}-x)^1 \geq x+4$.

-7 $\quad \frac{1-\sqrt{29}}{2}$ $\quad \frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$\cancel{\sqrt{x+7} - x > 0}$. 2) $\sqrt{x+7} - x \geq 1$.

-3 $\frac{1-\sqrt{29}}{2}$ 2 $\frac{1+\sqrt{29}}{2}$ $\quad$ 1,5 5,5 $\quad$ $x+4 \geq \sqrt{x+7} - x$ $\quad \frac{16}{144}$

$x+7 \geq 1+2x+x^2$

$\sqrt{x+7} - x \leq 1$. $\quad x \in \left[2; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$ $\quad x+7 \geq 2x+4$

$\sqrt{x+7} \leq 1+x$ $\quad 0 \geq -6+x+x^2$ $\quad x+7 \geq 4(x+2)^2$

$x+7 \leq 1+2x+x^2$ $\quad \varnothing$ $\quad x^2+x-6 \leq 0$ $\quad x+7 \geq 4x^2+16x+16$

$0 \leq x^2+x-6 \geq 0$. $\quad D = 1+24 = 25$ $\quad 4x^2+15x+9 \geq 0$.

$D = 1+24 = 25$ $\quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = 2; -3$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = -3; +2$ $\quad$ -0,5 2,5

-3 $\quad 2$ $\quad x \in [-3; 2]$ $\quad \frac{28}{4} - \frac{3}{4} =$

$x+4 \geq \sqrt{x+7} - x$ $\quad \frac{25}{4}$

$\sqrt{x+7} - x \geq x+4$ $\quad 2x+4 \geq \sqrt{x+7}$

$\sqrt{x+7} \geq 2x+4$ $\quad 4x^2+16x+16 \geq x+7$ $\quad \frac{5}{2} + \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$

$x+7 \geq 4x^2+16x+16$. $\quad 4x^2+15x+8 \geq 0$.

$4x^2+15x+8 \leq 0$. $\quad D = 225-128 = 97$ $\quad \frac{16}{4} - \frac{3}{4}$.

$D = 225 - 128 = 97$ $\quad x_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{97}}{8} \approx -3,1; -\frac{5}{8}$

$x_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{107}}{8} \approx -3; -\frac{5}{8}$ $\quad$ 9,8 5,2

$-3,1$ $\quad -\frac{5}{8}$ $\quad 2$. $\quad -3$

-3 $\quad -\frac{5}{8}$

$x \in \left[\frac{-15+\sqrt{97}}{8}; 2\right]$.

$x^2+x-6 \geq 0$

9

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

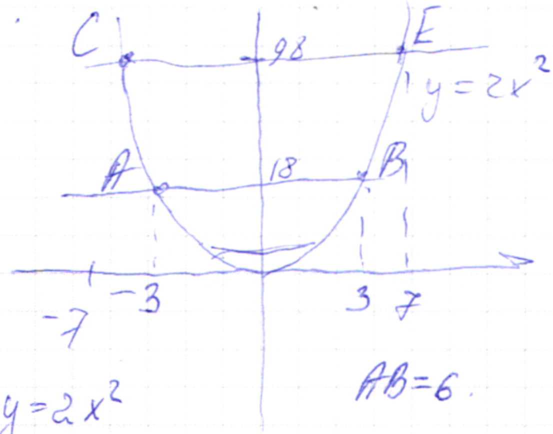
15-002

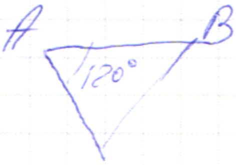
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.





$y=2x^2$

$18=2x^2$

$9=x^2$

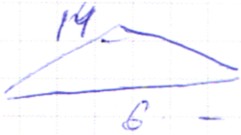
$AB=6$.

$CE=14$

$98=2x^2$

$49=x^2$

$x_{1,2}=\pm 7$



– не может быть, т. к. меньшая ~~от~~

$\frac{6}{\sin 120}=\frac{14}{\sin 45}$

$\frac{12}{\sqrt{3}}=$ "

$\frac{2x}{\sqrt{3}}=\frac{14}{\sin\beta}=\frac{6}{\sin\alpha}$ $\sin\beta=60-\alpha$.

$\frac{2x}{\sqrt{3}}=\frac{14}{\sin(60-\alpha)}=\frac{6}{\sin\alpha}$.

$a=\sqrt{290}$

$\frac{14}{\sin 60\cos\alpha-\sin\alpha\cos 60}=\frac{14}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha}=\frac{28}{\sqrt{3}\cos\alpha-\sin\alpha}=\frac{6}{\sin\alpha}$.

$28\sin\alpha=6\sqrt{3}\cos\alpha-6\sin\alpha$.

$34\sin\alpha=6\sqrt{3}\cos\alpha$

$17\sin\alpha=3\sqrt{3}\cos\alpha$.

$17\,tg\alpha=3\sqrt{3}$

$tg\alpha=\frac{3\sqrt{3}}{17}$

$ctg\alpha=\frac{17}{3\sqrt{3}}=\frac{17\sqrt{3}}{9}$

$1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$1+ctg^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$.

$1+\frac{289\cdot 3}{9\cdot 9}=1+\frac{289}{27}=\frac{1}{\sin^2\alpha}$.

$\frac{316}{27}=\frac{1}{\sin^2\alpha}$

$\begin{array}{r} \times 17 \\ 17 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 27 \end{array}$

$\frac{2x}{\sqrt{3}}=\frac{6}{3\sqrt{3}}\sqrt{290}$

$x=\sqrt{290}$.

$\sin\alpha=\sqrt{\frac{27}{290}}=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{290}}$.

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{14}{\sin 120} = \frac{6}{\sin\alpha} = \frac{x}{\sin\beta} = \frac{\cancel{x}}{\sin(60-\alpha)} = \frac{x}{\sin 60\cos\alpha - \sin\alpha\cos 60} =$ $\frac{1}{2}$

$\sin 60\cos 30 - \sin 30\cos 60$

$\frac{\sqrt3}{2}\cdot\frac{\sqrt3}{2} - \frac{1}{4}$

$= \frac{x}{\frac{\sqrt3}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha} = \frac{2x}{\sqrt3\cos\alpha - \sin\alpha}$

$\frac{2\cdot 14}{\sqrt3} = \frac{6}{\sin\alpha} =$

$28\sin\alpha = 6\sqrt3$

$14\sin\alpha = 3\sqrt3$

$\sin\alpha = \frac{3\sqrt3}{14}$ $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{9\cdot 3}{169}} = \sqrt{\frac{169-27}{169}} = \frac{\sqrt{142}}{13}$

142

$\frac{28}{\sqrt3} = \frac{2x}{\sqrt3\cdot\frac{\sqrt{142}}{13} - \frac{3\sqrt3}{14}}$

$\cancel{2x\sqrt3 = 28(\sqrt{}}$ $\overset{14}{\cancel{28}}\,\cancel{\sqrt3}\left(\frac{\sqrt{142}}{13} - \frac{3}{14}\right)$

$13 \times 14 = 52 + 13 = 182$

$-129 \,|\, 13$, 9

$\cancel{a} = 14\left(\frac{\overset{12}{\cancel{14}}\sqrt{142} - 39}{182}\right)$

$14 \times 12 = 28 + 14 = 168$ -39

$\cancel{\frac{129-14}{182}} = 10$, 13

$\frac{1}{2}\cos 10x + \frac{1}{2}\cos 4x$

$\cos 10x + \cos 4x =$

$= 2\cos^2 5x - 1 + 2\cos^2 2x - 1$

$\cancel{\sin 3x = \sqrt{}}$

$\cos 10x + \cos 4x =$

$= -2\sin 3x\sin 7x$

$g(x) = \sin 3x\cdot\sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$\cos 10x = \cos(7x+3x) = \cos 7x\cos 3x - \sin 7x\sin 3x$

$-$

$\cos 4x = \cos(7x-3x) = \cos 7x\cos 3x + \sin 7x\sin 3x$

$-2\sin 3x\sin 7x = \cos 10x - \cos 4x$

$\sin 3x\sin 7x = -\frac{1}{2}\cos 10x + \frac{1}{2}\cos 4x$

$-\frac{1}{2}(2\cos^2 5x - 1) + \frac{1}{2}(\cos 4x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$

$= -\cancel{\cos^2 5x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\cos 4x) - \sin^2 x + \cancel{\cos^2 5x} + 4 =$

$= \frac{1}{2}(1 + \cos 4x) - \sin^2 x + 4 = \cos^2 2x - \sin^2 x + 4 = \cos^2 x - \sin^2 x - \sin^2 x + 4 =$

$= \cos^2 x - 2\sin^2 x + 4 = 1 - 3\sin^2 x + 4 = 5 - 3\sin^2 x$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)