МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2

ШИФР 15-020

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x + 5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-020

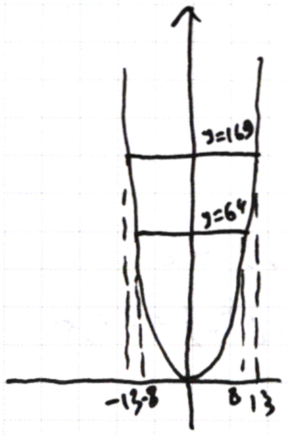
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

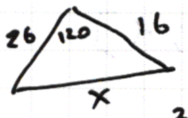
$y=x^2$, $y=169$, $y=64$, $y=a$



если $y=169$ и $y=64$, то $y=x^2$ отсекает на этих прямых отрезки длиной 26 и 16 соответственно.

Рассмотрим теперь 3 случая:

1)

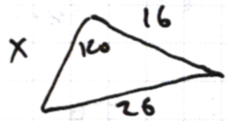


т. косинусов: $x^2 = 676+256-2\cdot16\cdot26\cdot\cos120$

$x^2 = 932+16\cdot26 = 1348$

этот случай подходит.

2)



$676=256+x^2-2\cdot x\cdot16\cdot\cos120$

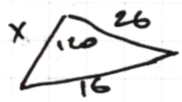
$x^2+16x-420=0$

$D=256+1680=1936=44^2$

$x_1=\frac{-16+44}{2}=14$

$x_2=\frac{-16-44}{2}=-30$ – н.к.

3)



– очевидно не подходит, т.к. напротив тупого угла лежит ~~сторона~~ одна из меньших сторон.

Таким образом, нам подходят длины сторон $x=14$ и $x=\sqrt{1348}=2\sqrt{337}$ →

продолжение →

это означает, что искомые прямые $y=a$ отсекают от параболы отрезки такой длины. Значит, нужно, чтобы $y=49$ и $y=337$ (мы должны x поделить на 2 в ось симметрии параболы и возвести в квадрат.)

Ответ: $a=49$, $a=337$

№2.

$f(x) = \sin 5x \cos 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 =$

$= \frac{1}{2}(\sin 7x + \cos 2x) - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 =$

$= \frac{1}{2}(\sin 7x + 2\cos^2 x - 1) - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 =$

$= \frac{1}{2}\sin 7x - \frac{1}{2} - \sin^2 7x - 3 = -\sin^2 7x + \frac{1}{2}\sin 7x - 3,5 = 0$

Пусть $\sin 7x = t$, исследуем функцию $f(x) = -t^2 + \frac{1}{2}t - 3,5$ на отрезке $t \in [-1; 1]$

$f'(x) = -2t + \frac{1}{2} = 0$

$2t = \frac{1}{2}$, $t = \frac{1}{4}$.

Посчитаем значение ф-ии на концах отрезка и в экстремуме:

$f(-1) = -1 - \frac{1}{2} - 3,5 = -5$ ← минимум.

$f(1) = -1 + \frac{1}{2} - 3,5 = -4$

$f(\frac{1}{4}) = -\frac{1}{16} + \frac{1}{8} - \frac{7}{2} = -\frac{1}{16} + \frac{2}{16} - \frac{56}{16} = -\frac{55}{16}$ ← максимум

Ответ: наиб. зн. $= -\frac{55}{16}$

наим. зн. $= -5$.

№3.

Рассмотрим 2 случая:

1) если число имеет такой вид: 555555....., то (т.е. начинается с шести „5")

~~число~~ кол-во вариантов составит $2^{12} - 2$ (по два варианта на каждую из 12 позиций минус 2 варианта, где все 12 цифр либо 9, либо 0).

2) если число начинается не с шести пятерок, то

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-020

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

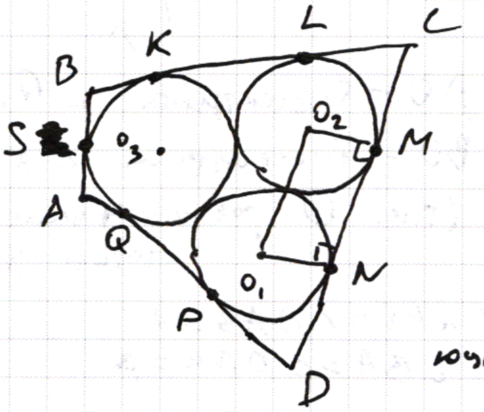
оно должно начинаться только с девятки, т.е. имеет вид 9..555555..

в данном случае свободными остаются 11 позиций, и кол-во вариантов составит $2^{11}-1$ (минус 1, если все девятки)

Так же эти 6 пятерок можно передвигать по нашему числу 12-ью способами, т.е. общее кол-во способов в данном случае составит $2^{12}-2+12(2^{11}-1)=2^{12}+12\cdot 2^{11}-14$

Ответ: $2^{12}+12\cdot 2^{11}-14=28658$.

N4.



Дано: $AD+BC-AB-CD=10$

Найти: а) R, б) $\angle AOB$, в) AB, если $AO\cdot BO=42$.

Решение:

П.а) пусть радиус $=R$ Докажем, что линия, соединяющая центры касающихся окр-ей, проходит через точку касания:

Проведем общую касательную к окружностям в точке их касания, и ~~в~~ ~~в~~ эту точку проведем два радиуса двух окружностей. Эти радиусы перпендикулярны касательной, и основания перп-ов лежат в одной точке => центры и точка касания лежат на одной прямой. Из доказанного факта и из того, что радиус, проведенный в точку касания, ⟶

перпендикулярен касательной, следует, что KO_3O_2L, O_2MNO_1, O_1PQO_3 – прямоугольники со сторонами R и $2R$.
Тогда $MN=PQ=KL=2R$.

При этом $AS=AQ$, $BS=BK$, $LC=CM$ и $ND=PD$ как отрезки касательных, проведенных из одной точки. Таким образом

$$AD+BC-AB-CD=10$$

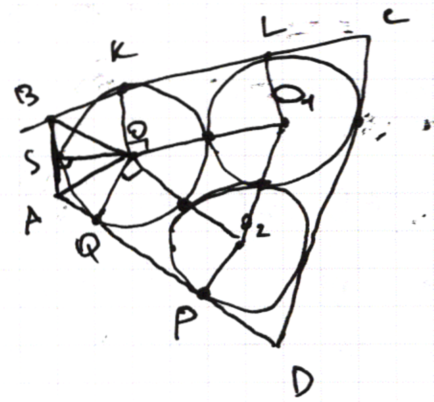
$$AQ+QP+PD+BK+KL+LC-AS-BS-CM-MN-ND=10$$

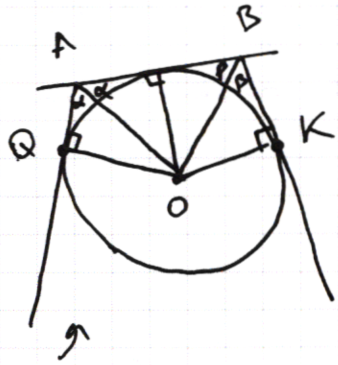
$$PQ+KL-MN=10$$

$$2R=10,\ R=5.$$

Для пункта б) построим новый чертеж:

б)





$\angle KOO_1=90^\circ$
$\angle O_1OO_2=60^\circ$ (т.к. OO_1O_2 - равностор. Δ-к)
$\angle QOO_2=90^\circ$

$\angle AOB+\angle BOK+\angle KOO_1+\angle O_1OO_2+$
$+\angle O_2OQ+\angle QOA=360^\circ$.

$180-\alpha-\beta+90-\alpha+90-\beta+240^\circ=360^\circ$

$2(\alpha+\beta)=240^\circ$

$\alpha+\beta=120^\circ$

$\angle AOB=180-\alpha-\beta=60^\circ$.

AO – биссектриса $\angle QAB$ и
BO – биссектриса $\angle KBA$
(т.к. O равноудалена от сторон углов)

$\angle QAO=\angle OAB=\alpha$
$\angle OBA=\angle OBK=\beta$

$\angle AOQ=90-\alpha$
$\angle AOB=180-\alpha-\beta$
$\angle BOK=90-\beta$

в) рассмотрим площадь ΔAOB

$$AO\cdot OB\cdot\frac{1}{2}\cdot\sin 60=SO\cdot AB\cdot\frac{1}{2}$$

$$SO=R=5.$$

$$AB=\frac{AO\cdot OB\cdot\sin 60}{SO}=\frac{21\sqrt{3}}{5}$$

Ответ: а) 5; б) 60°; в) $\frac{21\sqrt{3}}{5}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

Найдем ОДЗ: 1) $\sqrt{x+3}-x>0$

$\sqrt{x+3}>x$

$\Downarrow$

$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+3>x^2\\ x\geq 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x^2-x-3<0\\ x\geq 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{1-\sqrt{13}}{2}<x<\frac{1+\sqrt{13}}{2}\\ x\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}x+3\geq 0\\ x<0\end{cases} \Rightarrow\end{array}\right.$

$\Downarrow$

$-3\leq x<0$ объединяем $0\leq x < \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$\Downarrow$

$-3\leq x<\frac{1+\sqrt{13}}{2}$

2) $\sqrt{x+3}-x\neq 1$

$\sqrt{x+3}\neq x+1$

$x+3=x^2+2x+1$ $(x\geq -1)$

$x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$x\neq 1$ ($x=-2$ не подходит)

3) при $x\geq -3$ выполняется $x+5\geq 0$

Таким образом, ОДЗ: $-3\leq x<1$ и $1<x<\frac{1+\sqrt{13}}{2}$

Решение: $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5)-1\geq 0$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5)-\log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x)\geq 0$

$\Updownarrow$

$(\sqrt{x+3}-x-1)(x+5-\sqrt{x+3}+x)\geq 0$

$(\sqrt{x+3}-x-1)(2x+5-\sqrt{x+3})\geq 0$

здесь корень $x=1$ (уже находили)

$2x+5=\sqrt{x+3}$ $(x\geq -2.5)$

$4x^2+20x+25=x+3$

$4x^2+19x+22=0$

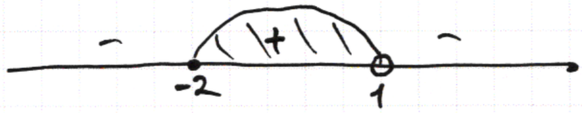
$D=361-352=9$

$x_1=\frac{-19-3}{8}=-\frac{22}{8}=-\frac{11}{4}$ – н.к. (<-2.5)

$x_2=\frac{-19+3}{8}=\frac{-16}{8}=-2$ $\longrightarrow$

применим метод интервалов:

$$(\sqrt{x+3}-x-1)(2x+5-\sqrt{x+3}) \geq 0$$



Совместим с ОДЗ: $-2 \leq x < 1$ (полностью входит в ОДЗ)

Ответ: $-2 \leq x < 1$

№7.

То, что разность никаких двух не делится на 35, означает, что Пиноккио взял 25 чисел, имеющих разных остаток при делении на 35.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 ... 35 (1)
36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 ... 70 (2)
71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 ... 105 (3)
106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 ... 140 (4)
141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 ... 175 (5)

Докажем, что наим. зн-ие суммы 25 выбранных Пиноккио чисел будет тогда, когда он возьмет обведенные числа.

Числа любого столбца дают один и тот же остаток от деления на 35. Допустим, что мы заменим какое-то из взятых (Пусть это число a, а то, на которое заменяем — b) чисел не меньшее (При этом оно находится либо выше в том же столбце, либо правее-выше). Тогда в той же строке, в которой мы убрали одно число (пусть a_1), нам нужно взять какое-то другое число, а в той строке, откуда мы взяли новое число (пусть b_1), одно убрать. К — разность номеров строк, в которых меньше числа. Добавить число мы можем с таким же остатком, как и то, которое убираем, и тогда общая сумма не уменьшится, потому что разность $a-b \leq 35 \cdot K$, а $a_1 - b_1 = 35K$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-020
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Допустим, мы заменили какое-то число a на меньшее число b. Тогда в той же строке, откуда взяли a, нужно добавить a_1, а из строки, откуда добавили b, убрать какое-то b_1.

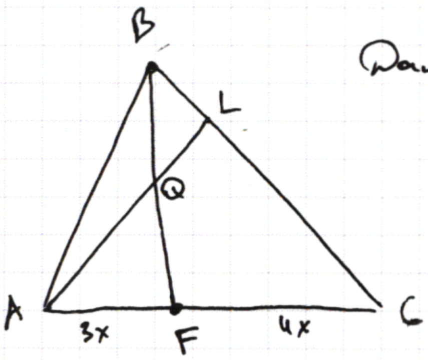
Из таблицы понятно, что остаток от деления на 35 числа a меньше или равен остатку от ~~от~~ деления b на 35 (т.к. b находится либо выше, либо правее-выше). Поэтому если K - это разность между номерами строк, в которых мы что-то меняем, то $a - b \le 35K$.

Но тогда остаток от деления на 35 числа a_1 больше или равен остатка от деления на 35 числа b_1 (потому что a_1 находится либо ниже, либо правее-ниже). И тогда $a_1 - b_1 \ge 35K$.

Из этого следует, что взятая сумма уменьшится не может.

Ответ: $5(1+2+3+4+5) + 40\cdot 5 + 80\cdot 5 + 120\cdot 5 + 160\cdot 5 = 75+200+400+600+800 = 2075$

№6.



Дано: $\frac{AF}{FC} = \frac{3}{4}$; $\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}} = \frac{1}{16}$; $\rho(Q; AC) = 9$

Найти $\rho(L; AC)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

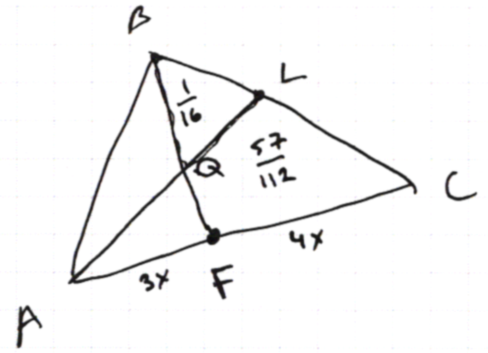
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-020

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{S_{\triangle BQL}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{1}{16}$$

$$S_{ALC} = \frac{h \cdot 7x}{2}$$

$$\rho(L, AC) = h$$

$$\rho(B, AC) = p$$

$$S_{ABQ} = \frac{3}{7}S - \frac{27}{2}x$$

$$\cancel{S_{AQF} = 3x \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} = \frac{27}{2}x}$$

$$\cancel{S_{ALC} = 4x \cdot h \cdot \frac{1}{2} = \frac{7xh}{2}}$$

$$\frac{S_{ABF}}{S_{BFC}} = \frac{3}{4}$$

Пусть $S_{ABC} = 7x \cdot p \cdot \frac{1}{2}$

$$S_{ABF} = 3x \cdot p \cdot \frac{1}{2}$$

$$S_{BFC} = 4x \cdot p \cdot \frac{1}{2}$$

$$S_{AQF} = 9 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3x$$

$$S_{BQL} = 7x \cdot p \cdot \frac{1}{32}$$

$$\frac{S_{AQF}}{S_{ABF}}$$

$$S_{ABQ} = S_{ABF} - S_{AQF} = \frac{3xp}{2} - \frac{27x}{2} = \frac{3x(p-9)}{2}$$

$$S_{ALC} = S_{ABC} - S_{BQL} - S_{AQB} =$$

$$= \frac{7xp}{2} - \frac{3xp}{2} + \frac{27x}{2} - \frac{7xp}{32} = \frac{57xp}{32} + \frac{27x}{2}$$

$$\frac{4xp}{2} - \frac{7xp}{32} = \frac{64xp - 7xp}{32} = \frac{57xp}{32}$$

$$\cancel{S_{ALC} = \frac{4xp}{2} - \frac{7xp}{32} + 27x}$$

$$7 \cdot 16 = 70 + 42 = 112$$

$$\frac{S_{ALC}}{S_{ABC}} = \frac{h}{p}$$

$$ABF = \frac{3}{7}S$$

$$BQL = \frac{1}{16}S$$

$$FQLC = S - \frac{3}{7}S - \frac{1}{16}S = \frac{4}{7}S - \frac{1}{16}S = \frac{64-7}{112}S = \frac{57}{112}S$$

$$\frac{S_{AQF}}{S_{ALC}} = \frac{9 \cdot 3x}{h \cdot 7x} = \frac{27}{7h}$$

$$AQF = 3x \cdot 9 \cdot \frac{1}{2}$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\frac{7x\cdot p}{2} = S$

~~ALC~~ $ALC = \frac{7xh}{2} = \frac{57}{112}\cdot\frac{7x\cdot p}{2} + \frac{27}{2}x$

$\frac{7h}{2} = \frac{57\cdot 7\cdot p}{2}$

$[1;35]$; $[36;70]$; $[71;105]$, $[106;140]$

$[141;175]$ ← $(1;5)$

1	2	3	4	5	6	7	...		35
36	37	38	39	40	41	...			70
71	72	73	....						105
106	107	108	....						140
141	142	143	.....						175

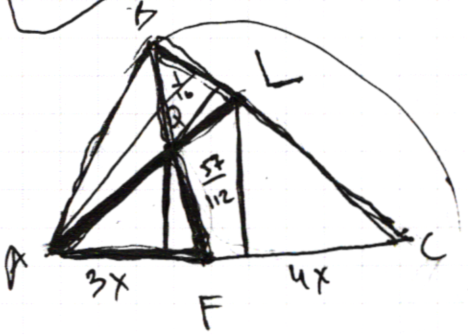
$\frac{S_{AFQ}}{S_{ABC}} = \frac{3x\cdot 9}{7x\cdot P} = \frac{27}{7P}$

убранное a
взятое в

$a - b \le a_1 - b_1$

$S_{ALC} = \frac{57}{112}S + \frac{27}{2}x$

$4a - b \le$



$\frac{S_{ALC}}{S_{ABC}} = \frac{h}{P}$

$\frac{S_{ALC}}{S_{AQF}} = \frac{7h}{27}$

$\frac{3}{7}S - \frac{27}{2}x$

$\frac{S_{AQF}}{S_{ABC}} = \frac{3\cdot 9}{7\cdot P}$

$\frac{S_{ALC}}{S_{AQF}} = \frac{AL\cdot 7x}{AQ\cdot 3x} = \frac{7}{3}\,\frac{AL}{AQ} = 1 + \frac{S_{QLCF}}{S_{AQF}}$

~~$\frac{S_{BFC}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABL}}{S_{ABC}} = \frac{BL}{BC} = \frac{1}{16} + \frac{S_{ABQ}}{S_{ABC}} = \frac{BL}{BC}$~~

$\frac{57}{112}S$

$\frac{AQ}{AL} = \frac{S_{ABQ}}{S}$

$\frac{AL}{AQ} = \frac{S_{ABL}}{S_{ABQ}} = \frac{S_{ABQ} + S_{BQL}}{S_{ABQ}} = 1 + \frac{S_{BQL}}{S_{ABQ}}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

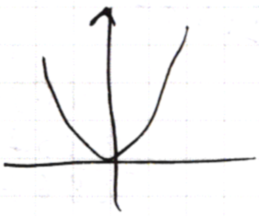
15-020

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y=x^2$ $\quad y=169$, $y=64$, $y=a$



$x=13$
$x=8$

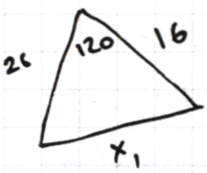
два отрезка длинами $-$ 26 и 16

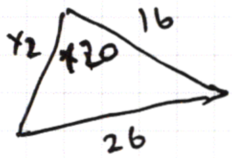
т. косинусов:

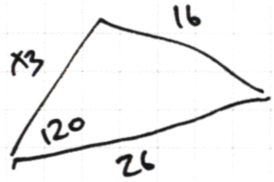
$x_1^2 = 26^2+16^2-2\cdot 26\cdot 16\cos 120$

$\cos 120 = -\frac{1}{2}$

$x_1^2 = 26^2+16^2+26\cdot 16 = \cancel{1288}$







26×26: 156, 52, 676

$16^2=256$

$676+256 = 932$, $932+356 = 1288$

$932+416 = 1348$

26×16: 156, 26, 416

$\cancel{26 \times 16}$: $\cancel{156}$, $\cancel{26}$, 356

$676-256 = 420$

$256 = x_3^2+676-2x_3\cdot 26\cos 120$

$x_3^2+26x_3+420=0$

$\varnothing$

$676 = 256+x_2^2-2x_2\cdot 16\cdot\cos 120$

$420 = x_2^2+16x_2$

$x_2^2+16x_2-420=0$

$D = 256+1680 = 1936 = 44^2$

$x_1 = \frac{-16+44}{2} = 14$

$x_2 = \frac{-16-44}{2} = -30$

$1348 : 4 = 337$: -12, 14, -12, 28

36×36: 216, 108, 1296

46×46: 276, 184, 2116

44×44: 176, 176, 1936

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x \quad -\sin^2 7x \quad -\cos^2 x - 3$

$2^{10} = 1024$

$2^{11} = 2048$

$\sin 5x \sin 9x = \frac{1}{2}(\sin 7x + \cos 2x)$

$2^{12} = 4096$

$$\begin{array}{r} 2048 \\ \times \quad 12 \\ \hline 4096 \\ 2048 \\ \hline 24576 \end{array}$$

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

$\frac{1}{2}(\sin 7x + 2\cos^2 x - 1) - \sin^2 7x \quad -\cos^2 x - 3$

$\frac{1}{2}\sin 7x \cancel{+\cos^2 x} - \frac{1}{2} - \sin^2 7x \cancel{-\cos^2 x} - 3$

$$\begin{array}{r} 4096 \\ 24576 \\ \hline 28672 \end{array}$$

$-\sin^2 7x + \frac{1}{2}\sin 7x - 3{,}5$

$-t^2 + \frac{1}{2}t - 3{,}5$

$0, 5, 9$

$g'(x) = -2t + \frac{1}{2} = 0$

$28672 - 14 =$

$2t = \frac{1}{2}$

$\underbrace{555555}_{6} \ldots \ldots$ $2^{12} - 2$

$28662 - 4 =$

$= 28658$

$t = \frac{1}{4}$

$.555555 \ldots \ldots$

$2^{11} - 1$

$..555555 \quad 2^{11} - 1$

$2^{12} - 2 + 12(2^{11} - 1) + 0$ Ответ

7	2
8	3
9	4
10	5
11	6
12	7
13	8
14	9
15	10
16	11
17	12
18	13

13 14 15 16 17 18

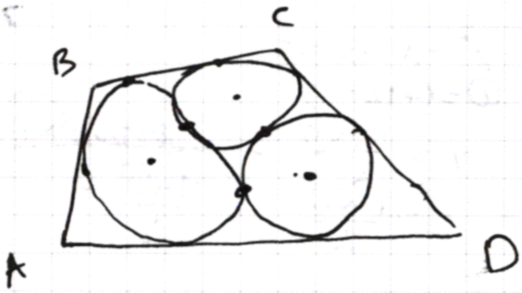
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-020
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

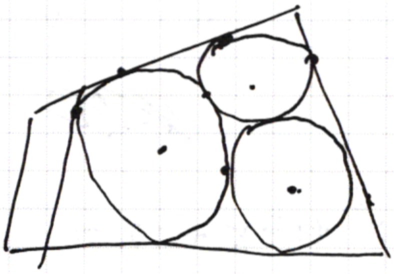


$AD+BC-AB-CD=10$

$AB^2=BO^2+AO^2-2AO\,OB\cos 60$

$AB^2=BO^2+AO^2-AO\cdot OB$

$(a+x)^2=x^2+25+a^2+25-42$



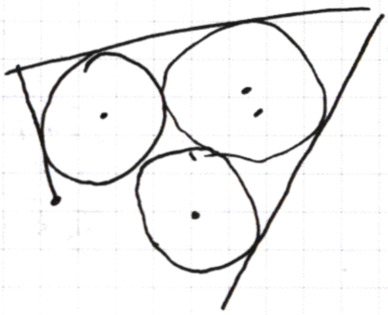
$\frac{180}{+60}$

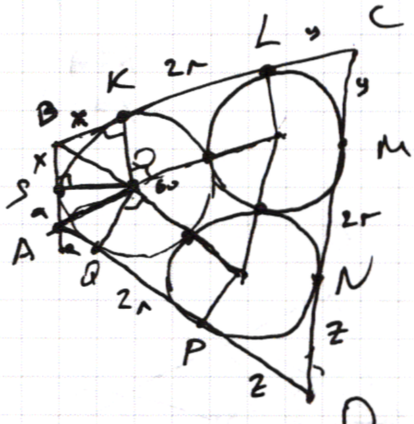
240

$2ax=8$

$ax=4$

$a+x-?$





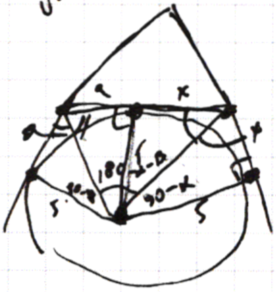
$(a+x)^2=a^2+25+x^2+25-2\sqrt{(x^2+25)(a^2+25)}\cos\alpha$

$ax=25-\sqrt{\ldots}\cos\alpha$

$\cos\alpha=\frac{25-ax}{\sqrt{\ldots}}$

$\cancel{a}+2r+\cancel{z}+\cancel{x}+\cancel{2r}-y-\cancel{a}-\cancel{x}-y-\cancel{2r}-\cancel{z}=10$

$r=5$



$180-(\alpha+\beta)$

$360-2\alpha-2\beta$

$360-2\alpha-2\beta-$

$42\cdot\frac{\sqrt3}{2}=\frac{21\sqrt3}{5}$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

ОДЗ: $\sqrt{x+3} > x$

$\cancel{x+3 > x^2}$ $\quad$ $\cancel{x>0}$ $\quad$ $x^2-x-3>0$ $\quad$ $x>0$ $\quad$ $D=1+12=13$

$\frac{1-\sqrt{13}}{2} \vee -3$

$1-\sqrt{13} \vee -6$

$>$

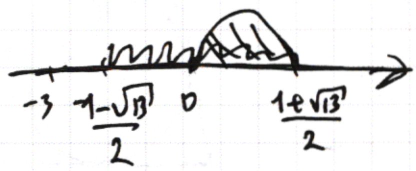
$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+3>x^2 \\ x\geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+3\geq 0 \\ x<0 \end{cases} \end{array}\right.$$

$x^2-x-3<0$

$D=1+12=13$

$x_1=\frac{1+\sqrt{13}}{2}$

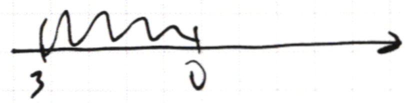
$x_2=\frac{1-\sqrt{13}}{2}$



$\log_3 3$

$x>-3$

$x<0$



$\sqrt{x+3}-x \neq 1$

$\sqrt{x+3} \neq x+1$

$x+3 \neq x^2+2x+1$

$x^2+x-2 \neq 0$

$(x+2)(x-1) \neq 0$

$x \neq 1$

$x \neq -2$

$4x^2+19x+22=0$

$D=19^2-22\cdot 16$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ +19 \\ \hline 361 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 22 \\ \times 16 \\ \hline 132 \\ +22 \\ \hline 352 \end{array}$$

$361-352=9$