МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1

ШИФР 5-021

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

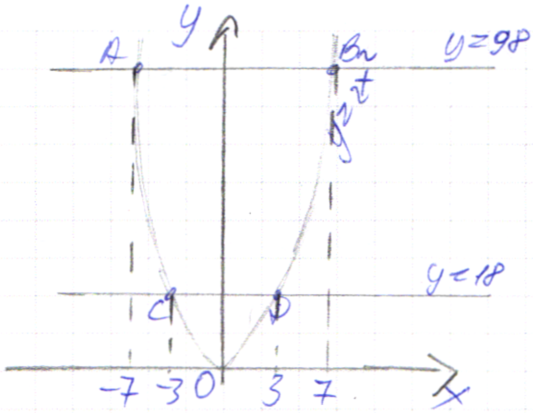
5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

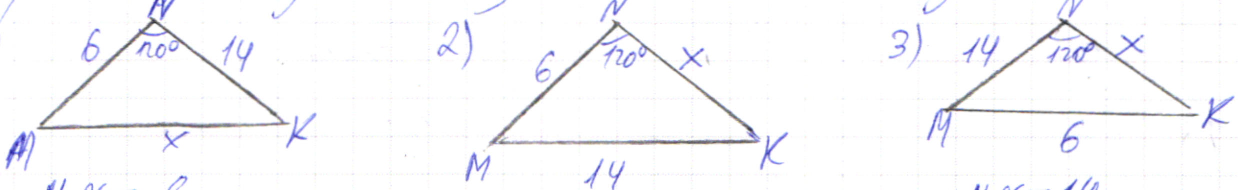


Найдем точки пересечения параболы $y=2x^2$ с прямой $y=98$:

$98=2x^2$; $x^2=49$; $x=\pm7$,

значит, длина отрезка $AB=14$

Найдем точки пересечения параболы $y=2x^2$ с прямой $y=18$: $18=2x^2$; $x^2=9$; $x=\pm3$, значит длина отрезка $CD=6$. Теперь задача сводится к нахождению третьей стороны треугольника, зная 2 его другие стороны и угол. Возможны 3 случая:



1) $MN=6$, $NK=14$, Найти: MK

2) $MN=6$, $MK=14$, Найти: NK

3) $MN=14$, $MK=6$, Найти NK

1) По теореме косинусов: $x^2=6^2+14^2-2\cdot6\cdot14\cos120^\circ=$
$=36+196+2\cdot6\cdot14\frac{1}{2}=36+196+6\cdot14=316$; $x^2=316$;
$|x|=\sqrt{316}$, но $x>0$, значит, $x=\sqrt{316}$

Теперь мы знаем длину отрезка, который получается при высекании прямой $y=a$. Мы можем найти точки пересечения параболы $y=2x^2$ и прямой $y=a$

$y=2\left(\frac{\sqrt{316}}{2}\right)^2=2\frac{316}{4}=\frac{316}{2}=158$, значит, $a=158$.

2) По теореме косинусов: $196 = 36 + x^2 - 2\cdot 6\cdot x\cos 120^\circ =$

$= 36 + x^2 + 2\cdot 6x\frac{1}{2} = 36 + x^2 + 6x$;

$x^2 + 6x - 160 = 0$

По теореме Виета находим: $\left[\begin{array}{l} x_1 = -16 \\ x_2 = 10 \\ x > 0 \end{array}\right.$ $x = 10$

Проделываем аналогичную операцию, как и в предыдущем случае:

$y = 2\cdot 5^2 = 2\cdot 25 = 50$, значит $a = 50$

3) По теореме косинусов:

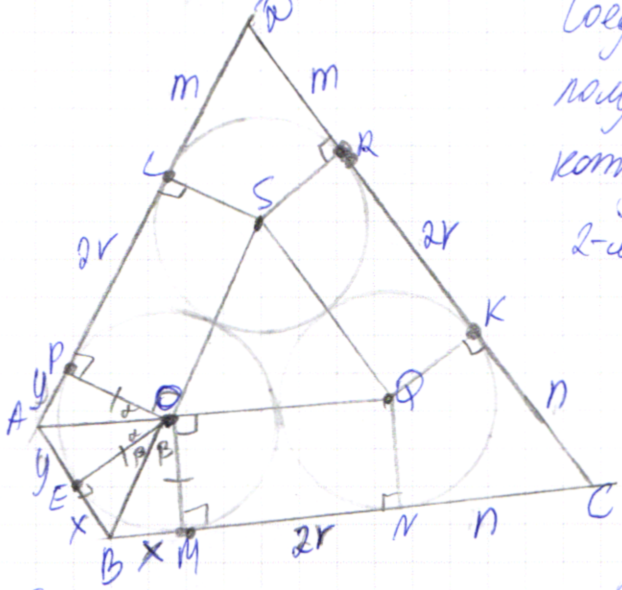
$36 = 196 + x^2 - 2\cdot 14x\cos 120^\circ = 196 + x^2 + 2\cdot 14x\frac{1}{2} = 196 + x^2 + 14x$

$x^2 + 14x + 160 = 0$

$D = 196 - 4\cdot 160 < 0$

Ответ: 158; 50.

№4.



Соединим центры окружностей, получим равносторонний $\triangle OSQ$, каждая сторона которого равна 2-м радиусам наших окружностей; соединим центры окружностей с точками касания, получим 3 прямоугольника, причем равных.

Обозначим каждый кусочек стороны буквами, как показано на рисунке. Пусть $DL = DR = m$ ($DL = DR$, т.к. отрезки касательных, проведенных из одной точки к окружности равны), аналогично, $NC = KC = n$, $EB = BM = x$, $EA = AP = y$.

а) $AD + BC - AB - CD = 12$

$y + 2r + m + x + 2r + n - y - x - n - 2r - m = 12$

$2r = 12$

$r = 6$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-021

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) Т.к. я писала ранее POSL, RSQK, NQOM – равные прямоугольники. Докажем это, например, для SRKQ.

$QK = SR = r$, $SR \perp DC$, $QK \perp DC \Rightarrow SR \parallel QK$, значит и $SQ \parallel RK$, SQKR – прямоугольник.

$\triangle OSQ$ – равносторонний, т.к. $OS = SQ = OQ = 12$, отсюда $\angle SOQ = 60°$

OPLS и MOQN – прямоугольники $\Rightarrow \angle POS = \angle MOQ = 90°$, значит,

$\angle POM = 360° - 60° - 2 \cdot 90° = 120°$

$\triangle BOM = \triangle BOE$; $\triangle AOE = \triangle AOP$ по двум катетам.

$\alpha = \angle POA = \angle AOE$; $\angle EOB = \angle BOM = \beta$, значит

$2\alpha + 2\beta = 120°$; $\alpha + \beta = 60°$, значит $\angle AOB = 60°$.

в) $AO \cdot BO = 58$ Найдем AB

Пусть $AO = x$, тогда $BO = \frac{58}{x}$; из $\triangle AEO$ по теореме Пифагора: $AE = \sqrt{x^2 - 36}$; из $\triangle EOB$: $EB = \sqrt{\left(\frac{58}{x}\right)^2 - 36}$

$AB = \sqrt{x^2 - 36} + \sqrt{\left(\frac{58}{x}\right)^2 - 36}$

По теореме косинусов для $\triangle AOB$:

$\left(\sqrt{x^2-36} + \sqrt{\left(\frac{58}{x}\right)^2 - 36}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{58}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \frac{58}{x} \cos 60 =$

$= x^2 + \left(\frac{58}{x}\right)^2 - 58$;

$x^2 - 36 + \left(\frac{58}{x}\right)^2 - 36 + 2\sqrt{x^2-36}\sqrt{\left(\frac{58}{x}\right)^2 - 36} = x^2 + \left(\frac{58}{x}\right)^2 - 58$

$2\sqrt{(x^2-36)\left(\left(\frac{58}{x}\right)^2 - 36\right)} = 14$ $\quad (x^2-36)\left(\left(\frac{58}{x}\right)^2 - 36\right) = 49$

$\sqrt{(x^2-36)\left(\left(\frac{58}{x}\right)^2 - 36\right)} = 7$ $\quad 58^2 - 36x^2 - \frac{36 \cdot 58^2}{x^2} - 36^2 = 49$

$36x^2 + \frac{36 \cdot 58^2}{x^2} = 58^2 - 36^2 - 49 = 4611$

Пусть $x^2 = t$, $t \geq 0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$36b + \frac{36\cdot 58^2}{b} - 4611 = 0$$

~~т~~ Т.к. $b \geq 0$, то

$$36b^2 + 36\cdot 58^2 - 4611b = 0$$

$$12b^2 - 1537b + 12\cdot 58^2 = 0$$

$$D = 1537^2 - 4\cdot 12\cdot 12\cdot 58^2 = 424705 \qquad \sqrt{D} = \sqrt{424705}$$

$$b = \frac{1537 \pm \sqrt{424705}}{24}$$

$$x^2 = \frac{1537 \pm \sqrt{424705}}{24} \qquad x = \sqrt{\frac{1537 \pm 424705}{24}}$$

$$AE = \sqrt{\frac{1537 \pm \sqrt{424705}}{24} - 36}$$

EB = Это можно вычислить, но для меня без калькулятора это непосильная ноша...

№7. Чтобы разность не делилась на 45, она должна одновременно не делится на 9 и на 5, значит, если мы взяли число, кратное 9, мы не можем взять другое число кратное 9 и оканчивающееся той же цифрой, что и предыдущее, т.е мы не можем взять 2 числа, делящиеся на 45 с одним остатком, а-но всех таких чисел, чтобы выполнялось условие мы можем взять не боле 45. Чтобы сумма была минимальной мы можем взять первые числа из последнего промежутка: 181, 182, 183, 184, 185, 186, они делятся на 45 с остатками от 1 до 6, далее берем 135 + + 142 + 143 + 144 + 145 + 146. Остатки до 11

102 + 103 + 104 + 105 + 106 + 107. Остатки до 17.

63 + 64 + 65 + 66 + 67 + 68. Остатки до 23. 24 + 25 + 26 + 27 + 28 + 29

~~Досчитав сумму выписанных чисел, мы найдем нужное~~ нам значение.

☐ черновик ☑ чистовик

Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-021

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5. $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x)$

I $\begin{cases} \sqrt{x+7}-x>1 \ (1) \\ x+4 \geq \sqrt{x+7}-x \ (2) \end{cases}$

(1) $\sqrt{x+7} > 1+x$

$x+7 > 1+x^2+2x$

$x^2+x-6<0$

$(x+3)(x-2)<0$

$-3 \quad 2$

$\underline{-3<x<2}$

(2) $\sqrt{x+7} \leq 2x+4$

$\begin{cases} 2x+4 \geq 0 \\ x+7 \leq 4x^2+16+16x \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -2 \\ 4x^2+15x+9 \geq 0 \ (3) \end{cases}$

(3) $D = 15^2-4\cdot4\cdot9 = 81$, $\sqrt{D}=9$

$x_{1,2} = \frac{-15 \pm 9}{8}$

$x_1 = -\frac{3}{4}$; $x_2=-3$

$-3 \quad -2 \quad -\frac{3}{4}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \leq -3 \\ x \geq -\frac{3}{4} \end{array}\right. \\ x \geq -2 \end{cases}$ I $\begin{cases} -3<x<2 \\ x \geq -\frac{3}{4} \end{cases}$

$x \geq -\frac{3}{4}$ I $\underline{-\frac{3}{4} \leq x < 2}$

II $\begin{cases} 0<\sqrt{x+7}-x<1 \ (4) \\ x+4 \leq \sqrt{x+7}-x \ (5) \end{cases}$

(4) $x+7 \geq 0$ $\quad x<\sqrt{x+7}<1+x$

$\sqrt{x+7}<$

$\begin{cases} \sqrt{x+7}>x \ (6) \\ \sqrt{x+7}<x+1 \ (7) \end{cases}$

(6) $x+7>x^2$

$x^2-x-7<0$

$D=1+4\cdot7=29$ $\quad \sqrt{D}=\sqrt{29}$

$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{29}}{2}$

$\frac{1-\sqrt{29}}{2}<x<\frac{1+\sqrt{29}}{2}$

(7) $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+7<x^2+1+2x \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2+x-6>0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -1 \\ (x+3)(x-2)>0 \end{cases}$ $\quad -3 \quad 2$

$\begin{cases} x \geq -1 \\ \left[\begin{array}{l} x<-3 \\ x>2 \end{array}\right. \end{cases}$ $\quad \underline{x>2}$

$\begin{cases} \frac{1-\sqrt{29}}{2}<x<\frac{1+\sqrt{29}}{2} \\ x>2 \end{cases}$

(4) $2<x<\frac{1+\sqrt{29}}{2}$

(5) $\sqrt{x+7} \geq 2x+4$

$x+7 \geq 4x^2+16+16x$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$4x^2+15x+9\le 0$$

$+ \quad - \quad +$

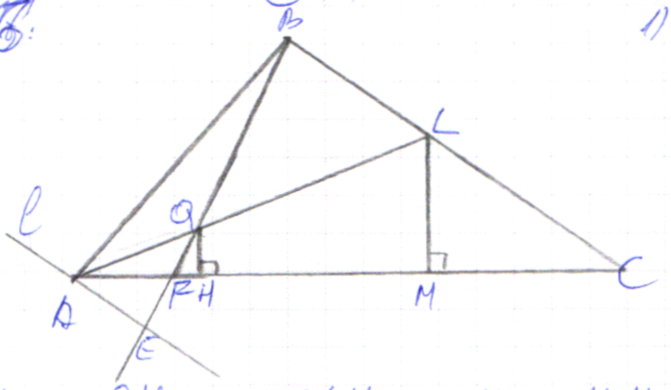
$-3 \qquad -\frac{3}{4}$

$$-3\le x\le -\frac{3}{4}$$

$$\text{II}\ \begin{cases} 2<x<\frac{1+\sqrt{19}}{2} \\ -3\le x\le -\frac{3}{4} \end{cases}\ \varnothing$$

Ответ: $\left[-\frac{3}{4};2\right)$

№6:



1) Пусть $\triangle ABC$; $F\in AC$; $L\in BC$; $AF:FC=2:5$

$BF\cap AL=Q$; $S_{BQL}:S_{BAC}=5:12$

$QH\perp AC$; $QH=6$

Найти: LM

2) $\triangle AQH \sim \triangle ALM$, т.к. $QH\parallel LM$

$$\frac{AQ}{AL}=\frac{QH}{LH}=\frac{AH}{AM} \qquad \frac{6}{LM}=\frac{AQ}{AL}$$

Осталось найти $\frac{AQ}{AL}$

Проведем $l\parallel BC$, тогда

$\triangle AEF\sim\triangle CBF$ $\qquad$ $\triangle AEQ\sim\triangle LBQ$

$$\frac{AE}{CB}=\frac{EF}{BF}=\frac{AF}{CF}=\frac{2}{5} \qquad \frac{AE}{LB}=\frac{EQ}{BQ}=\frac{AQ}{LQ}$$

№7 Продолжение:

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-021

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$181+182+183+184+185+186$

~~не могу число~~ $\vdots 5$

~~не могу оканч. на~~ 1, 2, 3, 4, 5, 6

не могу брать которые $\vdots 9$ и оканч на единицу

9 18 27 36 45 54 63 72 81 90 99

$Q+2S$

$$\frac{Q+2S}{\frac{nQ}{m}+5S+7\frac{nS}{m}}=\frac{2}{5}$$

$$\frac{Q+2S}{\frac{nQ+5mS+7nS}{m}}$$

$$\frac{(Q+2S)m}{nQ+5mS+7nS}=\frac{2}{5}$$

$$\frac{nQ}{m}$$

$$Q+\frac{nQ}{m}+2S \quad 5S+\frac{7nS}{m}=\frac{mQ+nQ+2Sm+5Sm+7nS}{m}$$

$$\frac{nQ}{mQ+nQ+7Sm+7nS}=\frac{5}{12}$$

$\Delta AFR \sim \Delta CFB$

$$\frac{AF}{CF}=\frac{FR}{FB}=\frac{AR}{CB}$$

$$\frac{2x}{5x}=\frac{FR}{FB}=\frac{AR}{CB}$$

$$\frac{AR}{CB}=\frac{2}{5}$$

$\Delta AQR \sim \Delta LQB$

$$\frac{AQ}{LQ}=\frac{QR}{QB}=\frac{AR}{LB}$$

$$\frac{my}{ny}=\frac{QR}{QB}=\frac{2x}{LB}$$

$\Delta KRC \sim \Delta BRA$

$\Delta IBQ \sim \Delta CRQ$

$INB \sim \Delta CNA$

$$\frac{IB}{CF}=\frac{BQ}{RQ}=$$

$\Delta KQC \sim \Delta$

$$\frac{AR}{LB}-?$$

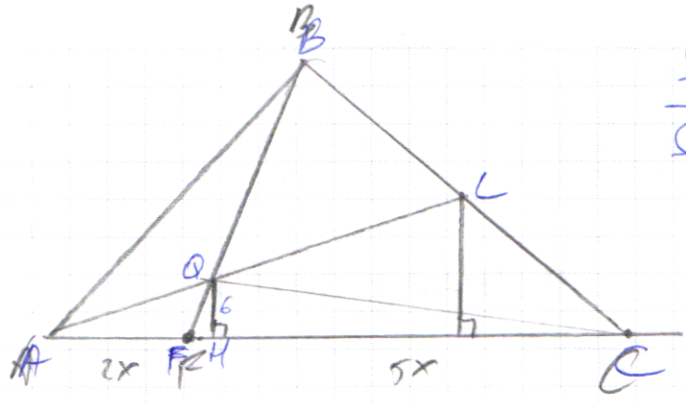
$$\frac{LB}{AR}-?$$

$$\frac{BC}{AR}=\frac{BL+LC}{AR}=\frac{5}{2}$$

$$\frac{BL}{AR}+\frac{LC}{AR}$$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



$\frac{S_{ABF}}{S_{BFC}} = \frac{2}{5}$ $\frac{AQ}{QL}$ - ?

$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{5}{12}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{BQL}+S_{AQB}+S_{AQC}+S_1}$

1 +

0 78 0,7

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

1-7 9СП
8-0

2-7
6-0 → 8

0,7

$S_{AQC} = \frac{1}{2} 6 \cdot 10x$
$S_{ALC} = \frac{1}{2} LH \cdot 10x$

$\frac{S_{AQC}}{S_{ALC}} = \frac{6}{LH}$

$\frac{S_{ABF}}{S_{FBL}} = \frac{2}{5} = \frac{S_{AQF}}{S_{FQC}}$

181	182	183	184	185	186
ост1	2	3	4	5	6

181 | 45

$45 \cdot 4 = 180$

$45 \cdot 3 = 135$

$46 \cdot 17 = 63$

91

100

10

$4 \cdot 68 - 45 = 23$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-021

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$36^2+36x^2+36y^2+y^2x^2=58^2$

$AO=x$ $\quad AE=\sqrt{x^2-36}$

$BO=\frac{58}{x}$ $\quad EB=\sqrt{\left(\frac{58}{x}\right)^2-36}$

$$\left(\sqrt{x^2-36}+\sqrt{\left(\frac{58}{x}\right)^2-36}\right)^2=x^2+\left(\frac{58}{x}\right)^2-2\cdot x\frac{58}{x}\cos 60=$$

$$=x^2+\left(\frac{58}{x}\right)^2-58=x^2-36+\left(\frac{58}{x}\right)^2-36+2\sqrt{(x^2-36)\left(\left(\frac{58}{x}\right)^2-36\right)}$$

-72

$14=$

$$\sqrt{(x^2-36)\left(\left(\frac{58}{x}\right)^2-36\right)}=7$$

$$(x^2-36)\left(\left(\frac{58}{x}\right)^2-36\right)=49$$

$$58^2-36x^2-36\cdot\left(\frac{58}{x}\right)^2+36^2=49$$

$$36x^2+36\cdot\left(\frac{58}{x}\right)^2=58^2+36^2-49$$

$x^2=t$, $t\geq0$

$$36t+36\frac{58^2}{t}=58^2+36^2-49$$

$$t+\frac{3364}{t}=\frac{4611}{36}$$

$$36t+\frac{36\cdot58^2}{t}-4611=0 \qquad D=(4611)^2-4\cdot36\cdot36\cdot58^2$$

$11261321-$

$$36t^2+36\cdot58^2-4611t=0$$

$$36t^2-4611t+36\cdot58^2=0$$

$$12t^2-1537t+12\cdot58^2=0$$

$2362369-4\cdot12\cdot12\cdot58^2$

1937664

424705

90000 $\quad 10^3\cdot10^3$ $\quad 1000\cdot1000$

$4611:3=1537$

$58\cdot58=3364$; $36\cdot36=1296$; $1296+3364=4660$; $4660-49=4611$; $4611\cdot4611=21261321$; $3364\cdot144=484416$; $484416\cdot4=1937664$; $1296\cdot3364=4359744$; $4359744\cdot4=17438976$; $1537\cdot1537=2362369$; $555\cdot555=308025$; $225\cdot225=50625$; $295\cdot295$

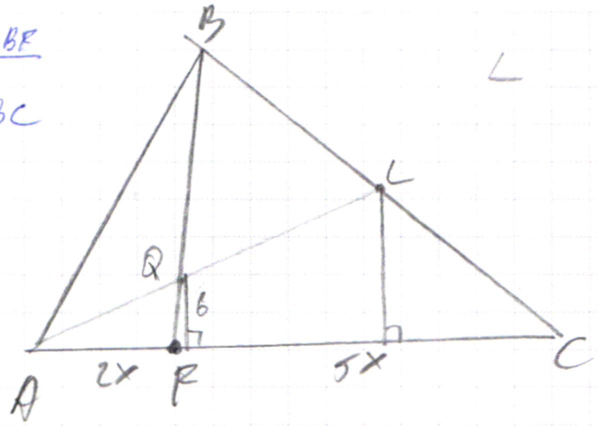
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

S_{AQ}

$\frac{S_{AQF}}{S_{FQC}} = \frac{2}{5} = \frac{S_{ABF}}{S_{FBC}}$

$\frac{S_{AQB}}{S_{BQC}} = \frac{2}{5}$



$\frac{AF}{FC} = \frac{2}{5}$

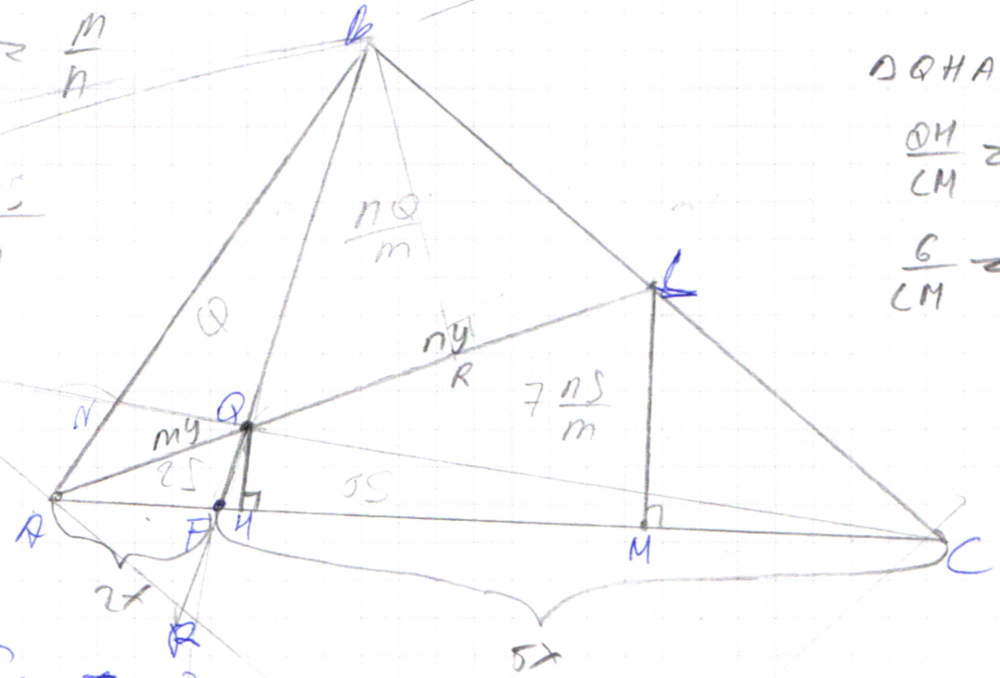
$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{5}{12}$

$QH = 6$

$LH - ?$

$\frac{7S}{x} = \frac{m}{n}$

$x = \frac{7nS}{m}$



$\Delta QHA \sim \Delta LMA$

$\frac{QH}{LM} = \frac{AQ}{AL} = \frac{HA}{MA}$

$\frac{6}{LM} =$

$\frac{S_{AQC}}{S_{CQL}} = \frac{m}{n}$

$5S \frac{m}{70S}$

$\frac{S_{AFB}}{S_{FBC}} = \frac{2}{5}$

$\frac{S_{AFB}}{S_{ABC}} = \frac{2}{7} =$

$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{5}{12}$

~~$\Delta AQK \sim \Delta LQB$~~

~~$\frac{AQ}{LQ} = \frac{QK}{QB} = \frac{AK}{LB}$~~

$\frac{AQ}{QL} - ?$

$\frac{S_{AFB}}{S_{BQL}} = \frac{2}{7} \cdot \frac{12}{5}$

$\frac{1}{2} h \cdot 2x$

$S_{AFQ} = 3 \cdot 2x = 6x$

$S_{ABQ} = h \cdot my$

$S_{QBL} = hny$

$\frac{S_{ABQ}}{S_{QBL}} = \frac{m}{n}$

$\frac{S_{FBC}}{S_{ABC}} = \frac{5}{7}$

$\frac{S_{FBC}}{S_{BQL}} = \frac{5}{7} \cdot \frac{12}{5} = \frac{12}{7}$

$\frac{6x + hmy}{hny} = \frac{2}{7} \cdot \frac{12}{5}$

$\frac{6x}{hny} + \frac{m}{n} = \frac{2}{7} \cdot \frac{12}{5}$

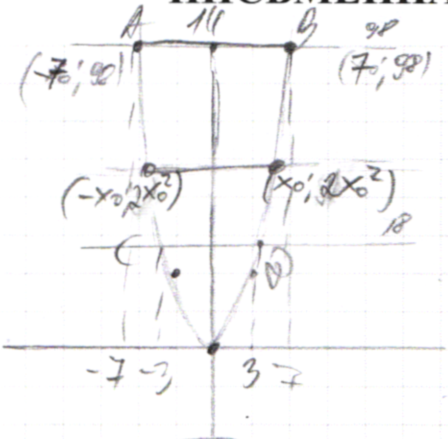
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-021
ШИФР

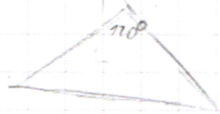
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$316 : 2 = 158$

$36 \cdot 196$, $196 - 36 = 160$



$(x_0; 98)$

$2x^2 = 98$

$x^2 = 49 \quad x = 7$

$18 = 2x^2 \quad x^2 = 9$

$x = 3$

$AC = \sqrt{316} \quad x_0 = \frac{\sqrt{316}}{2}$

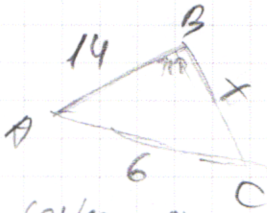
$2 \quad \frac{316}{4} = \frac{316}{2} = \boxed{158}$

$AB = 14$

$CD = 6$

$196 + 36 = 232$, $232 + 84 = 316$

$168 : 2 = 84$, $98 : 2 = 49$

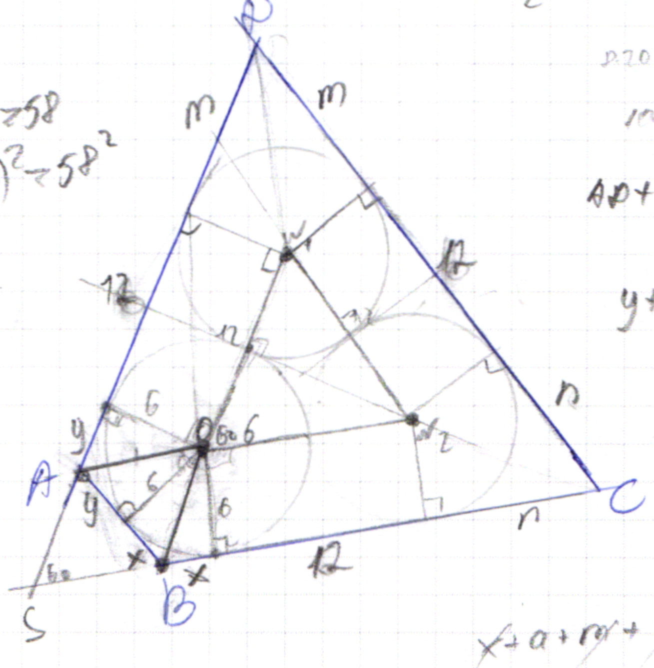


$AC^2 = 14^2 + 6^2 - 2 \cdot 14 \cdot 6 \cos 120 =$

$= 196 + 36 + 168 \frac{1}{2} = 232 + 84 = 316$

$\cos(180-60) = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$

$36 = 196 + x^2 + 2 \cdot 14x \cdot \frac{1}{2} = 196 + x^2 + 14x$



$AO \cdot BO = 58$

$(AO \cdot BO)^2 = 58^2$

$AD + BC - AB - CD = 12$

$y + 2r + m \quad \Delta W_1W_2W_3 \sim \Delta DCS$

$\frac{W_1W_2}{DC} = \frac{W_2W_3}{CS} = \frac{W_1W_3}{DS}$

$y + 2r + m + x + 2r + n - y - x - m - 2r - n = 12$

$2r = 12$

$x + a + m + y + c + n - x - y - m - b - n = 12$

$a + c - b = 12 \qquad r = 6$

$2r + 2r - 2r = 12$

$180 + 180 - 2\alpha + 180 - 2\alpha + 4\alpha$

$AO^2 = 36 + y^2 \quad BO^2 = 36 + x^2$

$(36 + y^2)(36 + x^2) = 58^2$

$x + y = 7$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

$\begin{cases} \sqrt{x+7}-x>0 \\ \sqrt{x+7}-x \neq 1 \\ x+4>0 \end{cases}$ $\begin{cases} \sqrt{x+7}>x \\ \sqrt{x+7} \neq 1+x \\ x>-4 \end{cases}$

$\begin{cases} x+7>x^2 \\ x+7 \neq 1+x^2+2x \\ x>-4 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-x-7<0 \\ x^2+x-6 \neq 0 \\ x>-4 \end{cases}$ $-3 \cdot 2$

$D=1+4\cdot7=29$

$x=\frac{1\pm\sqrt{29}}{2}$

$\begin{cases} \frac{1-\sqrt{29}}{2}<x<\frac{1+\sqrt{29}}{2} \\ x\neq-3 \\ x\neq2 \\ x>-4 \end{cases}$

$\frac{\times\, 16}{9}$ $\quad 9$
144

225
144
81

$9-15$
-6
8 $\quad -24$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x)$

$\begin{cases} \sqrt{x+7}-x>1 \\ x+4 \geq \sqrt{x+7}-x \end{cases}$ $\begin{cases} 0<\sqrt{x+7}-x<1 \\ x+4 \leq \sqrt{x+7}-x \end{cases}$

$\begin{cases} \sqrt{x+7}>1+x \\ \sqrt{x+7} \leq 2x+4 \end{cases}$ $\begin{cases} x<\sqrt{x+7}<1+x \\ \sqrt{x+7} \geq 2x+4 \end{cases}$

$x+7>1+x^2+2x$

$x^2+x-6<0$

$-3\cdot2$

$(x+3)(x-2)<0$

$+ \quad - \quad +$

$-3 \quad 2$

$\boxed{-3<x<2}$

$\frac{32}{-7}$ $\quad 25$

$5\cdot9$

$\sqrt{x+7}$

$x+7=4x^2+16$

$-\frac{81}{9}$

$[1;45]$ $[46;90]$ $[91;135]$
$[136;180]$ $[181;225]$

$a_1\, a_2\, a_3\, a_4\, a_5 \quad b_1 \ldots b_5$

9

1 число: 9 $\quad$ 1 число: 5

1 2 3 4 5 6 7 8 9

~~12345~~

181 182 183 184 185
186

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)