МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2 ШИФР 15-043

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-043

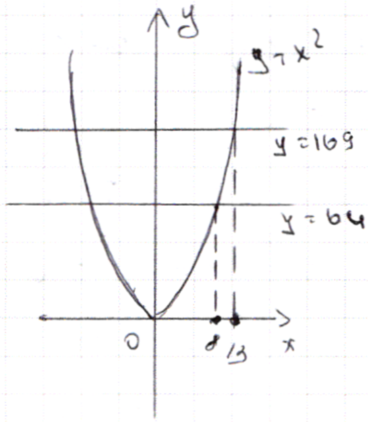
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$y = x^2$; $y = 169$; $y = 64$; $y = a$.



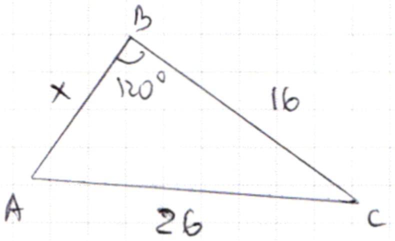
Из схематичного рисунка видно, что одна из сторон треугольника равна 16, другая 26.

Т.к. против большего угла лежит большая сторона треугольника, тогда есть 2 варианта:

1) $b = 26$ – большая сторона против угла в $120°$

2) x – большая сторона против угла в $120°$.

1.



По т. косинусов:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2\,AB \cdot BC \cdot \cos 120°$

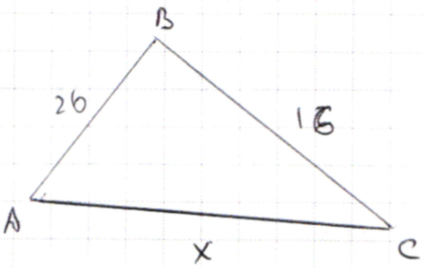
$26^2 = x^2 + 16^2 + 16 \cdot x$

$x^2 + 16x - 420 = 0$. $D_1 = 64 + 420 = 484$

$x_{12} = \frac{-8 \pm \sqrt{484}}{1}$, т.к. $x > 0$ $x = -8 + \sqrt{484} = -8 + 22 = 14$.

Значит, $a = 49 \Rightarrow y = 49$.

2.



По т. косинусов:

$x^2 = 26^2 + 16^2 + 26 \cdot 16$, т.к. $\cos 120 = -\frac{1}{2}$

$x^2 = 1348 \Rightarrow x = \sqrt{1348}$

Значит, $a = 337 \Rightarrow y = 337$

Ответ: $a = 49$; $a = 337$.

№2.
$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

$g'(x) = (\sin 5x \cdot \sin 9x)' - (\sin^2 7x)' - (\cos^2 x) - 3' =$

$= (\sin 5x)' \cdot \sin 9x + \sin 5x \cdot (\sin 9x)' - 2\sin 7x \cdot \cos 7x \cdot 7 -$

$- 2\cos x \cdot (-\sin x) = 5\cos 5x \cdot \sin 9x + 9\cos 9x \cdot \sin 5x - 14\sin 7x \cdot \cos 7x +$

$+ 2\cos x \cdot \sin x = \frac{5}{2}(\sin 14x + \sin 4x) + \frac{9}{2}(\sin 14x - \sin 4x) - 7\sin 14x +$

$+ \sin 2x$; $g'(x) = 0$

$\cancel{5\sin 14x} + 5\sin 4x + \cancel{9\sin 14x} - 9\sin 4x \cancel{- 14\sin 14x} + 2\sin 2x = 0$

$2\sin 2x - 4\sin 4x = 0$; $\sin 2x - 2\sin 4x = 0$.

$\sin 2x - 4\sin 2x \cdot \cos 2x = 0$; $\sin 2x(1 - 4\cos 2x) = 0$

$\sin 2x = 0$ или $\cos 2x = \frac{1}{4}$

$2x = \pi n, n \in Z$ или $2x = \pm \arccos\frac{1}{4} + 2\pi n, n \in Z$

$x = \frac{\pi}{2}n, n \in Z$ или $x = \pm\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4} + 2\pi n, n \in Z$

$g_{наим} = g(0) = -4$

$g_{наиб} = g(\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4})$ Ответ: $g_{наим} = -4$; $g_{наим} = g(\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4})$.

№3. Т.к. в 18-значном числе ровно 6 цифр "5", и они идут подряд, то объединим их в одно положение. Тогда число теперь будет 13-значным.

$\sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup$ / 13 цифр

Т.е. существует 13 способов поставить шесть „5", остаётся найти кол-во возможных расстановок ~~цифр~~ цифр "0" и "9", учитывать стоит то, что на первом месте не может стоять "0". На первое место можно поставить либо "9" либо 6х"5".

Значит, всего возможных вариантов $2^{11} \cdot 13 - 1$ (вычитаем случай, когда в числе нет цифры "0").

$2^{11} \cdot 13 - 1 = 26623$ Ответ: 26623.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле) Страница № 2 (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-043

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$$

ОДЗ: $x+5>0$; $\sqrt{x+3}-x>0$; $\sqrt{x+3}-x \neq 1$.

$x>-5$; $\sqrt{x+3}>x$; $x \neq 1$.

С помощью метода рационализации получим:

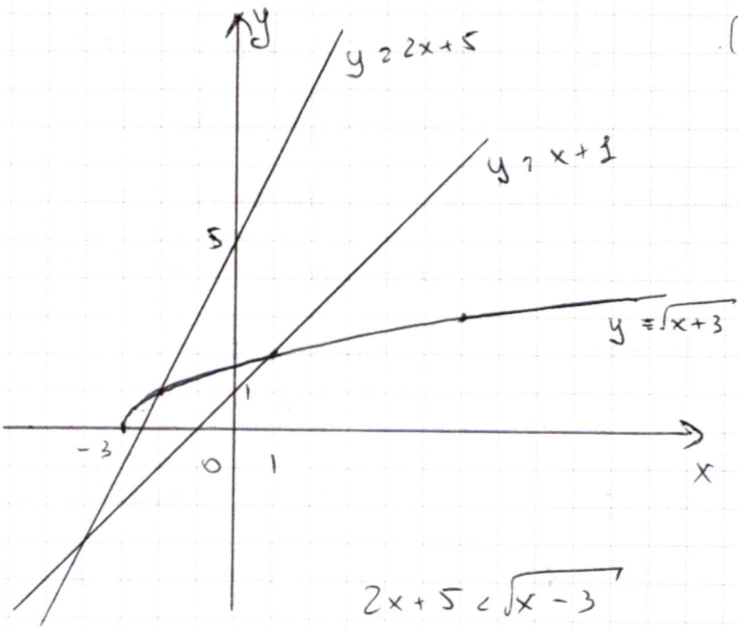
$$(\sqrt{x+3}-x-1)(x+5-\sqrt{x-3}+x) \geq 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+3}-x-1 \geq 0 \\ 2x+5-\sqrt{x-3} \geq 0 \end{cases} (1) \\ \begin{cases} \sqrt{x+3}-x-1 < 0 \\ 2x+5-\sqrt{x-3} < 0 \end{cases} (2) \end{array}\right.$$

Решим графически каждую систему из совокупности.

Тогда $y=\sqrt{x+3}$; $y=x+1$

$y=2x+5$



(1): $\sqrt{x+3} \geq x+1$.

$x \in [-3;\ 1]$.

$2x+5 \geq \sqrt{x-3}$

$x \in [-2;\ +\infty)$

$\Downarrow$

$x \in [-2;\ 1]$

(2): $\sqrt{x+3} < x+1$

$x \in (1;\ +\infty)$

$2x+5 < \sqrt{x-3}$

$x \in [-3;\ -2)$.

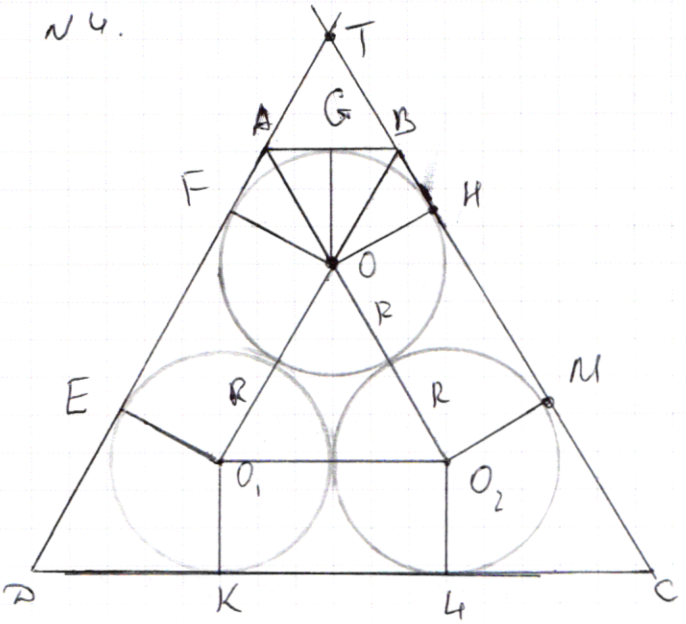
Т.к. вторая система не имеет решения, то остается только первая. Учитывая ОДЗ : $x \in [-2;\ 1)$.

Ответ: $[-2;\ 1)$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№ 4.



Дано: $\omega_1\ (O_1; R)$

$\omega_2\ (O_2; R)$

$\omega_3\ (O; R)$

$ABCD$ - четырёхугольник

$AD + BC - AB - CD = 10$

$AO \cdot BO = 42$.

Найти: R; $\angle AOB$; AB

Решение

Т.к. у всех окружностей радиус одинаковый (по условию), тогда $\triangle OO_1O_2$ - равносторонний. По св-ву отрезков касательных получим равенство следующих отрезков: $GB = BH$; $MC = LC$; $DK = DE$; $FA = AG$.

Т.к. OH; O_2M; O_2L и т.д. - радиусы, провед. в т. касания, то они равны и соответсвенно перпендикулярны касательным и образуют прямоугольники, т.е. $HM = KL = EF = 2R$. Распишем равенство $AD + BC - AB - CD = 10$ через отрезки касательных и HM, KL и FE.

Получим, что $2R = 10 \Rightarrow R = 5$.

Продлим стороны AD и BC до их т. пересечения $AD \cap BC = T$. Т.к. $OO_2 \parallel BC$ и т.д. то $\triangle DTC$ - равностор. $\angle DTC = 60^\circ \Rightarrow \angle AOB = 60^\circ$, т.к. $OATB$ - параллелограмм ($TB \parallel AO$ и $OB \parallel AT$).

Из равностороннего $\triangle AOB$, где $AO = BO = \sqrt{42}$ получим, что $AB = \sqrt{42}$.

Ответ: $R = 5$; $\angle AOB = 60^\circ$; $AB = \sqrt{42}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

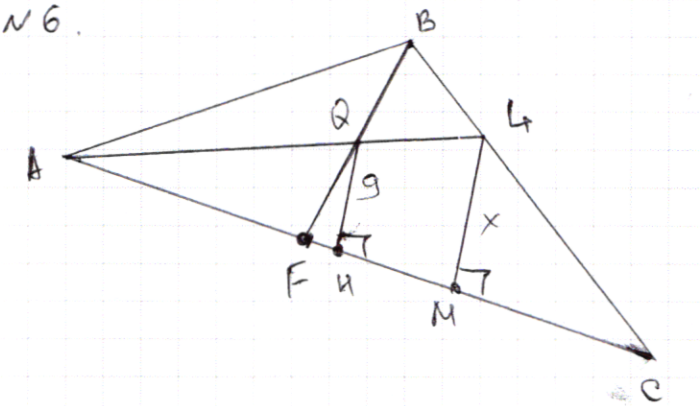
15-043

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.



Дано: $\triangle ABC$

$\frac{AF}{FC} = \frac{3}{4}$; $BF \cap AL = Q$

$\frac{S_{\triangle BQL}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{16}$; $QH = 9$

Найти: LM

Решение

Пусть $S_{BQL} = S$, тогда $S_{ABC} = 16S$; $S_{ABF} = \frac{3}{7}\cdot 16S$

$S_{BFC} = \frac{4}{7}\cdot 16S$. Пусть $LM = x$.

$\triangle AQH \sim \triangle ALM$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{AQ}{AL} = \frac{QH}{LM} = \frac{AH}{AM} = \frac{9}{x}$

$\frac{AQ}{AL} = \frac{9}{x}$; $\frac{S_{BQL}}{S_{ABL}} = \frac{QL}{AL}$; $\frac{S_{AQB}}{S_{ABL}} = \frac{QA}{AL} = \frac{9}{x}$.

$\cancel{\frac{S_{ABL}}{S_{BQL}} = \frac{AL}{QL} = \frac{x}{9} \quad S_{BAL} = \frac{Sx}{9} \quad S_{AQB} =}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15 - 043

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пр. 6.

$? \frac{AQ}{AL} = \frac{AH}{AM} = \frac{9}{x}$; $S_{BQL} = S'$, $S'_{BAC} = 16S'$; $\frac{S_{BQL}}{S'_{BAC}} = \frac{1}{16}$

$S'_{ABC} = S'_{BAF} + S'_{BFC}$, $S'_{BAF} = \frac{3}{7}S$, $S'_{BFC} = \frac{4}{7}S$

$S'_{ABC} = S'_{ABL} + S'_{ALC}$

$\frac{AQ}{AL} = \frac{S'_{BAQ}}{S'_{BAL}}$

$\frac{S'_{BQL}}{S_{BAL}} = \frac{QL}{AL} =$

$\frac{AQ+QL}{QL} = \frac{9}{x}$

$\frac{AQ}{AL} = \frac{9}{x}$; $\frac{AQ}{AQ+QL} = \frac{9}{x}$

$\frac{AQ}{QL} = \frac{9}{x-9}$

$xAQ = 9AQ + 9QL$ $\quad \frac{AQ(x-9)}{9} = QL$

$AL = AQ + QL = QA + \frac{AQ(x-9)}{9} = AQ\left(1 + \frac{x-9}{9}\right) = AQ \cdot \frac{x}{9}$

$\frac{S'_{BQL}}{S'_{BAL}} = \frac{QL}{AL} = \frac{9}{x}$ $\quad \boxed{S'_{BAL} = \frac{Sx}{9}}$

$\boxed{S'_{BAQ}} = S\frac{x}{9} - S' = S' \cdot \frac{x-9}{9}$

$\boxed{S'_{ALC}} = 16S - \frac{Sx}{9} = S\left(\frac{16 \cdot 9 - x}{9}\right)$

$\boxed{S'_{BAF}} = \frac{3}{7} \cdot 16S$; $\boxed{S'_{BFC}} = \frac{4}{7} \cdot 16S'$ $\quad S'_{ABF} = \frac{3}{7} \cdot 16S'$

$\boxed{S_{AQF}} = \frac{3 \cdot 16}{7}S - S\frac{x-9}{9}$ $\quad \frac{BQ}{QF} = \frac{S_{BQA}}{S'_{BQF}}$

$\cancel{\frac{BQ}{QF} = \frac{\frac{x-9}{9}}{\frac{3 \cdot 16}{7}} = \frac{(x-9)7}{3 \cdot 9 \cdot 16}}$ $\quad \frac{S'_{ABQ}}{S'_{ABF}} = \frac{S\frac{x-9}{9}}{\frac{3}{7} \cdot 16S}$ $\quad \frac{S'_{ABQ}}{S_{ABF}} = \frac{BQ}{BF}$

$\frac{BQ}{BF} = \frac{(x-9)7}{3 \cdot 9 \cdot 16}$ $\quad \frac{BQ}{QF} = \frac{S\frac{x-9}{9}}{S\left(\frac{3 \cdot 16}{7} - \frac{x-9}{9}\right)}$

$\frac{S_{ABL}}{S'_{BQL}} = \frac{AL}{QL} =$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

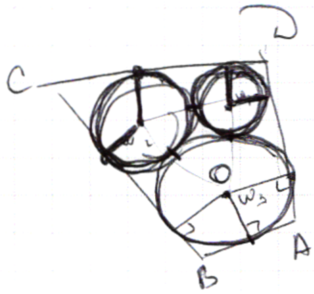
Страница №__

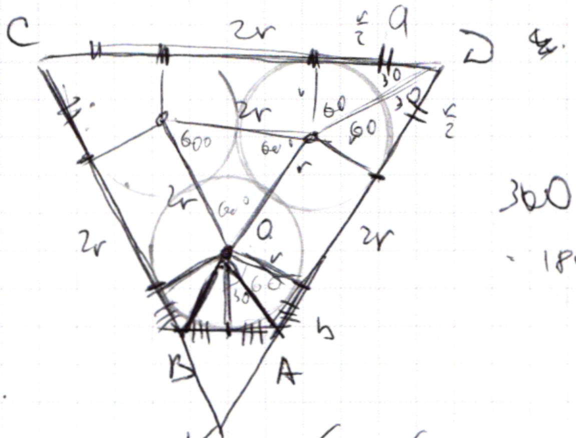
(Нумеровать только чистовики)

$AD+BC-AB-CD=10.$

$AD+BC=AB+CD+10$

$AD+BC\neq AB+CD$





$360-60-180=$

$=180-60=120$

$AD+BC-AB-CD=10$

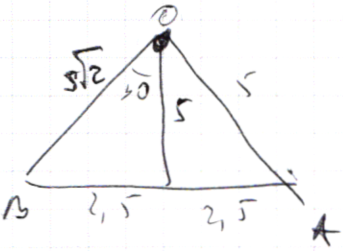
~~$b+b+2r=0$~~

$\cancel{b}+2r+\cancel{a}+\cancel{b}+\cancel{2r}+\cancel{a}-2b-\cancel{2a}-\cancel{2r}=10$

а) $2r=10$ $\boxed{r=5}$

б) $\boxed{60^\circ}$

в) $x=\sqrt{42}$



$AO\cdot BO=42.$

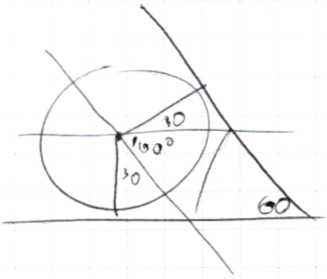
$42=6\cdot 7.$

$=2\cdot 21.$

$5\sqrt{2}\cdot 5\cdot\sqrt{2}=$

$=25\cdot 2=50.$

$\sqrt{42}=$



$BA^2=OB^2+OA^2-2\,AO\cdot BO\cdot\cos\alpha$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15 – 043

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$g'(x)=0$; $5\cos 5x\cdot\sin 9x+9\cos 9x\cdot\sin 5x-14\sin 7x-2\cos x=0$

$\cos\alpha\cdot\sin\beta=\frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta))$

$\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{1}{2}\sin 2\alpha$

$\cos 60\cdot\sin 30=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$\cos 60\cdot\sin 30=\frac{1}{2}(\sin 90+\sin 30)$

$\sin 9x\cdot\cos 5x=\frac{1}{2}(\sin 14x+\sin 4x)$;

$\cos 9x\cdot\sin 5x=\frac{1}{2}(\sin 14x-\sin 4x)$

$\frac{5}{2}(\sin 14x+\sin 4x)+\frac{9}{2}(\sin 14x-\sin 4x)-14\sin 7x-2\cos x=0.$

$5\sin 14x+5\sin 4x+9\sin 14x-9\sin 4x-28\sin 7x-4\cos x=0.$

$14\sin 14x-4\sin 4x-28\sin 7x-4\cos x=0.$

$7\sin 14x-2\sin 4x-14\sin 7x-2\cos x=0.$

$g(x)=\sin 5x\cdot\sin 9x-\sin^2 7x-\cos^2 x-3$

$g'(x)=(\sin 5x\cdot\sin 9x)'-(\sin^2 7x)'-(\cos^2 x)'=\sin 5x'\cdot\sin 9x+\sin 5x\cdot\sin 9x'-$

$-2\sin 7x\cdot\cos 7x\cdot 7+2\cos x\cdot\sin x=$

$=5\cos 5x\cdot\sin 9x+9\sin 5x\cdot\cos 9x-14\sin 7\cdot\cos 7x+2\cos x\sin x=$

$=\frac{5}{2}(\sin 14x+\sin 4x)+\frac{9}{2}(\sin 14x-\sin 4x)-7\sin 14x+\sin 2x=$;

$g'(x)=0$, $\cancel{5\sin 14x}+5\sin 4x+\cancel{9\sin 14x}-9\sin 4x-\cancel{14\sin 14x}+$

$+2\sin 2x=0$

$-4\sin 4x+2\sin 2x=0.$ $\sin 2x-2\sin 4x=0.$

$\sin\alpha-2\sin 2\alpha=0.$ $\sin 2x-4\cdot\sin 2x\cdot\cos 2x=0.$

$\sin 2x(1-4\cos 2x)=0.$ $\sin 2x=0$ или $\cos 2x=\frac{1}{4}.$

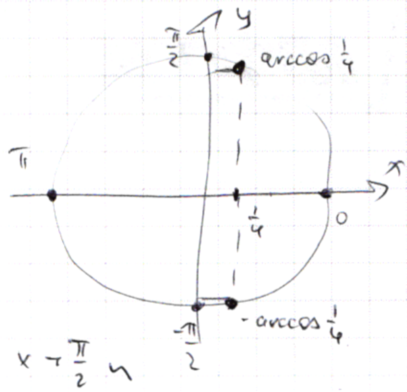
$2x=\pi n, n\in Z.$ $2x=\pm\arccos\frac{1}{4}+2\pi n,\ n\in Z.$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$x = \frac{\pi}{2}n, n \in Z.$

$x = \frac{\pi}{2}.$



$g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\frac{5\pi}{2}\cdot\sin\frac{9\pi}{2} - \sin^2\frac{7\pi}{2} - \cos^2\frac{\pi}{2} - 3 =$

$= 1\cdot 1 - 1 - 3 = -3$ ~~max~~

$g(0) = -4$ — min

$g\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \cancel{-1\cdot -1 - 1} - 3 = -3.$

$g(\pi) = -4.$

$x = \frac{\pi}{2}n$

$x = \pm\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4} + 2\pi n.$

$g($

$\sin\left(\frac{5}{2}\arccos\frac{1}{4}\right)\cdot\sin\left(\frac{9}{2}\arccos\frac{1}{4}\right) - \sin^2\frac{7}{2}\arccos\frac{1}{4} -$

$- \cos^2\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4}\right) - 3.$

9 2 2 · 2 2 2 2 2 2 2 2 2

ЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧ 112 $2^{11}\cdot 1\cdot\times 3$

(3) ЧЧЧЧЧЧЧ ×3. 0; 5; 9. ЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧ

13.

ЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧ

13 спосбов "5" ×6 12. 2 2 2 2 2 2

ЧЧ ЧЧЧЧЧ ×2.

"0"; "9".

$2^6 \cdot 2^6 = \boxed{2^{12}\cdot 13 - 2}$

$2^{12} = 2^{10}\cdot 4 = 1024\cdot 4.$

$\begin{array}{r} 2048 \\ \times\ 13 \\ \hline 6144 \\ +\ 2048\ \ \\ \hline 26624 \end{array}$ 2

$\begin{array}{r} 4096 \\ \times\ 13 \\ \hline 12288 \\ +\ 4096\ \ \\ \hline 53248 \\ -\ 2 \\ \hline 53246 \end{array}$

1 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3

ЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧЧ

$2048 \cdot 4096$ $2^{11} + 2^{12}$

$3^{12}\cdot 2$

$26624 - 1 = \boxed{26623}$

53246 — $\boxed{\text{"0" до "5"} \times 6}$

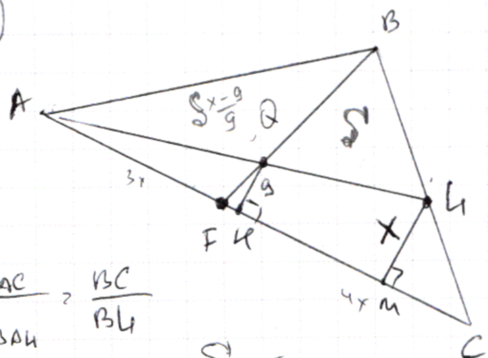
$\boxed{\begin{array}{l} S_{\triangle BQL} = S \\ S_{BAC} = 16S \end{array}}$

QH = 9

LM - ?

(6)

$\frac{S_{\triangle BQL}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{1}{16}$



$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle BFC}} = \frac{3}{4}$, $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ABF}} = \frac{7}{3}$, $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{BFC}} = \frac{7}{4}$

$\frac{AQ}{AL} = \frac{9}{x}$ $\frac{AH}{AM} = \frac{9}{x}$ $\frac{AQ}{AL} = \frac{AH}{AM} = \frac{9}{x}$

$\frac{S_{BAC}}{S_{BAL}} = \frac{BC}{BL}$

$S_{BQL} = \frac{1}{2} BL \cdot h_{BL}$

$S_{BAC} = \frac{1}{2} BC \cdot h_{BC}$

$\frac{S_{BAC}}{ALC} = \frac{BC}{LC}$ $\frac{\frac{S_{BAC}}{S_{BAL}}}{\frac{S_{BDC}}{S_{ALC}}} = \frac{\frac{BC}{BL}}{\frac{BC}{LC}} \Rightarrow \frac{S_{ALC}}{S_{BAL}} = \frac{LC}{BL}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{BAL}} = \frac{QL}{AL} = \frac{9}{x}$

$S_{BAL} + S_{ALC} = 16S$

$S_{ALC} = 16S - \frac{Sx}{9}$ $\frac{BL}{BC} = \frac{\frac{Sx}{9}}{16S} = \frac{x}{9\cdot 16}$

$S_{BAL} = \frac{S\cdot x}{9}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-043

ШИФР

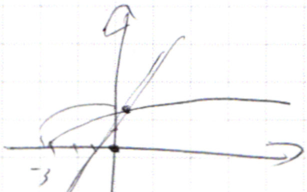
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$ $\qquad \log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x)$

$(\sqrt{x+3}-x-1)(x+5-\sqrt{x+3}+x) \geq 0.$ $\qquad \sqrt{x+3} \geq x+1$

$(\sqrt{x+3}-x-1)(2x+5-\sqrt{x+3}) \geq 0.$



1) $\begin{cases} \sqrt{x+3}-x-1 \geq 0 \ (1) \\ 2x+5-\sqrt{x+3} \geq 0 \ (2) \end{cases}$ или $\begin{cases} \sqrt{x+3}-x-1 < 0 \\ 2x+5-\sqrt{x+3} < 0 \end{cases}$

$x > 0.$

1)(1) $\sqrt{x+3}-x-1 \geq 0.$

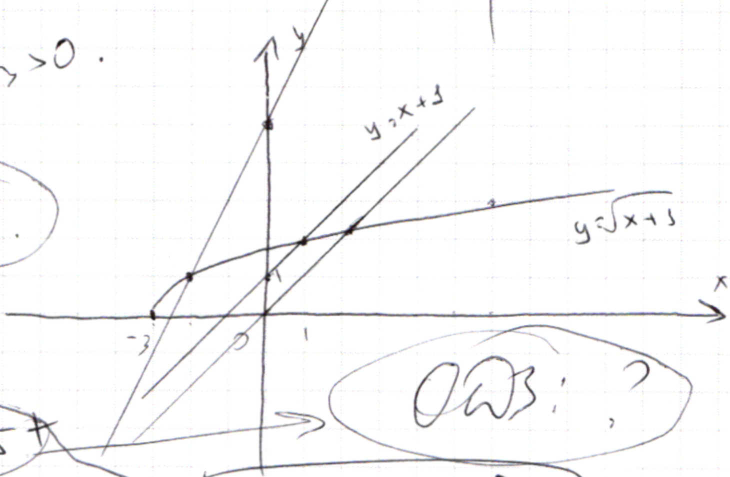
$\sqrt{x+3} \geq x+1$

$\sqrt{x-3} > x$

$x-3 > x^2$

$x^2-x+3 > 0.$

(2) $2x+5 \geq \sqrt{x+3}$



(1) $x \in [-3; 1].$

(2) $x \in [-2; +\infty).$ $\Rightarrow$ $x \in [-2; 1].$

2) (1) $\sqrt{x+3} < x+1.$

(2) $\sqrt{x+3} > 2x+5$

(1) $x \in (1; +\infty)$

(2) $x \in [-3; -2)$ $\Rightarrow x \in \emptyset$

$x > -5$

$\sqrt{x+3}-x > 0$

$\sqrt{x+3}-x \neq 1$

ОДЗ: ?

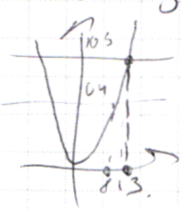
$\boxed{x \in [-2; 1)}.$

$\sqrt{x+3} \neq x+1.$

1) $y = x^2$ $\qquad y=169;\ y=64.$ $\quad y = a.$

$y = 169.$

$169 = x^2 \quad x = 13.$



1) 13; 8

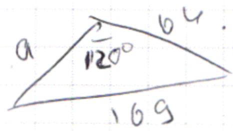
$169 = 64 + a^2 - \cancel{2} \cdot 13 \cdot 8.$

$169 = 168. \Rightarrow a = 1$

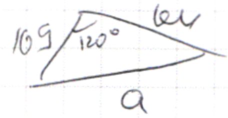
$\begin{array}{r} 13 \\ \times\ 8 \\ \hline 104 \\ +\ 64 \\ \hline 168 \end{array}$ 2

$\sqrt{x+3} > x$

$x \in [-3; 2, \ldots).$

1) 

$\cos 120^\circ$ = ?

2) 

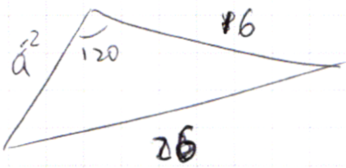
1) $a + 64 > 169$

2) $169 + 64 > a.$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

1)



$26^2 = 16^2 + a^2 + \cancel{2} \cdot 26 \cdot 16 \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$

$26^2 = 16^2 + a^2 + 416$

$676 = 256 + a^2 + 416$

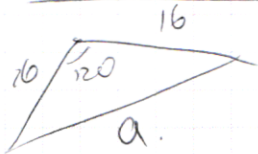
$676 = a^2 + 672$

$a = 2.$

$26^2 = 16^2 + a^2 + 16 \cdot a$

$\boxed{a^2 + 16a + 16^2 - 26^2 = 0.}$

2)



$a^2 = 26^2 + 16^2 + \cancel{2} \cdot 26 \cdot 16 \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$

$a^2 = 676 + 256 + 416$

$a^2 = 676 + 672$

$676 + 672 = 1348$

$a = \sqrt{1348}$

$256 + 416 = 672$, $672 + 676 = 1348$

$676 - 256 = 420$

1) $a^2 + 16a - 420 = 0.$

$D_1 = 64 + 420 = 484.$

$a_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{484}}{1} = -8 \pm \sqrt{484}$

$a = \sqrt{484} - 8 = 22 - 8 = \boxed{14}$

$2 \cdot 2 = 4$, $3 \times 3 = 9$, $4 \times 4 = 16$, $5 \times 5 = 25$, $6 \times 6 = 36$, $7 \times 7 = 49$, $8 \times 8 = 64$, $9 \times 9 = 81$

$36 \times 36 = 1296$, $22 \times 22 = 484$, $37 \times 37 = 1369$

2) $a^2 = 26^2 + 16^2 + 26 \cdot 16 =$

$= 676 + 256 + 416 = 676 + 672 =$

$= 1348$

$\boxed{a = \sqrt{1348}}$ $a \approx 36{,}6$

$y = a.$ $\boxed{\begin{array}{l} y = 49. \\ y = 337 \end{array}}$

$26 + 16 = 42$

$1348 : 4 = 337.$

(2)

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

$g'(x) = (\sin 5x)' \cdot \sin 9x + (\sin 5x) \cdot (\sin 9x)' - 2\sin 7x \cdot 7 - 2\cos x =$

$= 5\cos 5x \cdot \sin 9x + 9\cos 9x \cdot \sin 5x - 14\sin 7x - 2\cos x =$

$= 5\cos 5x \cdot \sin 9x + 9\cos 9x \cdot \sin 5x - 14\sin 7x - 2\cos x =$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)