МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 9-17

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

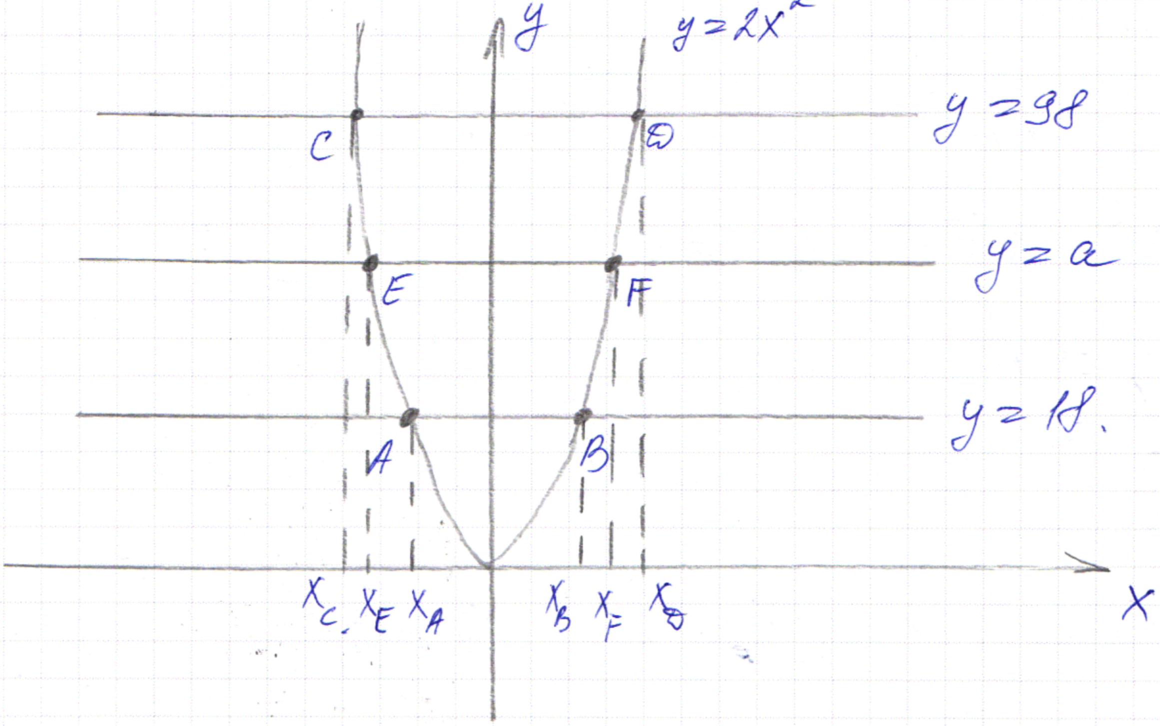
5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x + 4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



Обозначим AB, EF и CD - стороны треугольника. Так как $CD > EF > AB$, то можно воспользоваться теоремой косинусов для треугольника и наибольший угол в этом треуг-ке, равный $120°$ лежит напротив наиб. стороны CD:

$CD^2 = EF^2 + AB^2 - 2 \cdot EF \cdot AB \cdot \cos 120°$.

$\begin{cases} y = 18 \\ y = 2x^2 \end{cases}$; $2x^2 = 18$; $x = \pm 3$, значит $x_B = 3$,

$x_A = -3$ и $|AB| = 6$.

Аналогично

$\begin{cases} y=98 \\ y=2x^2 \end{cases}$; $98=2x^2$; $x=\pm 7$; след-но

$x_D=7$; $x_C=-7$ и $|CD|=14$.

Подставим полученные значения в т. косинусов:

$14^2=EF^2+36-2\cdot EF\cdot 6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$

$EF^2+6EF-160=0$

$(EF)_1=10$

$(EF)_2=-16$ - не подходит по смыслу задачи.

Очевидно, что $x_F=5$; $x_E=-5$

$a=2x_F^2=2x_E^2=2\cdot 25=50$.

Но угол $\angle 120°$ может лежать напротив изменяемой стороны EF. Тогда

$EF^2=14^2+6^2+2\cdot 14\cdot 6\cdot\frac{1}{2}$

$EF^2=196+36+84$

$EF^2=316$; $EF=\sqrt{316}$; $x_F=\frac{\sqrt{316}}{2}$

$y=2x_F^2=316$.

Ответ: 50; 316.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-17

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1.$

ОДЗ: $\sqrt{x+7}-x>0$

$\sqrt{x+7}-x \neq 1$

$x+4>0.$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x).$

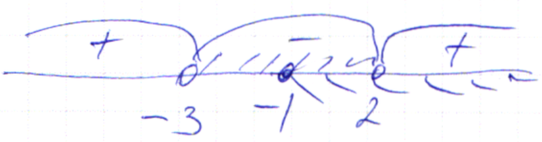
I) $\begin{cases} \sqrt{x+7}-x>1 & (1) \\ x+4 \geq \sqrt{x+7}-x & (2) \end{cases}$ II) $\begin{cases} \sqrt{x+7}-x<1 & (3) \\ x+4 \leq \sqrt{x+7}-x & (4) \end{cases}$

(1) $\sqrt{x+7}-x-1>0$; $\sqrt{x+7}>x+1$

усл: $x+1 \geq 0$; $x \geq -1$

$x+7>x^2+2x+1$

$x\cancel{^2+2x}+1$ $x^2+x-6<0$



$x \in [-1;2)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(2): $x+4 \geq \sqrt{x+7} - x$

$\sqrt{x+7} \leq 2x+4$

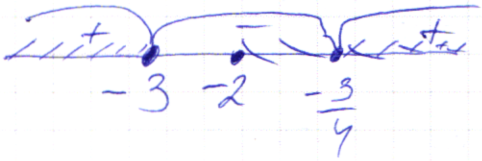
Усл: $2x+4 \geq 0$

$x \geq -2$

$x+7 \leq (2x+4)^2$

$4x^2+15x+9 \geq 0$

$x_1 = -\frac{3}{4}$; $x_2 = -3$



$x \in [-\frac{3}{4}; +\infty)$

Итого решение I): $x \in [-\frac{3}{4}; 2)$.

Аналогично решая (3) и (4) получим:

(3): $x \in (2; +\infty)$

(4): $x \in [-2; -\frac{3}{4}]$, общее решение для II): $\varnothing$, $\cancel{x \in [-2; -\frac{3}{4}]}$. Т.к. промежутки из (3) и (4) не пересекаются.

Ответ: $x \in [-\frac{3}{4}; 2)$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

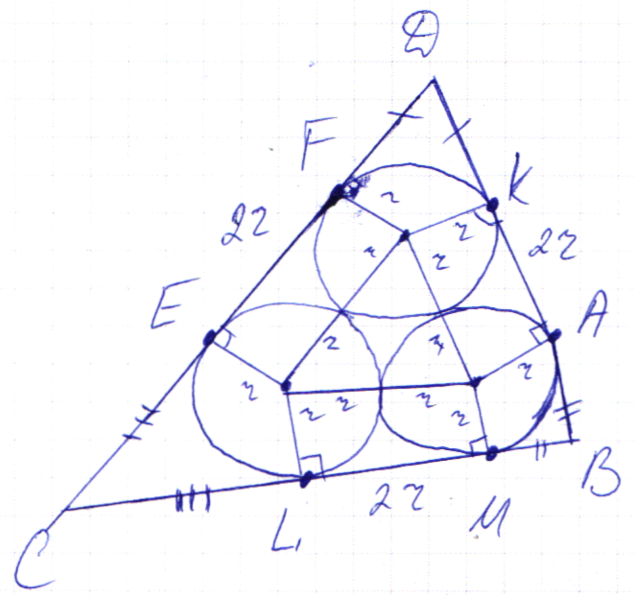
9-17

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



а) $AD+BC-AB-CD=12$

Отметим точки касания окруж-ей к сторонам 4-угольника F, K, E, L, M. Соединим центры всех окружностей. Очевидно, что радиусы, провед. в точки касания, части сторон 4-х уг-ка и соединённые центры окр-стей образуют прямоугольники, то есть

$EF = KA = LM = 2r$.

$DF = DK$; $AB = MB$; $CE = CL$.

$AD = DK + 2r$; $BC = BM + 2r + CL$

~~AB~~ $CD = CE + 2r + FD$. Подставляя в данное ур-е получим:

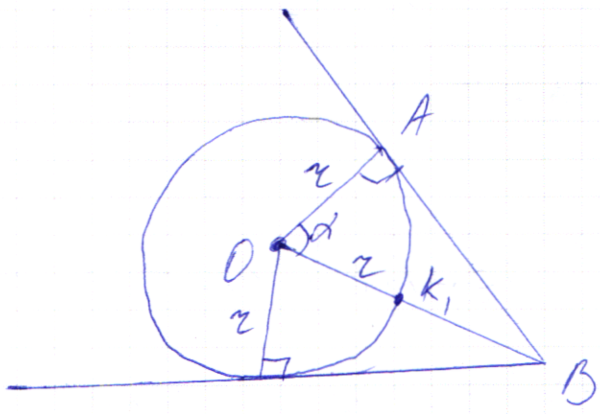
$2r + \cancel{DK} + \cancel{BM} + \cancel{2r} + \cancel{CL} - \cancel{BM} - \cancel{DK} - \cancel{2r} - \cancel{CL} = 12$

$2r = 12$; $r = 6$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

в) $AO \cdot BO = 58.$ $\quad r(r+KB) = 58.$ (1)



Из ΔAOB ($\angle A = 90^\circ$):

$AB^2 + AO^2 = (\underbrace{OK + KB}_{OB})^2$

$(r+KB)^2 = r^2 + AB^2.$ (2)

Решая (1) и (2) получим:

$AB^2 + 36 = \left(\frac{29}{3}\right)^2$; $AB = \sqrt{263}$.

б) Из тр-ка AOB ($\angle AOB = \alpha$):

$tg\,\alpha = \frac{AB}{r} = \frac{\sqrt{263}}{6}$; $\angle AOB = arctg\left(\frac{\sqrt{263}}{6}\right)$

Ответ: а) 6 ; б) $arctg\frac{\sqrt{263}}{6}$; в) $\sqrt{263}$.

№ 2.

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$g'(x) = (\sin 3x \cdot \sin 7x)' - (\sin^2 x)' + (\cos^2 5x)' + 0.$

$g'(x) = 3\cos 3x \cdot \sin 7x + 7\sin 3x \cos 7x - \sin 2x -$

$- 5\sin 10x.$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-17

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$g'(x) = 3\sin 10x + 4\sin 3x\cos 7x - \sin 2x -$

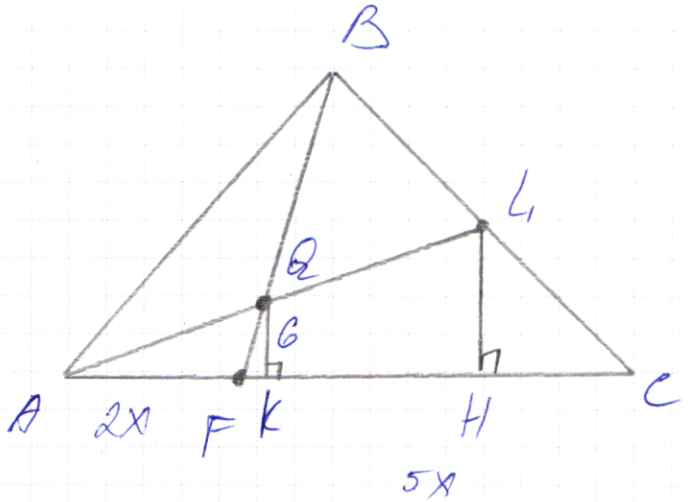
$- 5\sin 10x$

$g'(x) = 4\sin 3x\cos 7x - 2\sin 10x - \sin 2x.$

$g'(x) = 0.$

$4\sin 3x\cos 7x - 2\sin 10x - \sin 2x = 0.$

№ 6.



$$\frac{S_{\triangle BQL}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{5}{12}.$$

$\angle ALH \sim \triangle AQK$,

т.к. $\cancel{\angle A}$ $\angle LAC$ – общ;

$\cancel{QK \parallel LH}$ $\angle Q$

по трём углам.

$\frac{5}{12} = k^2$; $\frac{BL}{BC} = \frac{BQ}{AB} = \frac{QL}{AC} = k = \sqrt{\frac{5}{12}}$.

~~0,7,8~~

~~8888888........~~

~~$n = 10$.~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-17

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

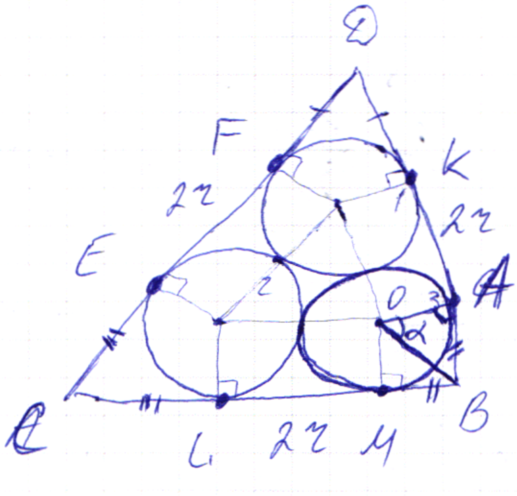
~~ОДЗ: $\sqrt{x+7} > x$ уск: $x \geq 0$~~

~~$x+7 > x^2$; $x^2 - x - 7 < 0$~~

$D =$

Ответ: $x \in [-\frac{3}{4}; 2)$

№4



a) $AD + BC - AB - CD = 12$.

~~$r \geq AB$~~

~~$CD + AB \neq AD + CB$~~

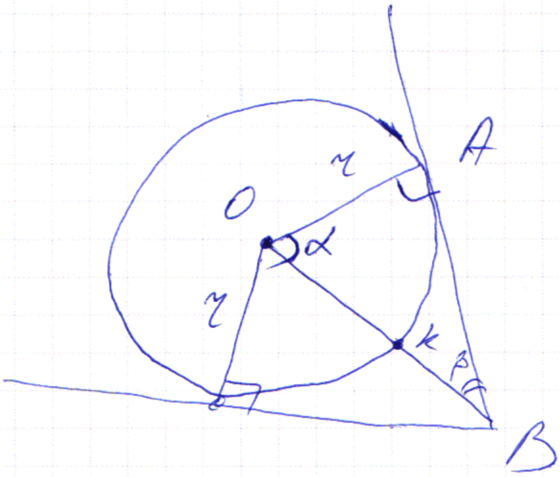
$EF = LM = AK = 2r$.

$2r + \cancel{DK} + \cancel{BM} + \cancel{2r} + \cancel{CL} - \cancel{BM} - \cancel{DK} - \cancel{2r} - \cancel{CL} = 12$

$2r = 12$; $r = 6$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики) б) $\angle AOB = \alpha$.



$\cancel{AB^2 =}$

$\cancel{OB^2 = r^2 + AB^2}$

$\cancel{(r+kB)^2 = r^2 + AB^2}$

$\cancel{r^2}$

$AO \cdot BO = 58$. $AB - ?$

$(r+KB)^2 = r^2 + AB^2$

$r \cdot (r + kB) = 58$

$6(6+kB) = 58$

$36 + 6kB = 58$

$6kB = 22$

$kB = \frac{22}{6} = \frac{11}{3}$.

$$\begin{array}{r} 58 \\ -36 \\ \hline 22 \end{array}$$

$\left(6 + \frac{11}{3}\right)^2 = 36 + AB^2$

$\left(\frac{18+11}{3}\right)^2 = 36 + AB^2$

$\left(\frac{29}{3}\right)^2 = 36 + AB^2$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 29 \\ \hline 261 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18 \\ \times 8 \\ \hline 26 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 29 \\ \times 29 \\ \hline 261 \\ 261 \\ \hline 2871 \end{array}$$

$\cancel{r + kB = \frac{58}{r};\ 6 + kB = \frac{58}{6}}$

$\frac{2871}{9} - 36 = AB^2$

$AB^2 = 263$; $AB = \sqrt{263}$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 9 \\ \hline 324 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2547 & 9 \\ -18 & \overline{263} \\ \hline 74 & \\ -54 & \\ \hline 27 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2871 \\ -324 \\ \hline 2547 \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

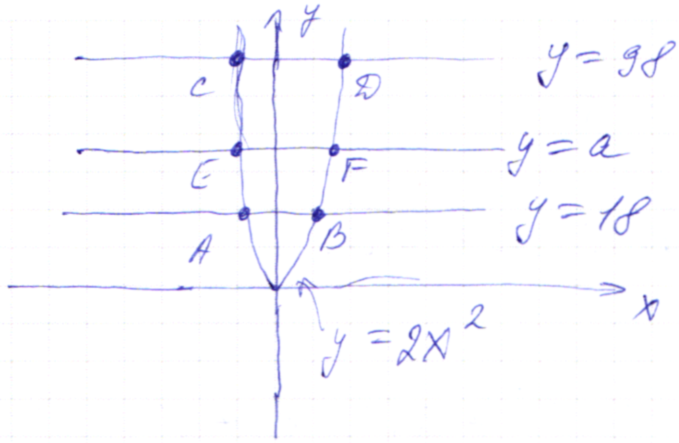
9-17

ШИФР

(заполняется секретарём)

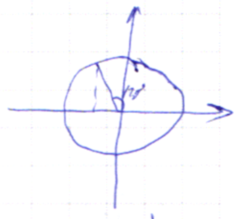
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



a - ?

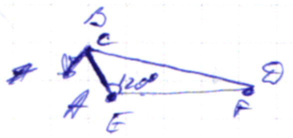
$\angle = 120^0$



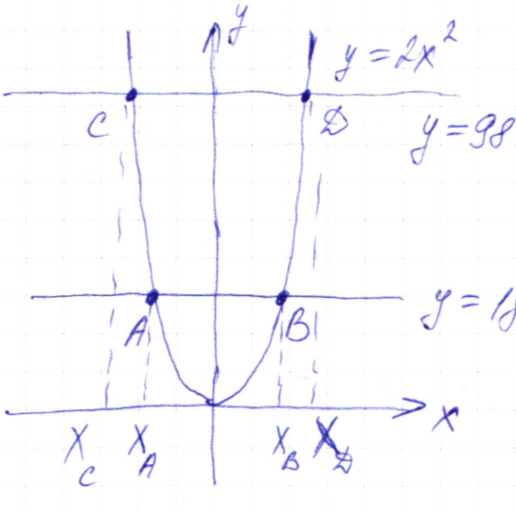
$\cos(90^0+30^0) = -\sin 30^0$

$= -\frac{1}{2}$

~~$EF^2 = CD^2 + AB^2 - 2CD AB \cos 120^0$~~



$CD^2 = EF^2 + AB^2 - 2\cdot EF\cdot AB\cdot \cos 120^0$



$18 = 2X_B^2$; $X_B = \pm 3$

$18 = 2X_A^2$ $X_A = \pm 3$.

$X_B = 3$; $X_A = -3$

$|AB| = 6$

$98 = 2X_D^2$; $X_D^2 = \pm 7$; $X_D = 7$ $|CD| = 14$

$98 = 2X_C^2$ $X_C^2 = \pm 7$ $X_C = 7$.

$\cos 120^0 = -\frac{1}{2}$

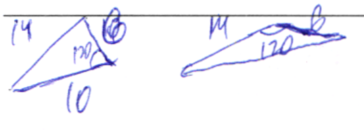
$14^2 = EF^2 + 36 - 2EF\cdot 6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$

$EF^2 + 6EF + 36 - 196 = 0$

$196 = EF^2 + 36 + 6EF$ $EF^2 + 6EF - 160 = 0$

$\begin{array}{r} 196 \\ - 36 \\ \hline 160 \end{array}$ $\begin{array}{r} 232 \\ + 84 \\ \hline 316 \end{array}$ $\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 156 \\ \hline 6 \end{array}$ $\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 98 & 2 \\ -8 & 49 \\ 18 & \\ -18 & \\ 0 & \end{array}$ $\begin{array}{r} 14 \\ \times 6 \\ \hline 84 \end{array}$ $\begin{array}{r} 196 \\ + 36 \\ \hline 232 \end{array}$

232



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$EF = x$. $x_1 + x_2 = -6$; $x_1 = 10$

$x_1 x_2 = -160$ $x_2 = -16$ — не подходит

Значит, $EF = 10$. След-но, $x_F = 5$; $x_E = -5$

$a = 2x_E^2$

$a = 2x_F^2$; $a = 2 \cdot 25 = 50$.

Ответ: $a = 50$.

№ 2.

$\sin' = \cos$

$\cos' = -\sin$

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

$g'(x) = (\sin 3x \cdot \sin 7x)' - (\sin^2 x)' + (\cos^2 5x)' + 0$.

$g'(x) = (\sin 3x)' \cdot \sin 7x + \sin 3x \cdot (\sin 7x)'$ ~~$= 2\cos\sin 5x \cdot 5$~~

$\sin^2 x = \sin x \sin x$; $(\sin x \sin x)' = 2(\sin x)' \sin x = 2 \cdot \cos x \cdot \sin x = \sin 2x$ $= (\sin^2 x)'$

$(\cos^2 5x)' = (\cos 5x \cdot \cos 5x)' =$

$= 2(\cos 5x)' \cdot \cos 5x = 2 \cdot (-\sin 5x) \cdot 5 \cdot \cos 5x = -10 \sin 5x \cos 5x =$

$= -5\sin 10x$ $= (\cos^2 5x)'$

$g'(x) = 3\cos 3x \cdot \sin 7x + \sin 3x \cdot \cos 7x \cdot 7 - \sin 2x - 5\sin 10x$

~~$\sin\alpha + \sin\beta = ? = \frac{1}{2} \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$???~~

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-17

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin\alpha = \frac{AB}{OB}$; $\cos\alpha = \frac{7}{OB}$

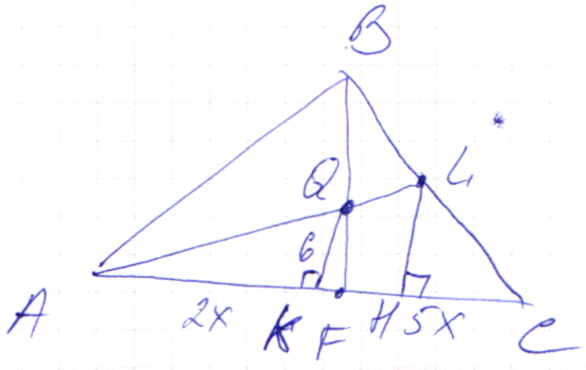
$\cancel{\sin\beta = \frac{7}{OB}}$

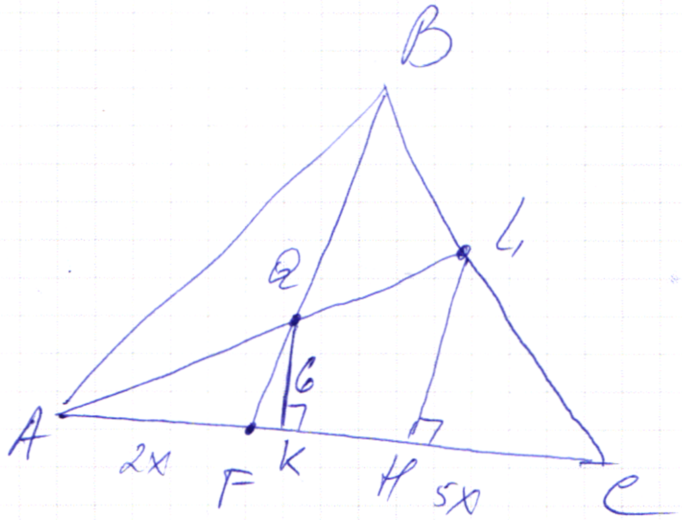
б) $AB^2 = OB \cdot OK$; $AB^2 = 7 + KB \cdot 7$

$AB = 6(1+KB)$

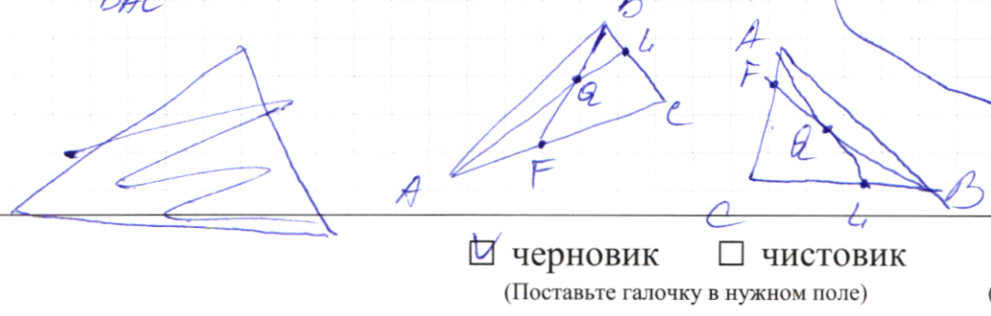
$tg\alpha = \frac{AB}{7} = \frac{\sqrt{263}}{6}$; $\alpha = arctg\frac{\sqrt{263}}{6}$

№6





$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{5}{12} = k^2$; $\Rightarrow$ $\frac{BL}{BC} = \frac{BQ}{AB} = \frac{QL}{AC} = \sqrt{\frac{5}{12}}$.



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\cos 7x = \quad \cos^2 5x = 1 - \sin^2 5x$

$(-\sin^2 5x)' = -2\sin 5x\,\cancel{\cos 5x \cdot 5}$

$$\sin\alpha = \frac{1-\cos^2 2\alpha}{2}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-17

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$g'(x) = 3\cos 3x \cdot \sin 7x + 7\sin 3x\cos 7x - \sin 2x - 5\sin 10x$

$\cos\alpha \cdot \sin\beta + \sin\alpha\cos\beta = \sin(\beta+\alpha)$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

$g'(x) = 3\sin 10x + 4\sin 3x\cos 7x - \sin 2x - 5\sin 10x \overset{0}{=}$

$g'(x) = 4\sin 3x\cos 7x - 2\sin 10x - \sin 2x.$

$(\sin 3x + \cos 7x)^2 = \sin^2 3x + 2\sin 3x\cos 7x + \cos^2 7x.$

№5

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1.$ $\quad \log_a a = 1$

ОДЗ: $\sqrt{x+7} - x > 0$

$\sqrt{x+7} - x \neq 1.$

$x+4 > 0$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x)$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) - \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x) \geq 0$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}\left(\frac{x+4}{\sqrt{x+7}-x}\right) \geq 0$

$x+4 \geq \sqrt{x+7} - x$

$\cancel{\log_a b \geq \log_a c}.$ $\quad 5^{-2} = \frac{1}{25}$ $\quad 5^0 = 1.$

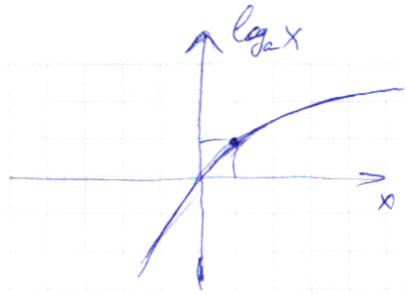
$\log_5 25 \geq \log_5 \cancel{125}$

$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \leq \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\frac{x+4}{\sqrt{x+7}-x} \geq 1.$$



$$\frac{x+4}{\sqrt{x+7}-x} - 1 \geq 0$$

$$\frac{x+4-\sqrt{x+7}+x}{\sqrt{x+7}-x} \geq 0 \; ; \; \frac{2x-\sqrt{x+7}+4}{\sqrt{x+7}-x} \geq 0.$$

$2x - \sqrt{x+7} + 4 = 0$

$2(x+2) = \sqrt{x+7}$

$4(x^2+4x+4) = x+7$

$4x^2+16x+16-x-7=0$

$4x^2+15x+9=0$

$$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}\left(\sqrt{x+7}-x\right).$$

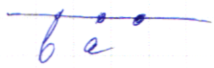
I. $\begin{cases} \sqrt{x+7}-x > 1 \\ x+4 \geq \sqrt{x+7}-x. \end{cases}$

$\begin{cases} a>1 \\ b \geq a \end{cases}$

$b > 1.$

$x+4>1. \; ; \; x>-3.$

II. $\begin{cases} \sqrt{x+7}-x < 1 \\ x+4 \leq \sqrt{x+7}-x \end{cases}$; $\sqrt{x+7}-x>0$ $a<1$ $b \leq a$



$x+4<1 \; ; \; x<-3.$

I) $\begin{cases} \sqrt{x+7}-x>1 & (1) \\ x+4 \geq \sqrt{x+7}-x & (2) \end{cases}$

II) $\begin{cases} 0<\sqrt{x+7}-x<1 & (3) \\ x+4 \leq \sqrt{x+7}-x & (4) \end{cases}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

I). (1): $\sqrt{x+7}-x-1>0$; $\sqrt{x+7}>x+1$

усл: $x+1\geq 0$, $x\geq -1$

$x+7>x^2+2x+1$

$x^2+x-6<0$

$x_1+x_2=-1$; $x_1=-3$

$x_1x_2=-6$; $x_2=2$

$(x-2)(x+3)<0$

-3 -1 2

~~$x\in(-3;2)$~~ $x\in[-1;2)$

(2): $x+4\geq\sqrt{x+7}-x$

усл: $2x+4\geq 0$

$2x+4\geq\sqrt{x+7}$

$\sqrt{x+7}\leq 2x+4$

$x+2\geq 0$

$x\geq -2$

$x+7\leq(2x+4)^2$

$x+7\leq 4x^2+16x+16$

$4x^2+15x+9\geq 0$

$15\cdot 15=225$; $36\cdot 4=144$; $225-144=81$

$D=225-144=81$; $\sqrt{D}=9$.

$x_1=\frac{-15+9}{8}=-\frac{6}{8}=-\frac{3}{4}$

$x_2=\frac{-15-9}{8}=-\frac{24}{8}=-3$

-3 -2 $-\frac{3}{4}$

$x\in[-\frac{3}{4};+\infty)$

-1 2

$-\frac{3}{4}$

I): $x \in [-\frac{3}{4}; 2)$.

II). (3): $\sqrt{x+7} - x < 1$ усл: $x+1 \geq 0$

$\sqrt{x+7} < x+1$ $x > -1$

$x+7 < x^2+2x+1$

$x^2+x-6>0$

$+$ $-$ $+$

-3 -1 2

$x \in (2; +\infty)$

(4): $\sqrt{x+7} - x \geq x+4$ усл: $2x+4 \geq 0$

$x \geq -2$

$\sqrt{x+7} \geq 2x+4$

$x+7 \geq 4x^2+16x+16$

$4x^2+15x+9 \leq 0$

$+$ $-$ $+$

-3 -2 $-\frac{3}{4}$

$x \in [-2; -\frac{3}{4}]$

2

-2 $-\frac{3}{4}$

нет реш.

$x \in [-\frac{3}{4}; 2)$