МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 9-14

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

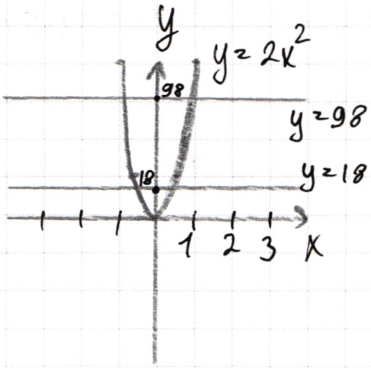
9-14

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1



Решение

Найдем длину отрезков, которые высекает парабола $y=2x^2$ на прямых $y=18$ и $y=98$.

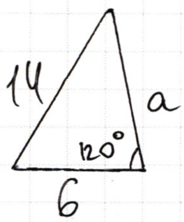
1) При $y=18$, $2x^2=18$; $x^2=9$; $x=\pm3$. Длина отр. 6

2) При $y=98$, $2x^2=98$; $x^2=49$; $x=\pm7$. Длина отр. 14.

Итак, будет Δ из сторон 14; 6; a.

Возможны 3 варианта таких Δ.

1)



По теореме косинусов:

$14^2=6^2+a^2-2\cdot6\cdot a\cdot\cos120^\circ$

$196=36+a^2+12a\cos60^\circ$

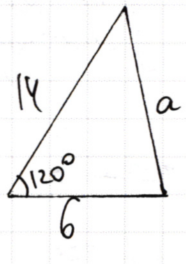
$196=36+a^2+6a$;

$a^2+6a-160=0$;

$a_1=-16$ – не подходит, т.к. $a>0$ (сторона)

$a_2=10$ (см)

2)



$a^2=36+196-2\cdot6\cdot14\cdot\cos120^\circ$

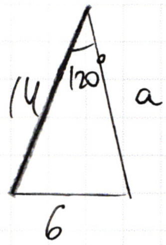
$a^2=36+196+6\cdot14=316$;

$a=\sqrt{316}=2\sqrt{79}$ (см) (отриц. корень не подх.)

Оба корня подходят по нер-ву Δ.

~~Ответ: 10; $2\sqrt{79}$~~

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

3) 

для такого вар-та реш. нет, т.к. больший угол лежит против большей стороны => 6 – наибольшая сторона, что является ложью, т.к. есть сторона 14.

Проверим Th cos: $36 = a^2 + 196 - 2\cdot 6\cdot 14\cdot \cos 120^\circ$

$36 = a^2 + 196 + 6\cdot 14$

$a^2 < 0,\ a \in \varnothing$

Ответ: 10; $2\sqrt{79}$ (см)

Задача №5

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

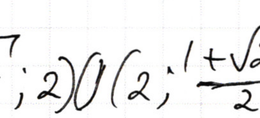
ОДЗ: $\begin{cases} x+4>0 \\ \sqrt{x+7}-x>0 \\ \sqrt{x+7}-x\neq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x>-4 \\ \sqrt{x+7}>x \\ \sqrt{x+7}\neq x+1 \end{cases}$ $\begin{cases} x>-4 \\ x^2-x-7<0 \\ x^2+x-6\neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x>-4 \\ D=29 \\ x\neq 2,\ x\neq -3 \end{cases}$

$\begin{cases} x>-4 \\ x\in\left(\frac{1-\sqrt{29}}{2};\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \\ x\neq 2,\ x\neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2};2\right)\cup\left(2;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x)$

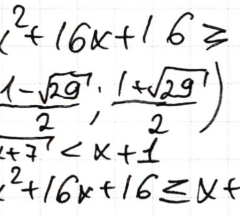
$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+7}-x>1 \\ (x+4)\geq\sqrt{x+7}-x \end{cases} \\ \begin{cases} 0<\sqrt{x+7}-x<1 \\ (x+4)\leq\sqrt{x+7}-x \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+7}>x+1 \\ 2x+4\geq\sqrt{x+7} \end{cases} \\ \begin{cases} \sqrt{x+7}-x>0 \\ \sqrt{x+7}-x<1 \\ 2x+4\leq\sqrt{x+7} \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+7>x^2+2x+1 \\ 4x^2+16x+16\geq x+7 \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2};\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \\ \sqrt{x+7}<x+1 \\ 4x^2+16x+16\leq x+7 \end{cases} \quad (2) \end{array}\right.$

(2): $\begin{cases} \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2};\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \\ x^2+x-6>0,\ x\in(-\infty;-3)\cup(2;+\infty) \\ \left[-3;-\frac{3}{4}\right] \end{cases}$



Реш. нет => у системы реш. нет.

(1): $\begin{cases} x^2+x-6<0,\ x\in(-3;2) \\ 4x^2+15x+9\geq 0,\ x\in(-\infty;-3]\cup\left[-\frac{3}{4};+\infty\right) \end{cases}$

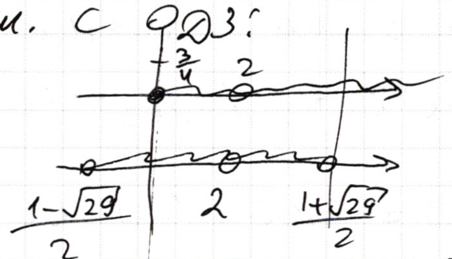


Реш (2): $\left[-\frac{3}{4};2\right)\cup(2;+\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

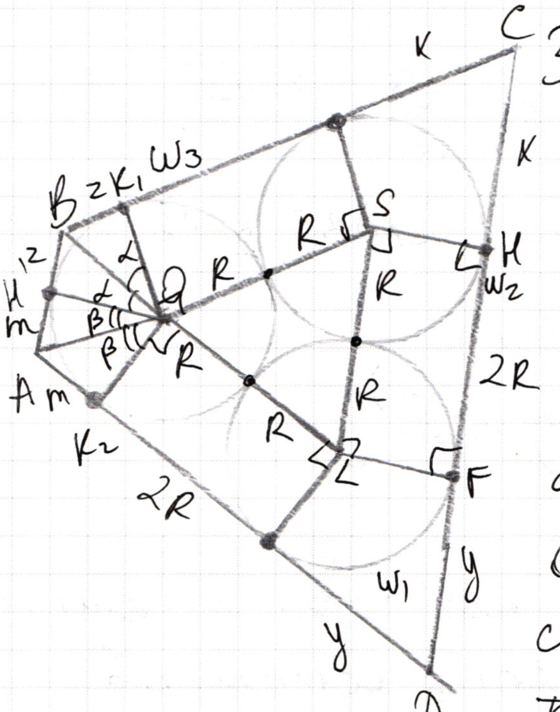
Теперь пересечем реш. с ОДЗ:

$$\begin{cases} \left[-\frac{3}{4}; 2\right)\cup(2;+\infty) \\ \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; 2\right)\cup\left(2; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \end{cases}$$



Ответ: $\left[-\frac{3}{4}; 2\right)\cup\left(2; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

Задача 4



Дано: ABCD- четырехугольник; w_1, w_2, w_3 - окр. $w_1 = w_2 = w_3$

Решение

а) $AD+BC-AB-CD=12$; R-?

Обозначим x, y, z, m равные касательные. Тогда запишем стороны через обозначение.

Рассмотрим четырехугольник $LFHS$: $SH, LF \perp HF$ (как радиусы $\perp$ касательной в точке касания); $SH = LF = R$ по условию, значит $LFHS$ - прямоугольник, $SL = HF = 2R$.

Запишем данное рав-во: $m+y+2R+z+x+2R-z-m-x-y-2R=12$; $2R=12$; $R=6$(см) б) Обозначим равные углы α и β (по равным треугольникам, по 3 сторонам)

Тогда $2\alpha+2\beta=360-\angle SOL-\angle SOK_1-\angle LOK_2$.

$\angle SOL=60^\circ$, т.к. $\triangle OSL$ равносторонний, т.к. все стороны равны $2R$.

$\angle SOK_1=\angle LOK_2=90^\circ$ (см. выше (прямоугольник)

$2\alpha+2\beta=360-180-60^\circ=120^\circ$; $\alpha+\beta=60^\circ$.

$\alpha+\beta$ – искомый $\angle AOB$.

в) $AO\cdot BO=58$, AB – ?

$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}AO\cdot BO\cdot\sin 60^\circ=\frac{1}{2}\cdot 58\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{58\sqrt{3}}{4}=\frac{29\sqrt{3}}{2}$

$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot OH'$, но $OH'=R$, $\Rightarrow S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}AB\cdot 6=3AB$.

Приравн.: $3AB=\frac{29\sqrt{3}}{2}$; $AB=\frac{29\sqrt{3}}{6}$ (см)

Ответ: а) 6 см; б) 60°; в) $\frac{29\sqrt{3}}{6}$ см.

Задача №7

Для того, чтобы разность двух чисел не делилась на 45, нужно, чтобы разность остатков от деления этих разностей на 45 не равнялась нулю. Значит, Пиноккио выбрал числа с разными остатками. Поскольку нужно найти наименьшую сумму, то возьмем первые 30 остатков: 1, 2, 3... 30. И тогда не важно, какому числу присвоить какой остаток, т.к. сумма не изменится. Тогда будем из каждой группы брать по 6 минимальных чисел из каждой группы и добавлять

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

их остатки.

$S = 0\cdot 6 + 45\cdot 6 + 90\cdot 6 + 135\cdot 6 + 180\cdot 6 + 1+2+3+\ldots+30 =$
$= 0 + 270 + 540 + 810 + 1080 + \frac{(1+30)}{2}\cdot 30 = 31\cdot 15 + 2700 =$
$= 465 + 2700 = 3165$

Ответ: 3165.

Задача №3

1) Расставим семь цифр "8" всеми способами. Тогда останется $17-7=10$ незанятых мест, между которыми мы сможем разместить семь цифр "8". Таких вариантов будет 11, поскольку мы можем поставить перед ост. числами и после них.

1 у 2 у 3 у 4 у 5 у 6 у 7 у 8 у 9 у 10 у 11

2) Осталось расставить цифры "0", "7", и 10 мест для них.

Рассмотрим вар-т, когда „8" стоит на любом месте, кроме первого; ~~на кот. находится семь „8"~~ вариантов будет $A_2^9 - 1$; мы отнимаем 1- вариант, где первое число будет 0.

Тогда поставим „7" на оставшихся местах. Таких вариантов будет $A_2^9 - 1$, т.к. нельзя поставить все числа „7", а должен быть хотя бы 1 „0"

Т.к. всего таких мест под цифру 7 будет 10, тогда всего вариантов расположение цифры 7 отн. восьмерок $10(A_2^9-1)$

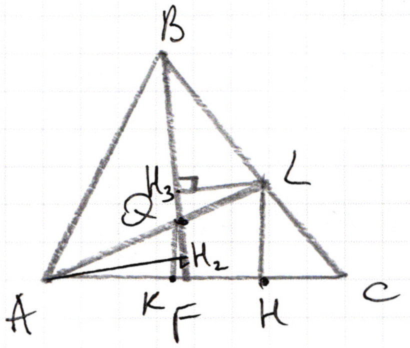
3) Если на 1 месте стоят восьмерки, тогда мы выбираем из 2 цифр на 10 мест A_2^{10}, но поскольку мы должны исп. все цифры хотя бы 1 раз, то нужно вычесть 2.

$$S_6 = 12(A_2^9-1) + A_2^{10} - 2 = 12(2^9-1) + 2^{10} - 1 =$$

$$= 511\cdot 12 + 1023 = 7155$$

Ответ: 7155

Задача №6



Дано: $AF:FC = 2:5$

$Q = BF \cap AL$

$\dfrac{S_{BQL}}{S_{ABC}} = \dfrac{5}{12}$

$QK = 6$

Найти: LH

Решение

1) Пусть $S_{ABC} = S$, $\Rightarrow S_{BQL} = \dfrac{5S}{12}$.

2) $S_{ABF} = \dfrac{2}{7}S$; $S_{FBC} = \dfrac{5S}{7}$

3) $S_{FQLC} = S_{FBC} - S_{BQL} = \dfrac{5S}{7} - \dfrac{5S}{12} = \dfrac{25S}{84}$

4) Проведем высоты из A и L на BF.

$S_{ABF} = \dfrac{1}{2} BF \cdot AH_2$;

$S_{FBC} = \dfrac{1}{2} BF \cdot LH_3$; $\Rightarrow \dfrac{S_{ABF}}{S_{FBC}} = \dfrac{AH_2}{LH_3} = \dfrac{\frac{2S}{7}}{\frac{5S}{7}} = \dfrac{2}{5}$.

5) $\dfrac{S_{BQL}}{S_{BQA}} = \dfrac{\frac{1}{2} BQ \cdot LH_3}{\frac{1}{2} BQ \cdot AH_2} = \dfrac{5}{2}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{\frac{5S}{12}}{S_{ABQ}} = \frac{5}{2}; \quad S_{ABQ} = \frac{\frac{5S}{6}}{5} = \frac{5S}{30} = \frac{S}{6}$$

6) $S_{AQF} = S_{ABF} - S_{ABQ} = \frac{2S}{7} - \frac{S}{6} = \frac{12S - 7S}{42} = \frac{5S}{42}$.

7) $S_{ALC} = S_{AQF} + S_{FQLC} = \frac{5S}{42} + \frac{25S}{84} = \frac{35S}{84}$

8) $S_{AQF} = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 6 = \frac{5S}{42}$

$$S_{ALC} = \frac{1}{2} \cdot 7x \cdot LH = \frac{35S}{84}$$

$$\frac{S_{AQF}}{S_{ALC}} = \frac{2x \cdot 6}{7x \cdot LH} = \frac{12}{7 \cdot LH}; \quad \frac{\cancel{5S}}{\cancel{42}_{1}} \cdot \frac{\cancel{84}^{2}}{\cancel{35S}_{7}} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{12}{\cancel{7}LH} = \frac{2}{\cancel{7}}; \quad \frac{12}{LH} = 2; \quad LH = 6.$$

Ответ: 6.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-14

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{2}{7}S = \frac{S}{7}\left(2-\frac{25}{7LH-12}\right)+6k$$

12

$$\frac{S}{7}\left(2-\frac{25}{7LH-12}\right)+\frac{5S}{12}+\frac{1}{2}LH\cdot 7k = S$$

$$\frac{S}{7}\left(\frac{14LH-24-25}{7LH-12}\right)+\frac{5S}{12}+\frac{7}{2}LH\cdot\frac{25S}{42(7LH-12)} = S$$

$$\frac{14LH-49}{7(7LH-12)}+\frac{5}{12}+\frac{7LH\cdot 25}{2\cdot 42(7LH-12)} = 1$$

$$\frac{5}{12} - 12$$

$$\frac{\cancel{2}\cancel{7}(2LH-7)}{\cancel{7}(7LH-12)}+\cancel{\frac{8}{12}}-\frac{7}{12}+\frac{7\cdot 25LH}{84(7LH-12)} = 0$$

$84-59$

$$\frac{2LH-7}{7LH-12}-\frac{7}{12}+\frac{\cancel{7}\cdot 25LH}{12(7LH-12)} = 0$$

$$S-\frac{5S}{12}-\frac{2}{7}S = \frac{84S-35S-24S}{84} = \frac{25S}{84}$$

$$\frac{(2LH-7)\cdot 12-7(7LH-12)+25LH}{12(7LH-12)} = 0$$

$$\cancel{7}\,24LH-\cancel{84}-49LH+\cancel{84}+25LH = 0$$

$$\frac{1}{2}LH\cdot 7k = 6k+\frac{25S}{84}$$

$$7x\cdot LH = \frac{12\cdot 42k+25S}{42}$$

$$7x\cdot LH = 12k+\frac{25S}{42}$$

$$LH = \frac{12\cdot 42k+25S}{42\cdot 7k}$$

$$\cancel{LH =} \quad \cancel{x\cdot LH = \frac{12k}{7}+} \frac{26}{}$$

$$\frac{25S}{84};\ S-\frac{5}{12}S-\frac{2}{7}S =$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{5}{12}S = \frac{1}{2}BK \cdot QL$$

$$\frac{2}{7}S - 6x = \frac{1}{2}BK \cdot AQ$$

$$\frac{AQ}{QL} = \frac{\frac{2}{7}S - 6x}{\frac{5}{12}S}; \quad \frac{AQ}{QL} = \frac{2S - 42x}{7} : \frac{5}{12}S =$$

$$= \frac{2(S-21x)}{7} \cdot \frac{12}{5S} = \frac{24(S-21x)}{35S}$$

$$\frac{6}{LH} = \frac{24(S-21x)}{35S};$$

$$\frac{1}{2}LK \cdot 7x - \frac{25S}{84} = 6x$$

$$\frac{7}{2}x\,LK = 6x + \frac{25S}{84}; \quad LK = \frac{\left(6x + \frac{25S}{84}\right)2}{7x}$$

$$LH = \frac{6 \cdot 35S}{24(S-21x)};$$

$$\frac{1}{2}LH \cdot 7x - 6x = \frac{25S}{84}$$

$$LK = \frac{12x + \frac{25S}{42}}{7x}$$

$$\frac{7}{2}x \cdot LH = 6x + \frac{25S}{84}$$

$$LH = \frac{\left(6x + \frac{25S}{84}\right)2}{7x}$$

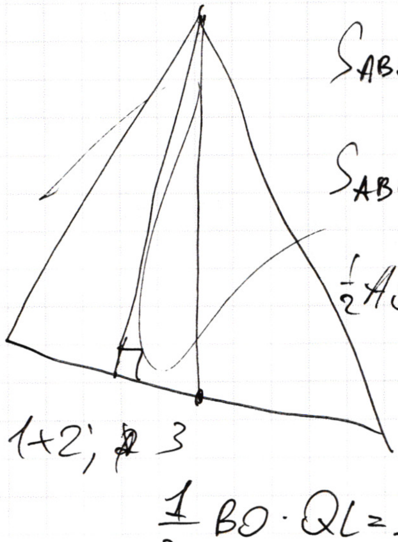
$$\frac{7S}{12} = S_{ABQ} + \frac{1}{2}LH \cdot 7x$$

$$S_{ABQ} = \frac{7S}{12} - \frac{7}{2}x \cdot LH$$

$$\frac{6 \cdot 35S}{24(S-21x)} = \frac{12x + \frac{25S}{42}}{7x}$$

$$\frac{2S}{7} - 6x = \frac{7S}{12} - \frac{7}{2}x \cdot LH$$

$$42 \cdot 35S = \left(12x + \frac{25S}{42}\right) \cdot 24 \cdot (S - 21x)$$

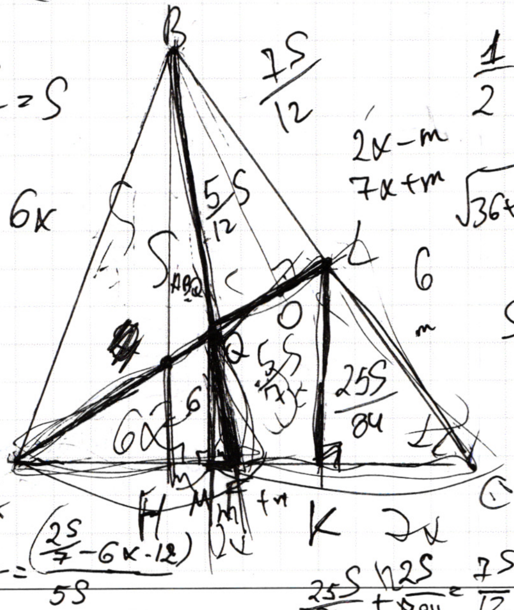


$1+2;\ 3$

$$S_{ABQ} + 6x + \frac{5S}{7} = S$$

$$S_{ABQ} = \frac{2S}{7} - 6x$$

$$\frac{1}{2}AQ \cdot BO$$



$$\frac{1}{2} \cdot 7x \cdot BH = S$$

$$x = \frac{2S}{7BH}$$

$2x - m$

$7x + m$

$\sqrt{36 + m^2}$

6

m

$$AF : FC = 2 : 5$$

$$S_{ABF} = \frac{1}{2}BH \cdot 2x = xBH$$

$$S_{FBC} = \frac{1}{2}BH \cdot 5x = 2{,}5xBH$$

$$S_{ABF} = \frac{2S}{7}$$

$$7xBH = 2S \quad S_{FBC} = \frac{5S}{7}$$

$$xBH = \frac{2S}{7}$$

$$\frac{1}{2}BO \cdot QL = \frac{5S}{12}$$

$$\frac{AQ}{QL} = \frac{\left(\frac{2S}{7} - 6x\right) \cdot 12}{5S}$$

$$\frac{25S}{84} + \frac{12S}{84} = \frac{7S}{12}$$

$$\frac{1}{2}BO \cdot AQ = \frac{2S}{7} - 6x$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

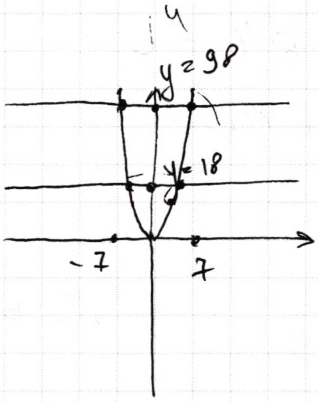
9-14

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos(180-\alpha) = -\cos\alpha$



$98 = 2x^2$

$x^2 = 49$; $x = \pm 7$

$18 = 2x^2$

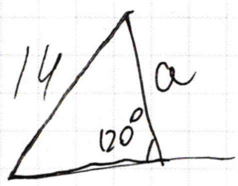
$x^2 = 9$; $x = \pm 3$

14 ; 6

8, ...

$14 \cdot 14 = 196$

$16 + 6$



$14 < 6 + 2\sqrt{79}$?

$20 > 2\sqrt{79}$

$20 > 2 \cdot 8 > 16 \dots$

1) $14^2 = 6^2 + a^2 - 2 \cdot 6 \cdot a \cdot \cos 120°$

$196 = 36 + a^2 - 12a \cos 120°$

$196 = 36 + a^2 + 12a \cos 60°$

$196 = 36 + a^2 + 12a \cdot \frac{1}{2}$

$196 = 36 + a^2 + 6a$

$a^2 + 6a + 36 - 196 = 0$

$a^2 + 6a - 160 = 0$

$\cancel{a_1 = -16}$

$a_2 = 10$

$316 : 4 = 79$

$196 - 36 = 160$

$316 : 36$

$196 + 36 = 232$

$36 + 84 = 120$

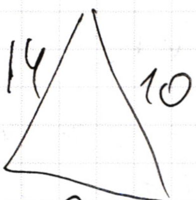
$196 + 120 = 316$

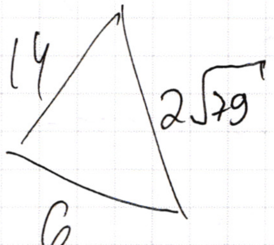
$60 + 24$

$232 + 84 = 316$

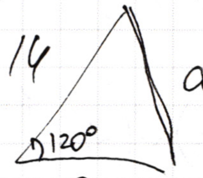
$4 \cdot 79$

$280 + 36$





2)



$a^2 = 36 + 196 - 2 \cdot 6 \cdot 14 \cdot \cos 120°$

$a^2 = 36 + 196 + 2 \cdot 6 \cdot 14 \cdot \frac{1}{2}$

$2 \cdot 8$

$a^2 = 36 + 196 + 6 \cdot 14 = 36 + 196 + 84 = 316$

$|a| = \sqrt{316}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

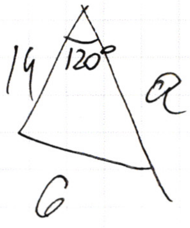
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$|a| = \sqrt{4 \cdot 79} = 2\sqrt{79}$

$a = \pm 2\sqrt{79}$, $a < 0$ не подх.

3)



$36 = a^2 + 196 - 2 \cdot 6 \cdot 14 \cos 120°$

$36 = a^2 + 196 + 6 \cdot 14$

$\cancel{a^2 = 160}$

$a^2 = 36 - 196 - 84 < 0$

$a \in \varnothing$.

Ответ: $2\sqrt{79}$; 10.

№2

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$\frac{1}{2} AQ \cdot BO = \frac{2S}{7} - 6x$

№5 $\frac{2x-m}{7x+m} = \frac{6}{4k}$

$\frac{1}{2} QL \cdot BO = \frac{5S}{12}$

$B \parallel_r = S$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

ОДЗ: $\begin{cases} x+4>0 \\ \sqrt{x+7}-x>0 \\ \sqrt{x+7}-x \neq 1 \end{cases}$ $\quad x>-4 \quad \sqrt{x+7}>x \quad \sqrt{x+7} \neq x+1$ $\quad x>-4 \quad x+7>x^2 \quad x+7 \neq x^2+2x+1$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x} \sqrt{x+7}-x$

$\cancel{x+4 \geq \sqrt{x+7}-x}$

$\begin{cases} x>-4 \\ x^2-x-7<0 \quad x_1 = 3 \quad x_2 = 4 \\ x^2+x-6 \neq 0 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -3 \end{cases}$

$\begin{cases} x>-4 \\ D = 1+28 = 29 \\ x \neq 2;\ x \neq -3 \end{cases}$

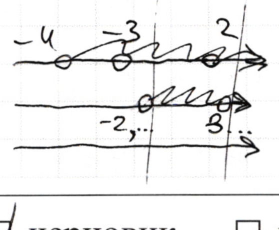
$x>-4$
$x \neq 2;\ x \neq -3$
$x \in \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$x>-4$
$x \neq 2;\ x \neq -3$

$\cancel{ОДЗ: x \geq -7}$

$\frac{1-5,}{2}; \frac{1+5,}{2}$

$(-2,\ldots; 3,\ldots)$



$\left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; 2\right) \cup \left(2; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-14

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~1, 2, 48, 49, 95, 96, 142, 143~~

1, 5, 11,

0; 7; 8

$93-48=45$

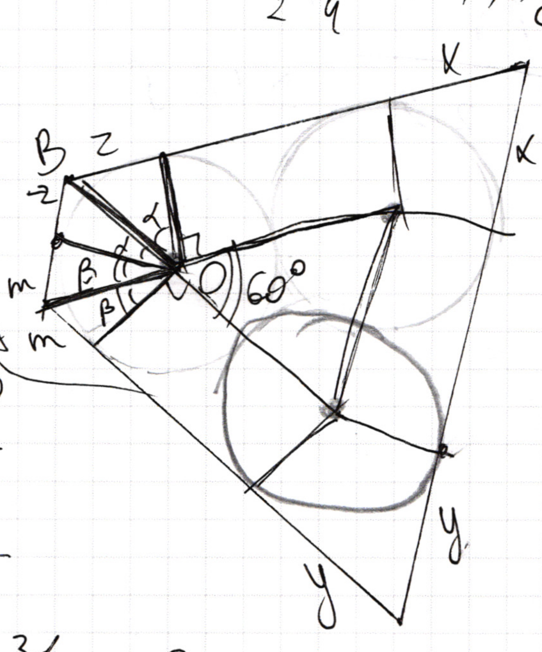
94

8^n $\times 7$

$2\ 4$ 136, 7, 8, 9, 140, 141

3^{17}

2^{14}



а) $AD+BC-AB-CD=12$

7 7 7 8888888

$\cancel{m}+\cancel{y}+2R+\cancel{z}+\cancel{x}+2R-\cancel{m}-\cancel{z}-$
$-\cancel{x}-\cancel{y}-2R=12$

а) $2R=12;\ R=6$

1080
+1080
2160
+540
2700

б)

$2\alpha+2\beta=360-60-180=120^\circ$

$\alpha+\beta=60^\circ$

31 × 15 = 155, 31, 465

31 × 15 = 155, 31, 465

$0\cdot6+45\cdot6+90\cdot6+135\cdot6+180\cdot6+$

$+1\ldots+25+\ldots+30$

в) $AO\cdot BO=58;\ AB-?$

$S_{AOB}=\frac{1}{2}AO\cdot BO\cdot\sin 60^\circ=$
$=\frac{1}{2}\cdot58\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{58\sqrt{3}}{4}$

45 × 6 = 270

135 × 6 = 810

180 × 6 = 1080

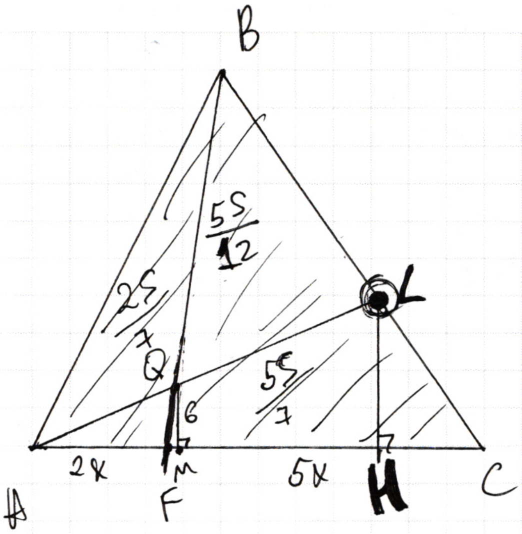
$\frac{58\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{2}R\cdot AB;$

$3AB=\frac{58\sqrt{3}}{4};$

$AB=\frac{58\sqrt{3}}{3\cdot4}=\frac{58\sqrt{3}}{12}=\frac{58\sqrt{3}}{12}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)



$$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{5}{12}$$

$OM = 6$; $LH - ?$

$$\begin{array}{r} \times\ 511 \\ 12 \\ \hline 1022 \\ 511\ \ \\ \hline 6132 \end{array}$$

6132
1023
7155

черновик ☑ чистовик ☐ Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-14

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ОДЗ: $\left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; 2\right) \cup \left(2; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$.

$90+54$

144

$16 \times 9 = 144$, $15 \times 15 = 225$

При

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+7} - x > 1; \\ (x+4) \geq \sqrt{x+7} - x \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < \sqrt{x+7} - x < 1 \\ (x+4) \leq \sqrt{x+7} - x \end{cases} \end{array}\right. \quad \begin{cases} \sqrt{x+7} > 1+x \\ 2x+4 \geq \sqrt{x+7} \end{cases} \quad \begin{cases} x+7 > x^2+2x+1 \\ 4x^2+16x+16 \geq x+7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - x > 0 \\ \sqrt{x+7} - x < 1 \\ 2x+4 \leq \sqrt{x+7} \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \\ \sqrt{x+7} < x+1 \\ 4x^2+16x+16 \leq x+7 \end{cases}$$

$225 - 144 = 81$

1с: $\begin{cases} x^2+x-6 < 0 & x \in (-3; 2) \\ 4x^2+15x+9 \geq 0 \end{cases}$

$D = \cancel{225}\ 15^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 225 - 144 = 81 = 9^2$

$x_1 = \frac{-15+9}{8} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$

$x_2 = \frac{-15-9}{8} = \frac{-24}{8} = -3$

$x \in (-\infty; -3) \cup \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$

-3, $-\frac{3}{4}$

-3, 2

Р: $\left(-\frac{3}{4}; 2\right) \cup (2; +\infty)$

2с: $\begin{cases} \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \\ x+7 < x^2+2x+1 \\ \left(-3; -\frac{3}{4}\right) \end{cases}$ $x^2+x-6 > 0$ $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

-3, $-\frac{3}{4}$

Реш. нет.

2, -3

☑ черновик ☐ чистовик

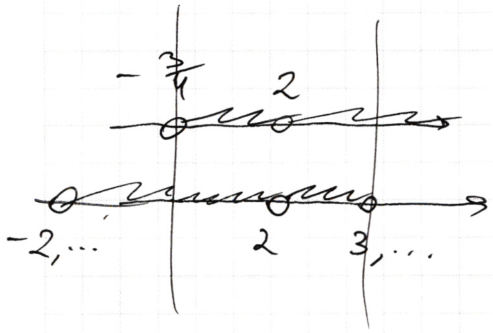
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$P\ \left(-\frac{3}{4};2\right)\cup(2;+\infty)$

ОДЗ: $\left(\frac{1-\sqrt{29}}{2};2\right)\cup\left(2;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$.



Решение: $\left(-\frac{3}{4};2\right)\cup\left(2;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$.

$\frac{2}{7}S=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 2x+S_{BQA}$

$$\begin{cases}\frac{2}{7}S=6x+S_{BQA}\\ S_{BQA}+\frac{5}{12}\cancel{S+6x}+6x+\frac{3}{7}S=S\end{cases}$$

$\frac{2}{7}S=\frac{25S}{7(7LH-12)}+S_{BQA}$

$S_{BQA}=\frac{2}{7}S-\frac{25S}{7(7LH-12)}=\frac{S}{7}\left(2-\frac{25}{7LH-12}\right)$

$6x+\frac{25S}{84}=\frac{7}{2}x\cdot LH$

$12x+\frac{25\cdot 2S}{84}=7x\cdot LH$

$12x+\frac{25\cdot S}{42}=7x\cdot LH$

№2 $S_{BQA}=\frac{S}{7}\left(2-\frac{25}{7LH-12}\right)$

$\frac{25S}{42}=x(7LH-12)$

$x=\frac{25S}{42(7LH-12)}$

$+\ S_{BQL}=\frac{5}{12}S$

$g(x)=\sin 3x\cdot\sin 7x-\sin^2 x+\cos^2 5x+4$

№6

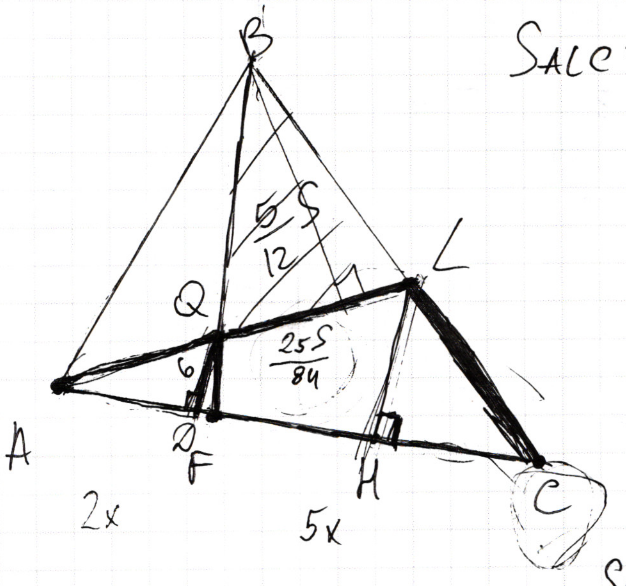
$S_{ALC}=6x+\frac{25S}{84}=\frac{1}{2}\cdot(LH)\cdot 7x$

$AF:FC=2:5$;

$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}}=5:12$; $QD=6$

S

$\frac{1}{2}\cdot 2x\cdot 6$ $LH-?$



$S_{BQL}=5y$

$S_{BAC}=12y$

$S_{BAC}-S_{BQL}=7y$ 84

$S_{ABC}=\frac{1}{2}h\cdot 7x$

$S_{ABF}=\frac{1}{2}h\cdot 2x$

$S_{FBC}=\frac{1}{2}\cdot h\cdot 5x$

$S_{ABC}=S$

$S_{FQLC}=S_{FBC}-S_{BQL}=$
$=\frac{5}{7}S-\frac{5}{12}S=5S\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{12}\right)$

$5S\left(\frac{12-7}{84}\right)=\frac{25S}{84}$

24 48 96 70 14

$7y=S_{ALC}+S_{AQB}$

$7y=\frac{1}{2}LH\cdot 7x+S_{AQB}$

$S_{ABF}=\frac{2}{7}S$

$S_{FBC}=\frac{5}{7}S$