МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 5-003

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

Парабола - $y_1 = 2x^2$; прямые: $y_2 = 98$; $y_3 = 18$; $y_4 = a$

Найдем точки пересечения параболы с прямыми:

$y_1 = y_2$	$y_1 = y_3$	$y_1 = y_4$
$2x_1^2 = 98$	$2x_2^2 = 18$	$2x_3^2 = a$
$x_1^2 = 49$	$x_2^2 = 9$	$x_3^2 = \frac{a}{2}$
$x_1 = \pm 7$	$x_2 = \pm 3$	$x_3 = \pm\sqrt{\frac{a}{2}}$

Найдем длины отрезков, высекаемых на прямых:

$k = 7 - (-7) = 14$

$m = 3 - (-3) = 6$

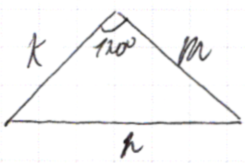
$n = \sqrt{\frac{a}{2}} - \left(-\sqrt{\frac{a}{2}}\right) = 2\sqrt{\frac{a}{2}}$ (1)

По неравенству треугольника:

$n < k + m \Rightarrow n < 20$ или $n^2 < 400$ (*)

Рассмотрим случаи, когда 1 из сторон лежит против $\angle = 120^\circ$

1 случай



Т. косинусов: $n^2 = k^2 + m^2 - 2km\cos 120^\circ = k^2 + m^2 + km =$

$= (k+m)^2 - km \Big|_{k=14,\, m=6} = 20^2 - 84 = 316$

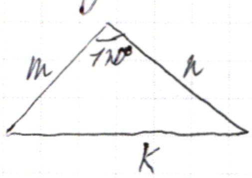
(*) выполняется

Подставим полученное значение в выражение (1):

$n = 2\sqrt{\frac{a}{2}}$

$n^2 = 2a \Rightarrow a = \frac{316}{2} = 158$

2 случай



Т. косинусов: $k^2 = m^2 + n^2 + mn$

$n^2 + 6n + 36 - 196 = 0$

$n^2 + 6n - 160 = 0$

$D = 36 + 640 = 26^2$, $\sqrt{D} = 26$

$n_1 = \frac{-6-26}{2}$ (сторона неотриц.)

$n_2 = \frac{-6+26}{2} = 10$ (*) выполняется)

Для выражения (1):

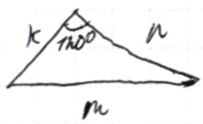
$n = 2\sqrt{\frac{a}{2}}$

$n^2 = 2a$

$100 = 2a \Rightarrow a = 50$

Ответ: при $a = 50$; при $a = 158$.

3 случай



При таком расположении сторон решений нет, т.к. $m < k$, а против большей стороны должен лежать больший угол:

$m: \angle = 120^\circ$

$k: \angle < 60^\circ$

N 3

$\underbrace{8888888}_{7\text{ цифр}}$ Обозначим группу из 7 восьмерок за a

Рассмотрим 2 случая:

1 случай - a стоит на 1 месте

a ⊔ ⊔ ⊔ ⊔ ⊔ ⊔ ⊔ ⊔ ⊔ ⊔ ⊔ Тогда на оставшиеся 10 мест можно поставить или 0, или 7 => вариантов 2^{10}

2 случай - a стоит не на 1 месте

⊔∧⊔∧⊔∧⊔∧⊔∧⊔∧⊔∧⊔∧⊔∧⊔∧ a можно поставить в места, отмеченные галочками, таких мест 10.

На первое место можно поставить только 7, т.к. число не может начинаться с 0 => 1 способ

На оставшиеся 9 мест можно поставить 7 или 0 =>

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^9$

Всего способов: $10 \cdot 1 \cdot 2^9 = 10 \cdot 2^9$

Объединяя два случая, получаем кол-во 17-значных чисел:

$2^{10} + 10 \cdot 2^9 = 2^9(2+10) = 12 \cdot 512 = 6144$

Ответ: 6144 числа.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 2

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

Преобразуем функцию, чтобы удобнее было взять производную

$\cos(7x-3x) = \cos 7x \cos 3x + \sin 7x \sin 3x$

$-\cos(7x+3x) = -\cos 7x \cos 3x + \sin 7x \sin 3x$

$\sin 3x \sin 7x = \frac{\cos(7x-3x) - \cos(7x+3x)}{2} = \frac{\cos 4x - \cos 10x}{2}$

$\cos^2 5x = \frac{1+\cos 10x}{2}$

$g(x) = \frac{\cos 4x - \cos 10x}{2} + \frac{1+\cos 10x}{2} - \sin^2 x + 4 = \frac{\cos 4x + 1}{2} - \sin^2 x + 4 =$

$= \cos^2 2x - \sin^2 x + 4 \quad (1)$

Возьмём производную:

$g'(x) = 2\cos 2x(-\sin 2x)2 - 2\sin x \cos x = -4\cos 2x \sin 2x - 2\sin 2x =$

$= -2\sin 2x(2\cos 2x + 1)$ Найдём, при каких x $g'(x) = 0$

$\sin 2x = 0$

$2x = \pi l,\ l \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi l}{2},\ l \in \mathbb{Z}$

$2\cos 2x + 1 = 0$

$\cos 2x = -\frac{1}{2}$

$2x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$ $\qquad x = -\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

Найдём значения функции от $\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$. Т.к. sin и cos - периодические функции, то значения будут повторяться, а т.к. в (1) $\cos^2$ и $\sin^2$, то значения $g(x)$ при $x = -\frac{\pi}{3}$ и т.д. уже включены в список рассматриваемых значений.

$g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos^2 \pi - \sin^2 \frac{\pi}{2} + 4 = 1 - 1 + 4 = 4$

$g(\pi) = \cos^2 2\pi - \sin^2 \pi + 4 = 1 - 0 + 4 = 5$

$g\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos^2\frac{2\pi}{3} - \sin^2\frac{\pi}{3} + 4 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 4 = 3,5$

$g\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \cos^2\frac{8\pi}{3} - \sin^2\frac{4\pi}{3} + 4 = \cos^2\frac{2\pi}{3} - \sin^2\frac{\pi}{3} + 4 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 4 = 3,5$

Откуда $\min g(x) = 3,5$, $\max g(x) = 5$

Ответ: $\min g(x) = 3,5$, $\max g(x) = 5$

№ 5

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

ОДЗ: $\begin{cases} (2)\ \sqrt{x+7} - x > 0 \\ (1)\ \sqrt{x+7} - x \neq 1 \\ x + 4 > 0 \\ x + 7 \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \in \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \\ x \neq -3; 2 \\ x > -4 \\ x \geq -7 \end{cases}$

(1) $\sqrt{x+7} \neq 1 + x$

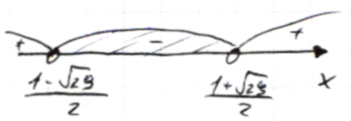
$x^2 + 2x + 1 \neq x + 7$

$x^2 + x - 6 \neq 0$

$x \neq -3; x \neq 2$

(2) $\sqrt{x+7} > x$

$x^2 - x - 7 < 0$ $\quad D = 1 + 28 = (\sqrt{29})^2$



$x_1 = \frac{1-\sqrt{29}}{2}$ $\quad x_2 = \frac{1+\sqrt{29}}{2}$

Решение.

① $0 < \sqrt{x+7} - x < 1$

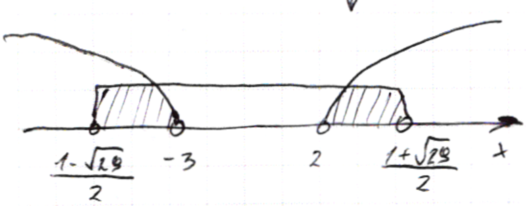
$\sqrt{x+7} - x > 0$

$x \in \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$\sqrt{x+7} - x < 1$

$x + 7 < 1 + x^2 + 2x$

$x^2 + x - 6 > 0$



$\Rightarrow x \in \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; 3\right) \cup \left(2; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$ (3)

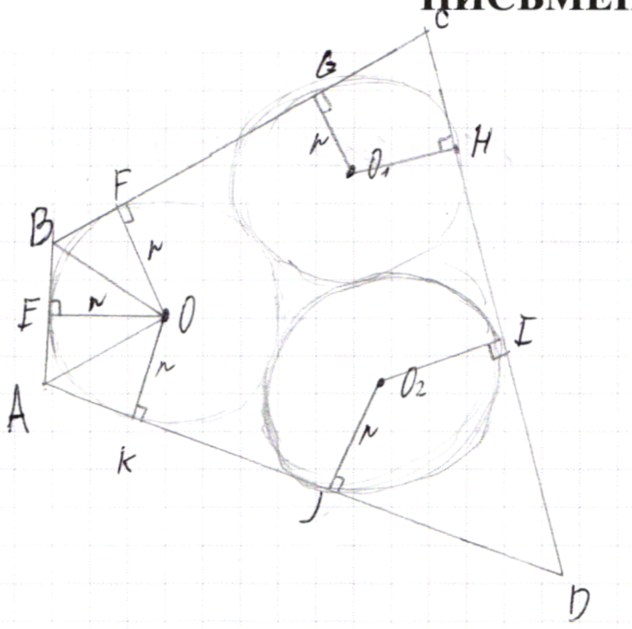
Воспользуемся $a^{\log_a b} = b$. Поменяем знак, т.к. основание >0, но <1

$x + 4 \leq \sqrt{x+7} - x$

$2x + 4 \leq \sqrt{x+7}$

$4x^2 + 16 + 16x \leq x + 7$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N 4

Назовём точки касания окружностей с четырёхугольником (по часовой стрелке от A): E, F, G, H, I, J, K.
AE = AK, EB = BF, GC = CH, DI = DJ, т. к. отрезки кас., проведённые из одной точки к окружности, равны.

а) Распишем $AD + BC - AB - CD = 12$

$\cancel{AK} + KJ + \cancel{JD} + \cancel{BF} + FG + \cancel{GC} - \cancel{AK} - \cancel{BF} - \cancel{GC} - HI - \cancel{JD} = 12$

$KJ + FG - HI = 12$ (1)

Рассмотрим 4-уг. $FGOO_1$

$OF = O_1G = r$ (по усл.), $OF \perp BC$, $O_1G \perp BC$ (r, проведённый в точку кас., перпенд. касательной) => $FGOO_1$ - прямоугольник => $FG = OO_1 = 2r$

Рассмотрим 4-уг. O_1O_2HI

$O_1H = O_2I = r$, $O_1H \perp CD$, $O_2I \perp CD$ (r, проведённый в т. кас., перпенд. кас.) => O_1O_2HI - прямоугольник => $HI = O_1O_2 = 2r$

Рассмотрим 4-уг. OO_2KJ

$OK = O_2J = r$, $OK \perp AD$, $O_2J \perp AD$ (r, проведённый в т. кас., перпенд. кас.) => OO_2KJ - прямоугольник => $KJ = OO_2 = 2r$

Воспользуемся (1)

$KJ + FG - HJ = 12$

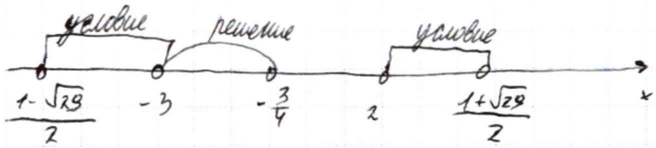
$2r + 2r - 2r = 12 \Rightarrow r = 6$

$4x^2 + 15x + 9 \le 0$ $\qquad D = 15^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 9^2$

$x_1 = \frac{-15-9}{8} = -3$

$x \in [-3; -\frac{3}{4}]$ $\qquad x_2 = \frac{-15+9}{8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$

Совмещая с (3), имеем:

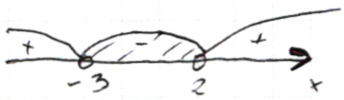


На промежутке (0; 1) нет решений.

(2) $\sqrt{x+7} - x > 1$

$x^2 + 1 + 2x < x + 7$

$x^2 + x - 6 < 0$



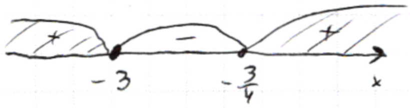
$x \in (-3; 2)$ $\qquad$ (4)

$a^{\log_a b} = b$. Знак не меняем

$x + 4 \geqslant \sqrt{x+7} - x$

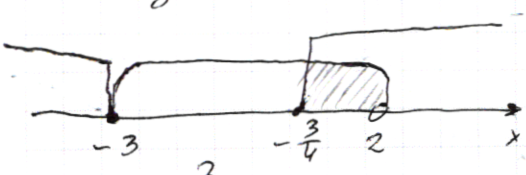
$2x + 4 \geqslant \sqrt{x+7}$

$4x^2 + 15x + 9 \geqslant 0$



$x \in (-\infty; -3] \cup [-\frac{3}{4}; +\infty)$

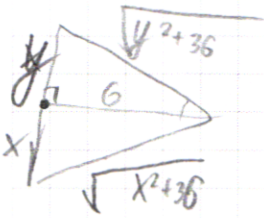
Совмещаем с 4:



$x \in [-\frac{3}{4}; 2)$

Ответ: $x \in [-\frac{3}{4}; 2)$.

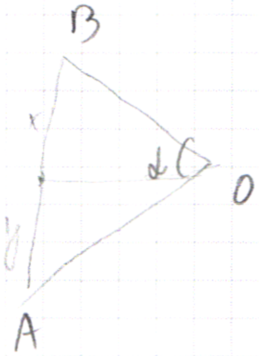
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$R = \frac{x+y}{2\sin\alpha}$$

$$\sin\alpha = \frac{x+y}{2R} =$$

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{\cancel{(x+y)}\sqrt{(y^2+36)(x^2+36)}\cdot\cancel{2}}{\cancel{4}_{2}\cdot\cancel{(x+y)}\cdot 6} = \frac{\sqrt{(y^2+36)(x^2+36)}}{12}$$



$$AO\cdot BO\cdot\sin\alpha = AB\cdot r$$

$$AB = \frac{AO\cdot BO\cdot\sin\alpha}{r} = \frac{58\sin\alpha}{6}$$

$$\sin\alpha = \frac{6x+6y}{\sqrt{(x^2+36)(y^2+36)}}$$

в) $S_{ABO} = \frac{AB \cdot r}{2} = \frac{AO \cdot BO \cdot \sin\angle AOB}{2}$

$AB = \frac{AO \cdot BO \cdot \sin\angle AOB}{r} = \frac{\cancel{58}^{29} \cdot \sin\angle AOB}{\cancel{6}_{3}} = \frac{29 \sin\angle AOB}{3}$

б) $AE = x$, $EB = y$

$AO = \sqrt{AE^2 + EO^2} = \sqrt{x^2 + 36}$

$OB = \sqrt{EB^2 + EO^2} = \sqrt{y^2 + 36}$

$AB \cdot r = AO \cdot BO \cdot \sin\angle AOB$

$\sin\angle AOB = \frac{6x + 6y}{\sqrt{(x^2+36)(y^2+36)}} \Rightarrow \angle AOB = \arcsin\left(\frac{6x+6y}{\sqrt{(x^2+36)(y^2+36)}}\right)$

Ответ: а) $r = 6$, б) $\angle AOB = \arcsin\left(\frac{6x+6y}{\sqrt{(x^2+36)(y^2+36)}}\right)$; в) $AB = \frac{29 \sin\angle AOB}{3}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

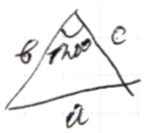
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-003

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$a^2 = b^2 + c^2 + bc$

$c^2 + 14c + 196 - 36 = 0$

$c^2 + 14c + 160 = 0$

$2\cos^2$

$\cos^2$

$D = 14 - 4 \cdot 160 < 0$

$\sin 7x = \sin(5x+2x) = \sin 5x \cos 2x + \sin 2x \cos 5x$

$\sin 7x = \sin(3x+4x) = \sin 4x \cos 3x + \sin 3x \cos 4x =$

$= 2\sin 2x \cos 2x \cos 3x + \sin 3x\, 2\cos^2 x - \sin 3x$

$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$

$\cancel{\sin(3x+7x) = \sin 3x \cos 7x + \sin 7x \cos 3}$

$\cos(7x-3x) = \cos 7x \cos 3x + \sin 7x \sin 3x$

$-\cos(7x+3x) = -\cos 7x \cos 3x + \sin 7x \sin 3x$

$2\sin 7x \sin 3x = \cos(7x-3x) - \cos(7x+3x)$

$\sin 7x \sin 3x = \frac{\cos 4x - \cos 10x}{2}$

$\cos^2 5x = \frac{1+\cos 10x}{2}$

$g(x) = \frac{\cos 4x - \cos 10x}{2} + \frac{1+\cos 10x}{2} - \sin^2 x + 4 =$

$= \frac{\cos 4x + 1}{2} - \sin^2 x + 4 = \boxed{\cos^2 2x - \sin^2 x + 4} = \frac{2\cos^2 2x - 1 + \cos 2x}{2} + 4 =$

$= \frac{2\cos^2 2x + \cos 2x + 7}{2}$

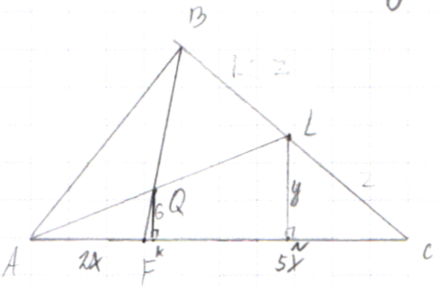
☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$L = BC - B_1C_1$

$y - ?$

N 6



$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{5}{12}$

$d(L; AC) - ?$

$QK = 6$

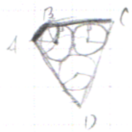
$S_{AQF} = \frac{6 \cdot 2x}{2} = 6x$

$S_{QFC} = 15x$

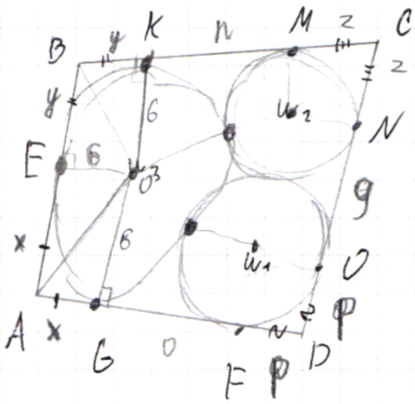
$\frac{S_{\Delta LFC}}{S_{ABC}} = \frac{2 \cdot 5x}{BC \cdot 7x} = \frac{5}{7} \frac{2}{BC}$

$S_{LFC} = \frac{y \cdot 5x}{2} = \frac{5xy}{2}$

$R = \frac{x}{2\sin\alpha}$



N 4



$AD + BC - AB - CD = 12$

$AD + BC = AB + CD + 12$

$\cancel{x + o + p + y + n + z} = \cancel{x + y} + z + g + \cancel{p} + 12$

$o + n = g + 12$

$OB = \sqrt{y^2 + 36}$ $AO = \sqrt{x^2 + 36}$

$(x^2 + 36)(y^2 + 36)$

$2r = n$ $2r = g$ $2r = o$

$4r = 2r + 12$

$2r = n$

$r = 6$

$\cancel{\frac{6y}{2}} + \cancel{\frac{6y}{2}} =$

$6x + 6y$

$\sqrt{y^2+36}\sqrt{x^2+36} \cdot \sin\alpha = \frac{6(x+y)}{2}$

$\sin\alpha = \frac{6(x+y)}{\sqrt{72 + (x^2+y^2)}}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

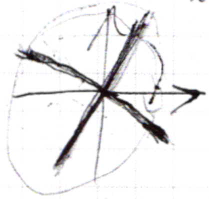
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-003
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$g'(x) = 2\cos 2x(-\sin 2x)\cdot 2 - 2\sin x\cdot\cos x = -4\cos 2x\sin 2x - 2\sin 2x =$
$= -2\sin 2x(2\cos 2x + 1)$



$\pi - 180$
$x - 120$
$x = \frac{120\pi}{180}$

$\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{3}$ $\quad 2\pi + \frac{2\pi}{3}$

$\sin 2x = 0$
$2x = \pi l$
$x = \frac{\pi l}{2}$

$2\cos 2x = -1$
$\cos 2x = -\frac{1}{2}$
$2x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$
$x = \frac{\pi}{3} + \pi k \qquad x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$

$\cos^2(\pi + \frac{\pi}{3})$
$\sin(\pi - \frac{\pi}{3})$
$-\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{3}$

$g(\frac{\pi}{2}) = \cos^2\pi - \sin^2\frac{\pi}{2} + 4 = 1 - 1 + 4 = 4$

1 серия $g(\frac{\pi}{3}) = \cos^2\frac{2\pi}{3} - \sin^2\frac{\pi}{3} + 4 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 4 = -\frac{1}{2} + 4 = 3{,}5$

$g(\frac{2\pi}{3}) = \cos^2\frac{4\pi}{3} - \sin^2\frac{2\pi}{3} + 4 = \cos^2\frac{\pi}{3} - \frac{3}{4} + 4 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 4 = 3{,}5$

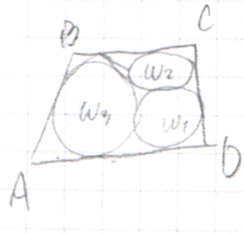
1 серия $g(\frac{4\pi}{3}) = \cos^2\frac{8\pi}{3} - \sin^2\frac{4\pi}{3} + 4 = \cos^2\frac{2\pi}{3} - \sin^2\frac{\pi}{3} + 4 =$
$= \frac{1}{4} - \quad = 3{,}5$

2 серия $g(-\frac{\pi}{3}) = \cos^2(-\frac{2\pi}{3}) - \sin^2(\frac{\pi}{3}) + 4 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 4 = 3{,}5$
2 серия $g(\frac{2\pi}{3}) = 3{,}5$

$g(\pi) = \cos^2 2\pi - \sin^2\pi + 4 = 1 - 0 + 4 = 5$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \frac{3}{4}$

$g(0) = \cos^2 0 - \sin^2 0 + 4 = 1 - 0 + 4 = 5$
$g(2\pi)$



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$\frac{16}{+9}{144}$ $\quad$ $\frac{225}{-144}{81}$ $\quad$ $\frac{-19}{9}$

N5

7

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

$x+4>0$

$x>-4$

$\sqrt{x+7}-x \neq 1$

$x+7 = 1+x^2+2x$

$x^2+x-6=0$

$x \neq -3$
$x \neq 2$

$x+7 \geq 0$

$x \geq -7$

$\sqrt{x+7}-x>0$

$\sqrt{x+7}>x$

$x+7>x^2$

$x^2-x-7<0$

$3^{\log_3 x} = 3^{3}$

$x = 27$

$D=1+28=\cancel{29}$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

① $0<\sqrt{x+7}-x<1$ $\boxed{\text{менять знак!!!}}$ ② $\sqrt{x+7}-x>1$

$x+4 \geq \sqrt{x+7}-x$

$2x+4 \geq \sqrt{x+7}$

$4x^2+16+16x \geq x+7$

$4x^2+15x+9 \geq 0$

$D=15^2-4\cdot4\cdot9 = 225-144=9^2$

$x=\frac{-15-9}{8}=-3$

$x=\frac{-15+9}{8}=-\frac{6}{8}=-\frac{3}{4}$

$+ \quad - \quad +$

$-3 \quad -\frac{3}{4}$

$x \in (-\infty;-3] \cup [-\frac{3}{4};+\infty)$

$\sqrt{x+7}>x$

$x^2-x-7<0$

$D=1+28=29$

$x=\frac{1\pm\sqrt{29}}{2}$

$\sqrt{x+7}<1+x$

$x^2+x-6<0$

$-3 \quad 2$

$(1+x)^2 < x+7$

$1+x^2+2x<x+7$

$x^2+x-6<0$

$-3 \quad 2$

$x+4 \geq \sqrt{x+7}-x$

$2x+4 \geq \sqrt{x+7}$

$4x^2+16+16x-x-7 \geq 0$

$4x^2+15x+9 \geq 0$

$-3 \quad -\frac{3}{4}$

$\frac{181}{-45}{136}$

$\frac{-181}{90}{91}$

① $[1;45]$ ② $[46;90]$ ③ $[91;135]$ ④ $[136;180]$ ⑤ $[181;225]$

$n-b$ $\ne(45;90);135;180;225)$

1 2 3 4 5 6
a b c d e f

52 53 54

1
2
3
4
5

130 131 132 133 134 135

181 182 183 184 185 186

$\frac{130}{-45}{85}$

91

$\frac{1-\sqrt{29}}{2} \quad -3 \quad -\frac{3}{4} \quad 2 \quad \frac{1+\sqrt{29}}{2}$

86 136

$\frac{1+29+2\sqrt{29}}{4} < 9$

$7{,}5+0{,}5\sqrt{29}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-003

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

17-значные числа , 0, 7, 8 №3

$\underbrace{8888888}_{7} = a$

вставить a - 11 способов

2^9

$2^9 \cdot 11$

$2^{10} + 10 \cdot 2^9$

№2

max, min

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$(f \cdot g)' = f'g + g'f$

$g'(x) =$

$(\sin 3x \cdot \sin 7x)' = (\sin 3x)' \sin 7x + (\sin 7x)' \sin 3x =$

$= 3\cos 3x \sin 7x + 7\cos 7x \sin 3x$

$g'(x) = 3\cos 3x \sin 7x + 7\cos 7x \sin 3x - 2\sin x \cos x - 2 \cdot 5\cos 5x \sin 5x =$

$= 3\cos 3x \sin 7x + 7\cos 7x \sin 3x - \sin 2x - 5\sin 5x$

$2^9(2+10) = 3 \cdot 2^9$

$1024 \times 6 = 6144$

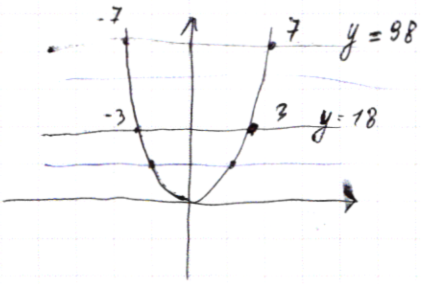
$2^2 \cdot 3 \cdot 2^9 = 2^{10} \cdot 6$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

N 1

$y = m$



$2x^2 = 18$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

$a = 6$

$2x^2 = 98$

$x^2 = 49$

$x = \pm 7$

$b = 14$

$\begin{array}{r} 14 \\ \times 6 \\ \hline 84 \end{array}$

$2x^2 = m$

$x^2 = \frac{m}{2}$

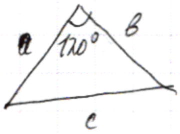
$x = \pm\sqrt{\frac{m}{2}}$

$c = 2\sqrt{\frac{m}{2}}$

$c^2 = 4^2\frac{m}{2}$

$316 = 2m$

$m = 158$



1

$c < 20$

$c^2 < 400$

$2\sqrt{\frac{m}{2}} < 20$

$\sqrt{\frac{m}{2}} < 10$

$\frac{m}{2} < 100$

$m < 200$

1 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos 120° =$

$= a^2 + b^2 + ab = (a+b)^2 - ab$

$c^2 = 20^2 - 84 = 316$

$\begin{array}{r} 400 \\ - 84 \\ \hline 316 \end{array}$

$316 : 2 = 158$

$\begin{array}{r} 158 \\ \times 2 \\ \hline 316 \end{array}$

2

$b^2 = a^2 + c^2 + ac$

$\cancel{c^2 + ac + a^2 - b^2 = 0}$

$\cancel{D = a^2 - 4(a^2 - b^2) = a^2 - 4a^2 + 4b^2}$

$676 : 4 = 169$

$c^2 + 6c + 36 - 196 = 0$

$c^2 + 6c - 160 = 0$

$\begin{array}{r} 640 \\ + 36 \\ \hline 676 \end{array}$

$676 : 2 = 338$

$D = 36 + 640 = 676 = 4 \cdot 169 = (2 \cdot 13)^2 = 26^2$

$c = \frac{-6 - 26}{2}$ ∅

$c = \frac{-6 + 26}{2} = 10$

$c = 2\sqrt{\frac{m}{2}}$

$100 = 2m$

$m = 50$

~~1~~ 2 ~~3~~ 4 5 6 7

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)