МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2 ШИФР 5-002

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

S-002
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

Т.к. разность никаких 2-х не делится на 35, то все числа имеют разные остатки при делении на 35. Представим кажд. число, как $35\cdot n+k$. Понятно, что, чтобы Σ была наим., остатки должны быть $1, 2, \ldots 25$. ~~Кол-во~~ Понятно что мы берем по 5 чисел из промежутков $35\cdot 0+k$, $35\cdot 1+k$, $35\cdot 2+k$, $35\cdot 3+k$, $35\cdot 4+k$. Тогда $\Sigma_{min}=(1+\ldots+25)+35(5\cdot 1+5\cdot 2+5\cdot 3+5\cdot 4)=$
$=\frac{1+25}{2}\cdot 25+35\cdot 5\cdot 10=26\cdot 25+1750=1750+650=2400.$

№5.

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5)\geq 1$

ОДЗ: $\begin{cases} x\geq -3 \\ \sqrt{x+3}-x>0 \\ \sqrt{x+3}-x\neq 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq -3 \\ \sqrt{x+3}>x \\ \sqrt{x+3}\neq x+1 \end{cases}\Leftrightarrow$

черновик $\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ x<\frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ x\neq 1. \end{cases}$

Т.к. по ОДЗ $x\geq -3$, то $x+5>1$. Тогда

$\sqrt{x+3}-x\geq x+5$

ОДЗ: $x\geq -\frac{5}{2}$

$\sqrt{x+3}\geq 2x+5$

$x+3\geq 4x^2+25+20x$

$4x^2+19x+22\leq 0$ $\Leftrightarrow$ черновик.

$\Leftrightarrow 4(x+2)(x+\frac{11}{4})\leq 0$

~~$-2\leq x\leq -\frac{11}{4}$~~. $-\frac{11}{4}\leq x\leq 2.$

Но т.к. $x\geq -\frac{5}{2}$, то $-2{,}5\leq x\leq -2.$ Ответ: $x\in[-2{,}5;-2]$

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

S-002

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

Гр-к имеет вид:

Понятно, что отрезки будут иметь длину 26, 16 и $2\sqrt{a}$.

Угол 120° лежит против наибольшей стороны т-ка. Значит, он может лежать против стороны длиной 26 или $2\sqrt{a}$. Р! 2 случая. Т. косинусов:

$26^2+16^2-2\cdot26\cdot16\cdot\cos120^\circ=(2\sqrt{a})^2$

$26^2+16^2+26\cdot16=2^2\cdot a$

$13^2+8^2+13\cdot8=a.$

$a=169+64+104=337$

$16^2+(2\sqrt{a})^2-2\cdot16\cdot(2\sqrt{a})\cdot\cos120^\circ=26^2$

$16^2+4a+32\sqrt{a}=26^2$

$8^2+a+8\sqrt{a}=13^2$

$64+a+8\sqrt{a}=169$

$a+8\sqrt{a}=105.$ Очев. что $a\geq0$.

$(\sqrt{a})^2+8(\sqrt{a})-105=0.$

$(\sqrt{a}-7)(\sqrt{a}+15)=0.$

$\sqrt{a}=7.$

$a=49.$

Ответ: $a=\left[\begin{array}{l}337\\49.\end{array}\right.$

2.

1) $\sin5x\cdot\sin9x=\sin(7x-2x)\cdot\sin(7x+2x)=(\sin7x\cos2x-\sin2x\cos7x)(\sin7x\cos2x+\sin2x\cos7x)=$
$=\sin^2 7x\cdot\cos^2 2x-\cos^2 7x\cdot\sin^2 2x.$ Тогда $g(x)=\sin^2 7x\cdot\cos^2 2x-\sin^2 7x-\cos^2 7x\cdot\sin^2 2x-\cos^2 x-3.$

2) $\sin^2 7x\cdot\cos^2 2x-\sin^2 7x=\sin^2 7x(\cos2x+1)(\cos2x-1)=\sin^2 7x\cdot2\cos^2 x\cdot(2\cos^2 x-2).$

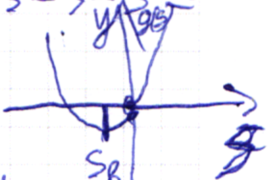
3) $\cos^2 7x\sin^2 2x=\cos^2 7x(4\sin^2 x\cos^2 x)=\cos^2 7x\cdot4\cdot\cos^2 x(1-\cos^2 x)$

4) Тогда $g(x)=\sin^2 7x(4\cos^2 x(\cos^2 x-1))-\cos^2 7x(4\cos^2 x(1-\cos^2 x))-\cos^2 x-3=$

$\sin^2 7x+\cos^2 7x=1$

$4\cos^2(\cos^2 x-1)-\cos^2 x-3=\Big|_{\cos^2 x=s}=4s^2-4s-s-3=$

$=4s^2-5s-3$, $g(s)$ — квадр. трехчлен. Его гр-к будет иметь вид



Миним. значение ф-ция $g(s)$ принимает в точке вершины параболы, т.к. к-т перед $s^2>0$. $s_{вершины}=\dfrac{-(-5)}{2\cdot4}=\dfrac{5}{8}.$ $g\left(\frac{5}{8}\right)=4\cdot\left(\frac{5}{8}\right)^2-5\cdot\frac{5}{8}-3=$

Это знач s достигается

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$= \frac{25^2}{8\cdot 2} - \frac{25}{8} - 3 = -\frac{25}{16} - 3 = -4\frac{9}{16}$.

5) Очевидно, что $g(s)$ монотонно $\uparrow$ на $\left[\frac{5}{8}; +\infty\right)$ и монотонно $\downarrow$ на $\left(-\infty; \frac{5}{8}\right]$, и гр-к $y=g(s)$ симметричен отн. прямой $s=\frac{5}{8}$.
Значит, чем больше будет значение $\left|s_1 - \frac{5}{8}\right|$, тем больше $g(s_1)$.
Т.к. $s = \cos^2 x$, то $0 \leq s \leq 1$, и очевидно, что макс. значение достигается при $s=0$, т.к. $\left|0-\frac{5}{8}\right| = \frac{5}{8}$. Это самая удаленная от $s=\frac{5}{8}$ точка ОДЗ.

$g_{max} = g(0) = -3$.

Ответ: $g_{min} = -4\frac{9}{16}$; $g_{max} = -3$.

3.

Р! 2 случая.

1) Пятерки стоят на 1-х шести местах. Остальные 12 заполняем случайно нулями и девятками. Отнимаем 2 вар-та, где все места заполнены „0" или „9". Всего вар-тов $2^{12}-2$.

2) На 1-м месте стоит не 5, и не „0", что очевидно. Зн., там девятка. Первая слева пятерка может стать на люб. место от 2-го до 13-го $\Rightarrow$ 12 вар-тов расстановки пятерок. Остальные 11 мест заполняем аналог. 1-му случаю. Всего вар-тов $12\cdot(2^{11}-2)$

3) $2^{12}-2+12\cdot(2^{11}-2) = 4096-2+12\cdot(2048-2) = 4094+12\cdot 2046 =$
$= 4094 + 24552 = 28646$.

Ответ: 28646.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-002

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2 вар. против a.

$b^2+c^2-2bc\cdot\cos 120^\circ=a^2$

$256+c^2+16c=676$

$c^2+16c-420=0$. 30, 14.

$(c+30)(c-14)=0$.

$c=14$.

$\frac{S_{BQL}}{S_{LQC}}=\frac{BL}{LC}$

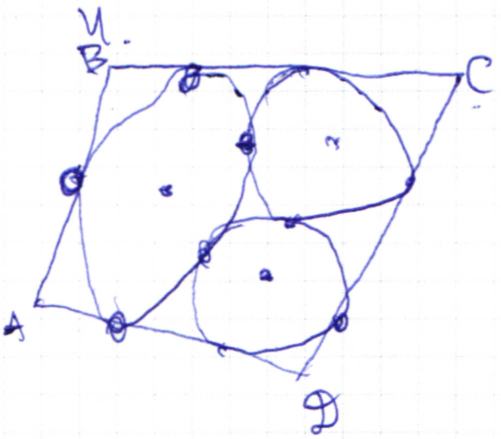
$\frac{BQ}{BF}=a$

$\frac{BL}{LC}=b$.

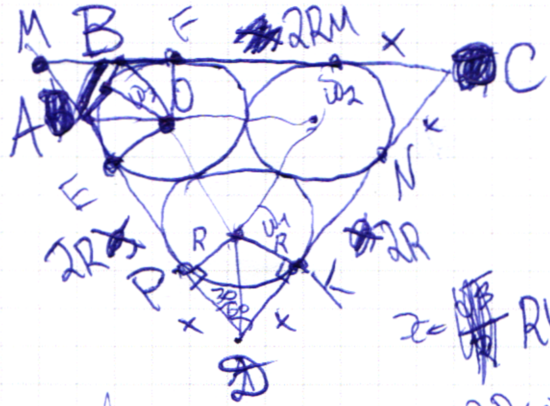
$\frac{S_{BQL}+S_{LQC}}{S_{QFC}}=\frac{BQ}{BF}$.

$\frac{S_{BQL}}{S_{QFC}}\cdot\left(1+\frac{BL}{LC}\right)=\frac{BQ}{BF}\Rightarrow\frac{S_{BQL}}{S_{QFC}}=\frac{a}{1+b}$

14.



$AD+BC-AB-CD=10$.



$\frac{S_{BQL}}{S_{BQL}+S_{QLC}+S_{QFC}}$.

$\frac{S_{QFC}}{S_{BQL}}+\frac{S_{QLC}}{S_{BQL}}=b+\frac{a}{1+b}=\frac{a+ab}{1+b}$.

$x=R\sqrt{3}$.

$AD+BC-AB-CD=x+2R+x+2R-2x-2R=2R=10$

$R=5$.

$\sum \text{угл}\ ABFOE=(n-2)180^\circ=3\cdot180^\circ=540^\circ$.

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$

$\angle A+\angle B=240^\circ$.

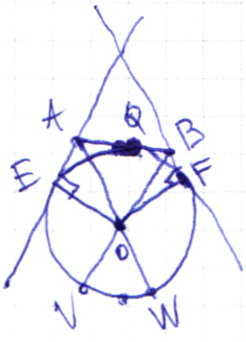
$BF=a$, $AE=b$.

$BO=\sqrt{a^2+5^2}$, $AO=\sqrt{b^2+5^2}$

$AB=a+b$.

$\angle OAB+\angle OBA=\frac{\smile QW}{2}+\frac{\smile QV}{2}=$

$=\frac{360^\circ-\smile VW}{2}$



$\times\,169\cdot2=338$

$243+64=337$

$+73$, 24, 104

$\times\,2046\cdot12$: 4092, 2046, 24552

4094, 28646

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\times\begin{array}{r}1024\\4\\\hline 4096\end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5)\geq 1.$

$x+5\geq\sqrt{x+3}-x$

$x\geq -2{,}5.$

$2x+5\geq\sqrt{x+3}$

$4x^2+20x+25\geq x+3$

$4x^2+19x+22\geq 0.$

ОДЗ:

$\begin{cases} x\geq -3 \\ \sqrt{x+3}-x>0 \\ \sqrt{x+3}-x\neq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq -3 \\ x+3>x^2 \\ x+3\neq(x+1)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq -3 \\ x^2-x-3<0 \quad D=1+4\cdot 3=13 \\ x^2+2x+1-x-3\neq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x\geq -3 \\ \frac{1-\sqrt{13}}{2}<x<\frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ x^2+x-2\neq 0 \Rightarrow x\neq 1,\ x\neq -2 \end{cases}$

3.

$\underbrace{13, 14, 15, 16, 17, 18.}_{5\text{-ки.}}$ 13 вар-тов размещения 1-й слева 5-ки

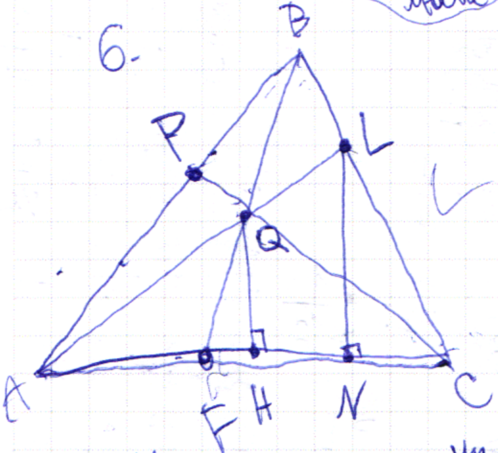
Остаётся 12 мест.

Отв: $13\cdot(2^{12}-2).$

любые

Начало с нуля спросить.

6.



$\frac{AF}{FC}=\frac{3}{4}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}}=\frac{1}{16}$

$QH=9$

$LN-?$

Т. Менелая ΔFBC.

$\frac{CL}{LB}\cdot\frac{BQ}{QF}\cdot\frac{FA}{AC}=1$

$\frac{CL}{LB}\cdot\frac{BQ}{QF}=\frac{7}{3}.$

$\frac{FA}{AC}=\frac{3}{3+4}=\frac{3}{7}$

Т. Менелая ΔABL

$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BQ}{QF}\cdot\frac{FC}{CA}=1$

$\frac{FC}{CA}=\frac{4}{7}$

$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BQ}{QF}=\frac{7}{4}.$

Т. Чевы ΔABC:

$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BL}{LC}\cdot\frac{CF}{FA}=\frac{4}{3}=1$

$\boxed{\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BL}{LC}=\frac{FA}{CF}=\frac{3}{4}.}$

и a, и b.

$ab=\frac{3}{4}.$

Т. Мен ΔALC.

$\frac{CF}{FA}\cdot\frac{AQ}{QL}\cdot\frac{LB}{BC}=1$

Т. Мен. ΔABL

$\frac{BP}{PA}\cdot\frac{AQ}{QL}\cdot\frac{LC}{CB}=1$

$\frac{1}{a}\cdot\frac{AQ}{QL}\cdot\frac{1}{1+b}=1$

$\frac{AQ}{QL}\cdot\frac{1}{a+\frac{3}{4}}=1.$

$\frac{AQ}{QL}=\frac{AP}{PB}+\frac{3}{4}$ [1]

$\frac{LC}{CB}=\frac{LC}{LC+BL}=\cancel{\frac{LC}{CB}=\frac{CB-BL}{CB}=1-\frac{BL}{CB}}$

$=\frac{1}{\frac{LC+BL}{LC}}=\frac{1}{1+\frac{BL}{LC}}$

$\frac{LB}{BC}=\frac{LB}{BL+LC}=\frac{1}{\frac{BL+LC}{BL}}=\frac{1}{1+\frac{LC}{BL}}=\frac{1}{1+\frac{1}{b}}$

ОДЗ: $x \geq -3$

$\sqrt{x+3} - x > 0$

$\sqrt{x+3} - x \neq 1$

$\begin{cases} x \geq -3 \\ \sqrt{x+3} > x \\ \sqrt{x+3} \neq x+1 \Rightarrow x \neq 1 \end{cases}$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1.$

т.к. $x+5 > 1$ (ОДЗ)

$\sqrt{x+3} - x \geq x+5.$

$\sqrt{x+3} \geq 2x+5.$ $\quad x \geq -\frac{5}{2}.$

$x+3 \geq 4x^2+25+20x.$

$4x^2+19x+22 \leq 0.$

$D = b^2 - 4ac = 361 - 4\cdot4\cdot22 = 361-352 = 9.$

$\left[\begin{array}{l} \frac{-19-3}{8} \\ \frac{-19+3}{8} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} -\frac{22}{8} = -\frac{11}{4}. \\ -2 \end{array}\right.$

$4(x+2)\left(x+\frac{11}{4}\right) \leq 0.$

$\cancel{-2 \leq x \leq -\frac{11}{4}}$

$-\frac{11}{4} \leq x \leq -2$

$-2{,}5 \leq x \leq 2.$

$\sqrt{x+3} > x.$ Верно при $\forall x \in (-\infty, 0]$.

$x+3 > x^2$

$x^2 - x - 3 < 0.$

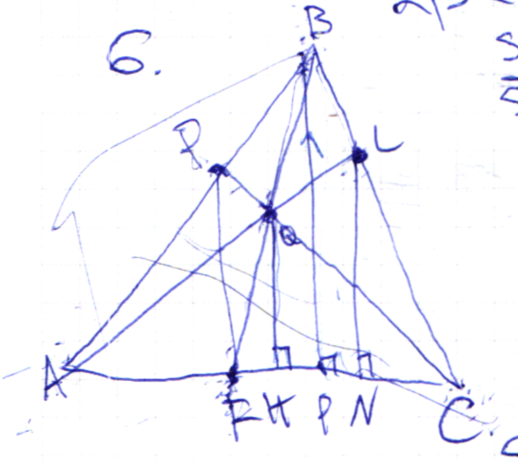
$D = 1+4\cdot3 = 13.$

$x < \frac{1+\sqrt{13}}{2}.$

$\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}.$

$\begin{array}{r} \times 19 \\ 19 \\ \hline 171 \\ 19 \\ \hline 361 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times 88 \\ 4 \\ \hline 352 \end{array}$

6.



$\frac{QH}{BP} = \frac{QF}{BF}$

$\frac{BP}{LN} = \frac{BC}{LC}$

$\frac{QH}{LN} = \frac{QF}{BF} \cdot \frac{BC}{LC}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}} = \frac{1}{16}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{BLA}} = \frac{QL}{AL}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{CQL}} = \frac{BL}{LC}$

$\frac{S_{CQL}}{S_{AQC}} = \frac{QL}{AQ}.$

$\frac{4}{3} \cdot \frac{AF}{FC} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{BL}{BC} = 1$

$\frac{4}{\,} \cdot \frac{AP}{PB}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}} = \frac{BL}{BC}.$

$\frac{S_{BQC}}{S_{ABC}} = \frac{BQ}{BF}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}} = \frac{BL}{BC} \cdot \frac{4}{7}$

$\frac{BL}{BC} \cdot \frac{BQ}{BF} \cdot \frac{4}{7} = \frac{1}{16}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{BQC}} = \frac{BL}{BC}.$

$\frac{S_{BQC}}{S_{FQC}} = \frac{BQ}{QF}$

$\frac{S_{FQC}}{S_{AQC}} = \frac{4}{7}.$

$\Rightarrow \frac{LC}{BC} = \frac{QL}{AQ} \cdot \frac{AP}{PB}$

$\frac{BQ}{QF} = \frac{1}{\frac{AP}{PB}} \cdot \frac{7}{4} \Rightarrow$

$\frac{1}{BC} \cdot \frac{BQ}{QF} \cdot \frac{4}{7} = \frac{1}{LC} \cdot \frac{QL}{AQ}.$

$\frac{LC}{BC} \cdot \frac{BQ}{QF} \cdot \frac{4}{7} = \frac{QL}{AQ} \Rightarrow$

$\frac{BP}{PA} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{LC}{BC} = 1.$

$\frac{AP}{PB} \cdot \frac{BL}{LC} \cdot \frac{4}{3} = 1.$

$\frac{AP}{PB} \cdot \frac{BQ}{QF} \cdot \frac{4}{7} = 1$

$\frac{S_{BQL}}{S_{AQC}} = \frac{BL}{BC} \cdot \frac{BQ}{QF} \cdot \frac{4}{7}.$

$\frac{S_{BQL}}{S_{AQC}} = \frac{BL}{LC} \cdot \frac{QL}{AQ}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-002

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$4\cos^2 x(1-\cos^2 x)-\cos^2 x - 3.$

$\cos^2 x(4-4\cos^2 x-1)-3$

$\cos^2 x=s$

$\cancel{\cos^2 x(3-4\cos^2 x)}-3$

$3s-4s^2-3$

$4s^2-3$

$(2s)^2-2\cdot 2s\cdot\frac{3}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^2=\left(2s-\frac{3}{4}\right)^2-\left(\frac{3}{4}\right)^2-3$

$s(3-4s)$

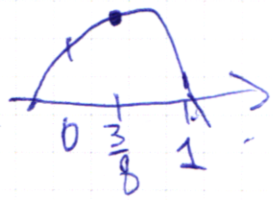
$-4\cdot\left(\frac{3}{8}\right)^2+\frac{3\cdot 3}{8}$

$-4s^2+3s+k.$

$=-\frac{3^2}{16}+\frac{3^2}{8}=\frac{3^2}{16}=\frac{9}{16}.$

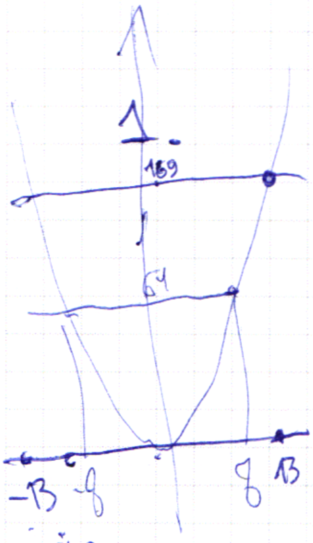
$s_{max}=\frac{-b}{2a}=\frac{-3}{2\cdot(-4)}=\frac{3}{8}.$

$\frac{9}{16}-3=MAX.$



$s_{min}=1.$ для

$-1-3=-4=MIN.$



$a=26$

$b=16.\ c=?$

Угол 120° лежит против ~~наиб.~~ наиб. стороны Δ. Зн., 120° не лежит против b.

$\cos 120° = -\frac{1}{2}.$

1 вар. 120° против c.

$a^2+b^2-2ab\cdot\cos 120°=c^2$

$676+256+26\cdot 16=c^2.$

$26\cdot 26=676$, $16\cdot 16=256$, $26\cdot 16=416$

$676+256=932$, $932+416=1348$, $1348:2=674$, $674:2=337$

337 | 19

$5-\frac{61+6n}{2}$ … 625

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-002

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{AQ}{QL}=9$

$\Leftrightarrow \frac{4}{3}\cdot\frac{AQ}{QL}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{b}}=1.$

$1+\frac{1}{b}=\frac{4}{3}\cdot\frac{AQ}{QL}$

$\frac{1}{b}=1-\frac{4}{3}\frac{AQ}{QL}$

$b=\frac{1}{1-\frac{4}{3}\frac{AQ}{QL}}=\frac{BL}{LC}.$

$\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QL}+\frac{3}{4}.$

$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BL}{LC}\cdot\frac{CF}{FA}=1.$

$\left(9+\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{1-\frac{4}{3}9}\right)\cdot\frac{4}{3}=1.$

$\left(9+\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{1-\frac{4}{3}9}\right)=\frac{3}{4}$

$\frac{9+\frac{3}{4}}{1-\frac{4}{3}9}=\frac{3}{4}$

$49+3=3-49$

4.

$\sum m_i N=\cancel{5}(1+\ldots+25)+N\cdot 35.$

$N=5\cdot0+5\cdot1+5\cdot2+5\cdot3+5\cdot4.$

3.

1 вар. ~~555555~~..... ~~12~~ 5-ки на 1-х 6-ти местах — остальные 12 заменяем.

RAND ~~=~~ . 3н, 2^{12}

2 вар. 5-ки не на 1-м, а на $[2;13]$ месте (1-я лев.). Тогда 1-е место — 9.

Остальные 11 — RAND. 12 вар-тов размещения 1-й слева 5-ки.

$12\cdot 2^{11}$

Отв: $2^{12}+12\cdot 2^{11}.$

$\cos 2x=\cos^2x-\sin^2x=$
$=\cos^2x-(1-\cos^2x)=$
$=2\cos^2x-1$

2.

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha.$

$\sin(7x-2x)\cdot\sin(7x+2x)$

$(\sin 7x\cos 2x-\sin 2x\cos 7x)(\sin 7x\cos 2x+\sin 2x\cos 7x)-\cancel{\sin 2x^3 9}=..$

$=\cancel{7}\sin^2 7x\cdot\cos^2 2x-\cos^2 7x\sin^2 2x-\sin^2 7x-\cos^2x-3$

$+\sin^2 7x(\cos^2 2x-1)=\sin^2 7x(\cos 2x+1)(\cos 2x-1)=\sin^2 7x\cdot 2\cos^2x\cdot(2\cos^2x-2).$

$\cos^2 7x\sin^2 2x=\cos^2 7x(4\sin^2x\cos^2x)=\cos^2 7x\cdot 4\cos^2x(1-\cos^2x).$

$4\cos^2x(1-\cos^2x)-\cos^2x-3=0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)