МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1

ШИФР 17-001

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

12-001

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$y=2x^2$

Найду две известные стороны треугольника и выражу 3-ю неизвестную

а) $y=98$

$98=2x^2$

$x=\pm 7 \Rightarrow$ сторона равна $|7|+|-7|=14$

б) $y=18$

$18=2x^2$

$x=\pm 3 \Rightarrow$ сторона равна $|3|+|-3|=6$

в) $y=a$

$a=2x^2$

$x^2=\frac{a}{2}$

$x=\pm\sqrt{\frac{a}{2}}$ Обозначу величину 3-ей стороны как c, тогда

$c=\left|\sqrt{\frac{a}{2}}\right|+\left|-\sqrt{\frac{a}{2}}\right|=2\cdot\sqrt{\frac{a}{2}}=\sqrt{2a}$ причем $c>0$ т.к. это сторона тр-ка (*)

Тогда воспользуюсь теоремой косинусов для всевозможных расположений сторон относительно известного угла

1) $c^2=14^2+6^2-2\cdot14\cdot6\cdot\cos120^\circ$ $\quad\cos120^\circ=\cos(90^\circ+30^\circ)=-\sin30^\circ=-\frac{1}{2}$

$c^2=196+36+14\cdot6$

$c^2=232+84$

$c^2=316$

~~Учитывая (*) $c=\sqrt{316}$~~

$(\sqrt{2a})^2=316$ учитывая $c>0$

$2a=316$

$\underline{a=158}$

2) $14^2=6^2+c^2-2\cdot c\cdot6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$

$196=36+c^2+6c$

$c^2+6c-160=0$

$c=-16$ - не уд усл (*)

$c=10$

$10=\sqrt{2a}$

$\underline{a=50}$

3) $6^2=14^2+c^2-2\cdot c\cdot14\left(-\frac{1}{2}\right)$

$36=196+c^2-14c$

$c^2-14c+160=0$

~~$D=\sqrt{}$~~

$D=196-4\cdot160<0$

$c\in\varnothing$

Ответ: 50; 158

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} x+7 \le 4x^2+16x+16 \\ 2x+4 \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x^2+15x+9 \ge 0 \\ x \ge -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3] \cup [-0{,}75; +\infty) \\ x \in [-2; +\infty) \end{cases}$$

$x \in [-0{,}75; +\infty)$

Тогда учитывая ОДЗ: $x \in [-0{,}75; 2) \cup (2; \frac{1+\sqrt{29}}{2}]$

Ответ: $x \in [-0{,}75; 2) \cup (2; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$

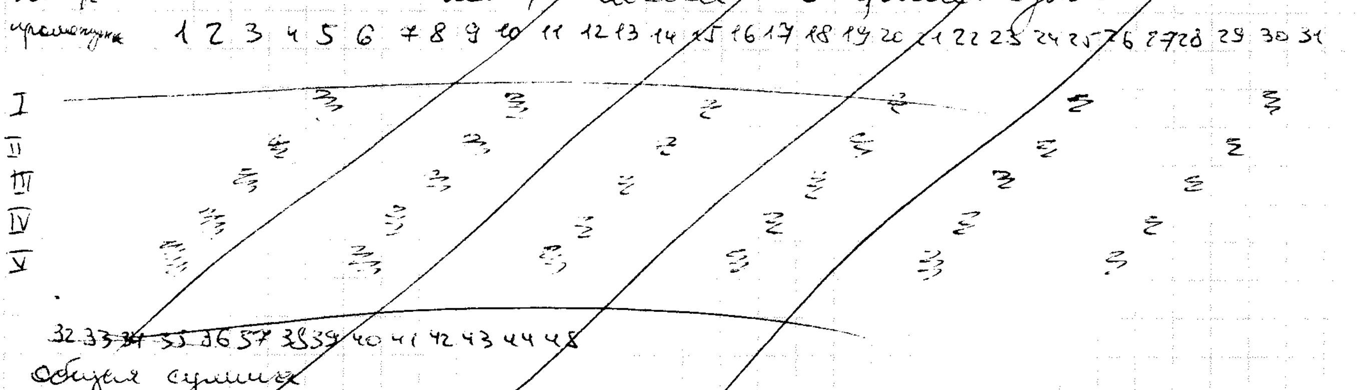
№7

Т.к. Пиноккио нужно ~~самое меньшее~~ наименьшая сумма, то из последнего промежутка нужно выбрать наименьшее значение, а из каждого предыдущего на 1 меньше, т.к. $45 = 3^2 \cdot 5$, а промежутков как раз 5 и пиноккио раз выбирает по 6 чисел, то есть для получения минимального значения Пиноккио должен выбрать 1-ое по порядку число в 5-ом промежутке, 2-ое по порядку число в 4-ом, 3-е число в 3-ем, 4-е во 2-ом, 5-е в 1-ом, 6-ое в 5-ом ... и т. д. 30-е число в 1-ом.

Это будет минимальная сумма так как крайние значения в промежутках как раз отличаются на 45, и при том разность всех чисел будет равна, а из самого большого (по значениям) промежутка мы выбираем ~~самые~~ наименьшие большие возможные значения и выбираем каждое 9-ое.

Общая схема:

~~Номер~~ номер числа в промежутке



~~Общая сумма~~

$S = \cancel{S_1+S_2+S_3+S_4+S_5 = (5+10+15+20+25+30)+45}$

Продолжение см следующую стр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

Преобразую $g(x)$

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \dfrac{-2\sin\frac{6x}{2}\cdot\sin\frac{14x}{2}}{-2} - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\begin{cases}\alpha - \beta = 6x \\ \alpha + \beta = 14x\end{cases} \Rightarrow \begin{matrix}\alpha = 10x \\ \beta = 4x\end{matrix}$

Тогда $g(x) = \dfrac{\cos 10x - \cos 4x}{-2} - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \dfrac{2\cos^2 5x - 1 - \cos 4x}{-2} - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$

$= \dfrac{1+\cos 4x}{2} - \cos^2 5x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \cancel{\dfrac{1+1-2\sin^2 2x}{2} - \sin^2 x + 4} =$

$= \dfrac{1+2\cos^2 2x - 1}{2} - \sin^2 x + 4 = \cos^2 2x - \sin^2 x + 4 = (\cos 2x - \sin x)(\cos 2x + \sin x) + 4 =$

$= (1 - 2\sin^2 x - \sin x)(1 - 2\sin^2 x + \sin x) + 4 = (2\sin^2 x + \sin x - 1)(2\sin^2 x - \sin x - 1) + 4$

Пусть $t = \sin x \Rightarrow t \in [-1; 1]$

$g_2(t) = (2t^2 + t - 1)(2t^2 - t - 1) + 4 = 4t^4 - 2t^3 - 2t^2 + 2t^3 - t^2 - t - 2t^2 + t + 1 + 4 =$

$= 4t^4 - 5t^2 + 5$

$\cancel{g'(t) = 16t^3 - 10t}$ Пусть $w = t^2 \Rightarrow w \in [0; 1]$

$g_3(w) = 4w^2 - 5w + 5$

Парабола ветви направлены вверх. Минимальное значение - вершина

$w_в = \dfrac{5}{8}$

$g_3\left(\frac{5}{8}\right) = \dfrac{4\cdot 25}{64} - \dfrac{5\cdot 5}{8} + 5 = \dfrac{50}{32} - \dfrac{25}{8} + 5 = \dfrac{50-100}{32} + 5 = -\dfrac{50}{32} + 5 = \dfrac{-25}{16} + 5 =$

$= \dfrac{80-25}{16} = \dfrac{55}{16} = 3{,}4375$

Максимальное значение либо при $w = 0$ или при $w = 1$

$g_3(0) = 4\cdot 0 - 5\cdot 0 + 5 = 5$ $\qquad g_3(0) > g_3(1) \Rightarrow \max = g_3(0) = 5$

$g_3(1) = 4\cdot 1 - 5\cdot 1 + 5 = 4$

Ответ: наибольшее 5; наименьшее $\cancel{\frac{55}{16}}$ $\dfrac{55}{16} = 3{,}4375$

№3

Т.к. цифр "8" ровно семь и они идут подряд то всего возможно ~~11~~ 11 расположений ~~этого~~ этих цифр

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

8 8 8 8 8 8 8

 8 8 8 8 8 8 8

...

8 8 8 8 8 8 8

при этом в каждой из оставшихся клеток может стоять любая ~~число~~ цифр "0", "7", так как 8-рок ровно семь

При каждой такой расстановке восьмерок остаются свободными $17-7=10$ клеток, тогда для каждой такой расстановки 8-ки существует 2^{10} способов расставить "0" и "7", но число не может начинаться с "0", а значит.

Рассмотрим 2-ую расстановку 8-к (1-ая "8" на 2-ой позиции)

Всего комбинаций: $2^9 \cdot 2^0$

Рассмотрим 3-ую расстановку 8-к (1-ая "8" на 3-ей позиции)

Всего комбинаций: $2^8 \cdot 2^1$ (т.к. 0 не может быть на 1-ой позиции и ~~не~~ может быть на 2-ой если на 1-ой 7-ка)

Рассмотрим 4-ую расстановку 8-к (1-ая "8" на 4-ой позиции)

$2^7 \cdot 2^2 = 2^9$

5-ая: $2^6 \cdot 2^3 = 2^9$

6-ая: $2^5 \cdot 2^4 = 2^9$

....

11-ая $1 \cdot 2^9 = 2^9$

Таким образом всего комбинаций $2^9 \cdot 11$

но тут также посчитались те, где не встречаются все цифры

Для каждого расположения 8-к кроме самого 1-го это ситуация когда "7" на всех свободных местах, тогда всего таких ситуаций 10 и 2 для 1-го расположения 8-к

Тогда ответ: $11 \cdot 2^9 - 12$

Ответ: $2^9 \cdot 11 - 12$

№5

$$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$$

ОДЗ: $\begin{cases} x+4>0 \\ \sqrt{x+7}-x > 0 \\ \sqrt{x+7}-x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-4 \\ x\neq 2 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+7>0 \\ x<0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+7>x^2 \\ x\geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\in(-4;+\infty) \\ x\neq 2 \\ \left[\begin{array}{l} x\in(-7;0) \\ x\in\left(\frac{1-\sqrt{29}}{2};\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \end{array}\right. \end{cases}$

~~x+4~~ Т.к. $\sqrt{x+7}-x>0$, то $x+4 \geq (\sqrt{x+7}-x)^1$

$x+4 \geq \sqrt{x+7}-x$

$2x+4 \geq \sqrt{x+7}$

$\sqrt{x+7} \leq 2(x+2)$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 3

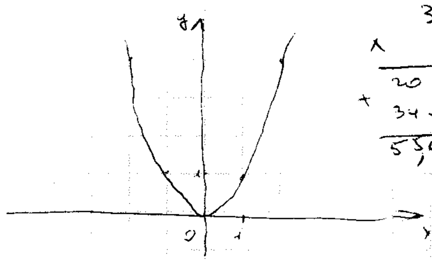
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$y = 2x^2$

$y = 98$
$y = 18$
$y = a$



$3{,}4375 \cdot 16 = 20\,6250 + 34375 = 55{,}0000$

$14 \cdot 14 = 56 + 14 = 196$; $196 + 36 = 232$; $14 \cdot 6 = 84$; $232 + 84 = 316$

$16 \cdot 7 = 112$; $\frac{55}{16}$

1) $y = 98$
$98 = 2x^2$
$x^2 = 49$
$x = \pm 7$

2) $18 = 2x^2$
$x^2 = 9$
$x = \pm 3$

т.е. длина 1-го отрезка $= 7+7 = 14$
длина 2-го отрезка $= 3+3 = 6$

По теореме косинусов

$55{,}0 : 16 = 3{,}437$

1) $c^2 = 14^2 + 6^2 - 2 \cdot 14 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ$
$c^2 = 14^2 + 6^2 + 14 \cdot 6$
$c^2 = 316$

$\cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

$\sqrt{2a} = \sqrt{316}$

$a = 2x^2$; $2a = 316$

$\frac{a}{2} = x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{a}{2}} \Rightarrow c = \left|\sqrt{\frac{a}{2}}\right| + \left|\sqrt{\frac{a}{2}}\right| = 2\sqrt{\frac{a}{2}} = \sqrt{2a}$

2) $6^2 = c^2 + 14^2 + 2 \cdot c \cdot 14 \cdot \frac{1}{2}$
$c^2 + 196 + 14c - 36 = 0$
$c^2 + 14c + 160 = 0$
$c_{1,2} = -7 \pm \sqrt{49 - 160} < 0 \Rightarrow$ корней нет

$c = \sqrt{2a} \Rightarrow c^2 = 2a \Rightarrow$
$\Rightarrow 2a = 316$
$a = 158$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2a}$

3) $196 = c^2 + 36 + c \cdot 6$
$c^2 + 6c - 160 = 0$
$c_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 160}}{1} = -3 \pm 13$

$c = 10 \Rightarrow 10 = \sqrt{2a} \Rightarrow 100 = 2a \Rightarrow a = 50$
$c = -16$; $-16 = \sqrt{2a}$ – невозможно

$\cancel{f'(t) = 16t^3 - 8t - 2t + 1} =$
$= 2t(8t^2 - 1)$

$16t^3 - 10t = 0$

$4t^4 - 5t^2 + 1 = t\left(16t^2 - \frac{10}{16}\right)$

$\cancel{D = 25 - 16 = 9}$ $f'(t) = 16t^3 - 10t$
$t_{1,2} =$ $t(16t^2 - 10) = 0$

$t\left(t^2 - \frac{5}{8}\right) = 0$

№2

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$\cancel{\sin\alpha \sin\beta} = \cancel{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}} \cdot -2\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2} = \cos\alpha - \cos\beta$

$\alpha - \beta = 3x \cdot 2 \Rightarrow \alpha - \beta = 6x \Rightarrow 2\alpha = 20x \Rightarrow \alpha = 10x$
$\alpha + \beta = 7x \cdot 2$; $\alpha + \beta = 14x$; $\beta = 4x$

$= \frac{-2\sin 3x \cdot \sin 7x}{-2} - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \frac{\cos 10x - \cos 4x}{-2} - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$

$= \frac{-2\cos^2 5x + 1 + \cos 4x}{+2} - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = \frac{1 + \cos 4x}{2} - \cancel{\cos^2 5x} - \sin^2 x + \cancel{\cos^2 5x} + 4 =$

$= \frac{1 + 2\cos^2 2x - 1}{2} - \sin^2 x + 4 = \cos^2 2x - \sin^2 x + 4 = \cos^2 2x + \cancel{\sin^2 x} + \cos^2 x + 3 - \cancel{\sin^2 x} =$

$= \cos^2 2x + \cos^2 x + 3 = 0$

$\cos'(x) = -\sin x$ $\cancel{t = 2\sin^2 x} +$ si

$(\cos 2x)' = -2\sin x$

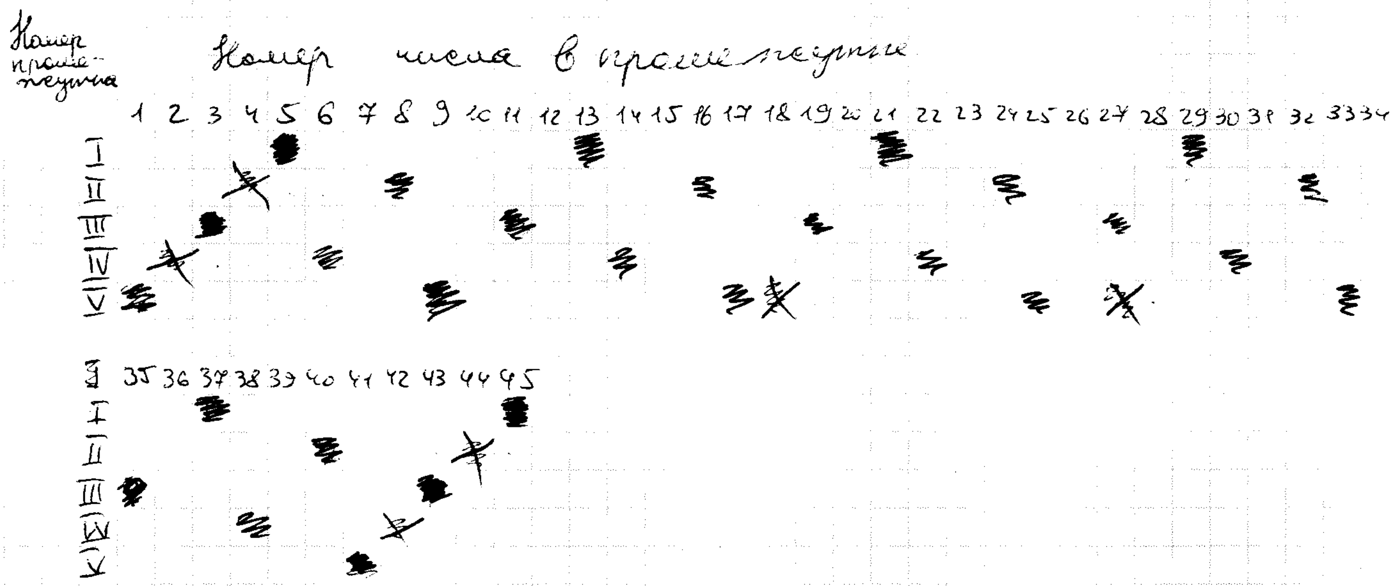
$g'(x) = \cancel{-2 \cdot \sin 2x}$

$(\cos^2 2x)' = \cancel{2\cos}((\cos 2x)^2)' = -2 \cdot \frac{\sin x}{\cancel{\cos 2x}} \cdot (\cos 2x)'$

$(\cos 2x - \sin x)(\cos 2x + \sin x) + 4 = (1 - 2\sin^2 x - \sin x)(1 - 2\sin^2 x + \sin x) + 4 = (t^2 - 1)(4t^2 - 1)$

Пусть $t = \sin x \Rightarrow (1 - 2t^2 - t)(1 - 2t^2 + t) + 4 = (2t^2 + t - 1)(2t^2 - t - 1) + 4 = 4t^4 - 5t^2 + 1$

$= 4t^4 - \cancel{2t^3} - 2t^2 + \cancel{2t^3} - t^2 - \cancel{t} - 2t^2 + \cancel{t} + 1 = 4t^4 - 4t^2 - t^2 + 1 = 4t^2(t^2 - 1) - (t^2 - 1) =$



Правильные числа последовательности отмечены черным цветом и не зачеркнуты

Тогда $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5$

$S_1 = 5 + 13 + 21 + 29 + 37 + 45 = 145$

$S_2 = 45 \cdot 5 + (8 + 16 + 24 + 32 + 40) = 45 \cdot 5 + 120 = \cancel{225} = 225$

$\cancel{S_3 = 90 \cdot 5 = 450}$ – $S_3 = 90 \cdot 5 + (3 + 11 + 19 + 27 + 1) = 450 + 61 = 511$

$S_4 = 45 \cdot 3 + (6 + 14 + 22 + 30 + 38) = 45 \cdot 3{,}5 + 110 = \cancel{235} = 45 \cdot 15 + 110$

$S_5 = 45 \cdot 4{,}5 + (1 + 9 + 17 + 25 + 33) = 45 \cdot 20 + 85 = 900 + 85 = 985$

$S = 985 + 145 + 225 + 511 + 45 \cdot 15 + 110$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

12-001
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 11 размещений 8к подряд

8 8 8 8 8 8 8 1 2 2

$$2^{10}+2^9+2^8+2^7+2^6+2^5+2^4+2^3+2^2+2^1+1 -$$

$b_1 = 1$ $b_n = 2^{10}$ $q=2$

те наборе полностью из одинаковых

55

225 − 144

$x+4>0 \Rightarrow x>-4$

$\sqrt{x+7}=2x+4$

$x+7=4(x+2)^2$, если $2x+4\geq 0$, $x\geq -2$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4)\geq 1$

$\sqrt{x+7}-x\neq 1$

$\sqrt{x+7}-x>0 \Rightarrow \sqrt{x+7}>x \Rightarrow x+7>x^2$

$(x+4)\geq \sqrt{x+7}-x$

$2x+4\geq\sqrt{x+7}$

$\sqrt{x+7}\leq 2x+4 \Rightarrow$ [redacted] $\begin{cases} x+7\leq 4(x+2)^2 \\ 2x+4\geq 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+7\leq 4(x^2+4x+4) \Rightarrow 4x^2+16x+16-x-7\geq 0 \Rightarrow 4x^2+15x+9\geq 0 \\ x\geq -2\end{cases}$

$D=225-16\cdot 9=225-144=81$

$x_{1,2}=\frac{-15\pm 9}{8} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{-24}{8}=-3 \\ x=\frac{-6}{8}=-\frac{3}{4}=-0{,}75\end{array}\right.$

но $x\geq -2 \Rightarrow$ $x=-3$ — не уд проверка

$-3+4>0$ $1>0$

$\sqrt{x+7}-x\neq 1 \Rightarrow \sqrt{-3+7}+3\neq 1 \Rightarrow 5\neq 1$

$\sqrt{-3+7}+3>0 \Rightarrow 5>0$

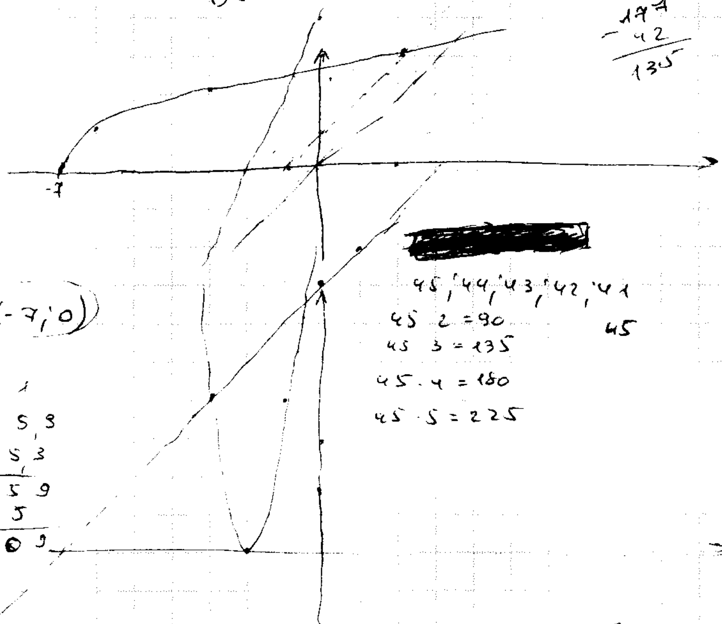
$\log_{\sqrt{-3+7}+3}(7-3+4)\geq 1$

$\log_5 1\geq 1$ / $1\geq 5^1$ — неверно

177 − 42 = 135

$x\in(-\infty;-3]\cup[-0{,}75;+\infty)$

но $x\geq -2 \Rightarrow x\in[-0{,}75;+\infty)$



$\sqrt{x+7}\neq 1+x \Rightarrow (x+2)$

$\sqrt{x+7}>x \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+7\geq 0\\ x<0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x>-7\\ x<0\end{cases} \Rightarrow x\in(-7;0) \\ \begin{cases}x+7>x^2\\ x>0\end{cases} \quad \begin{cases}x^2-x-7<0\\ x>0\end{cases}\end{array}\right.$

[redacted]

45, 44, 43, 42, 41

45 · 2 = 90

45 · 3 = 135

45 · 4 = 180

45 · 5 = 225

45

$D=1+28=29$

$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{29}}{2}$ $x\in\left(\frac{1-\sqrt{29}}{2};\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$x>0$ $\sqrt{29}$

5,3 × 5,3 = 15 9 + 26 5 = 28,09

Ответ: $x\in\left[-0{,}75;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

[1; 45] [46; 90] [91; 135] [136; 180] [181; 225]

$a_1; a_2; a_3; a_4; a_5$ $45=3^2\cdot 5$

те числа разность которых делима на 45 выбираемые со сдвигом в 45 ед-ц т е 1; 46 [redacted] нам надо взять максимальное в 1-ом промежутке чтобы получить минимальное деление

$\log_{\sqrt{-\frac{3}{4}+7}+\frac{3}{4}}\left(-\frac{3}{4}+4\right)\geq 1$

$\log_{\sqrt{\frac{25}{4}}+\frac{3}{4}}\left(\frac{13}{4}\right)\geq 1$

$\log_{\frac{5}{2}+\frac{3}{4}}\frac{13}{4}\geq 1 \Rightarrow \log_{\frac{13}{4}}\frac{13}{4}\geq 1$ FX4

☑ черновик ☐ чистовик

$$\frac{1+\cos 4x}{2} - (-4+\sin^2 x) = \frac{2+2\sin^2 2x}{2} - \sin^2 x + 4 = 1 + \sin^2 2x - \sin^2 x + 4$$

$$\frac{1-5{,}3}{2} = \frac{-4{,}3}{2} \approx -2{,}15$$

$$\frac{1+5{,}3}{2} \approx \frac{6{,}3}{2} \approx 3{,}15$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-001

ШИФР

(заполняется секретарём)

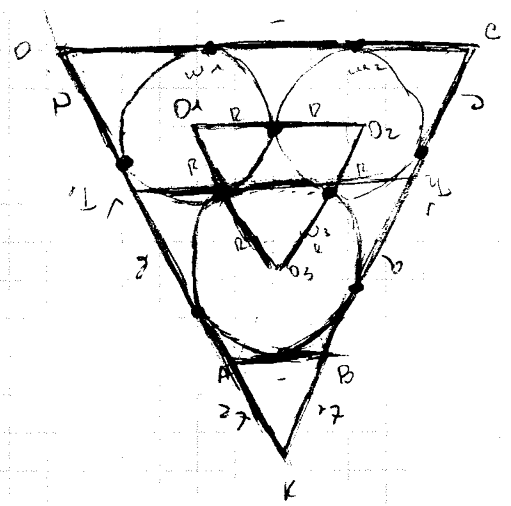
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AD+BC-AB-CD=12$

$R-?$

$AD+BC=12+AB+CD$

пятиугольник с вписанной окр-тью и пятой стороной



F

$\cancel{17}\ 8$

$17-7-(n-1)$

$\frac{AF}{FC}=\frac{2}{5}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}}=\frac{5}{12}$

$QK \perp AC = 6$

$\angle Z-?$

$S=p\cdot r$

$AT_1+T_1D=AD$

$BT_2+T_2C=CB$

$\frac{AQ}{QL}$

$\frac{AK}{AZ}$

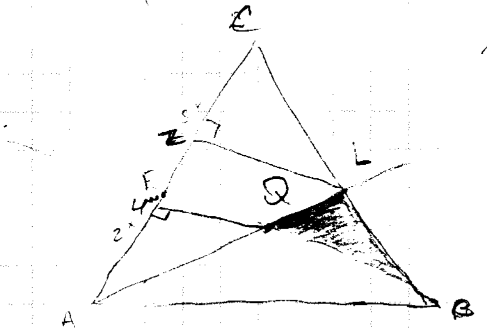
2^3-1

2^4

$6=2^2$

2^2+2^1

$2^3+2^2+2^1=$



$\frac{21+29}{50}$ $\frac{37+13}{50}$

$40+40+40$

$4.5\times 5=225$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)