# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

БИЛЕТ 2 ШИФР 13-004

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра $a$ из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса $\omega_1$, $\omega_2$ и $\omega_3$, причём $\omega_1$ касается сторон $AD$ и $DC$, $\omega_2$ касается сторон $DC$ и $CB$, а $\omega_3$ касается сторон $CB$, $BA$ и $AD$.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол $AOB$, где $O$ – центр окружности $\omega_3$.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите $AB$.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x + 5) \geqslant 1$.

6. Точки $F$ и $L$ лежат на сторонах $AC$ и $BC$ треугольника $ABC$ соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки $BF$ и $AL$ пересекаются в точке $Q$; площади треугольников $BQL$ и $BAC$ относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки $L$ до прямой $AC$, если расстояние от точки $Q$ до прямой $AC$ равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

13-004

ШИФР

(заполняется секретарём)

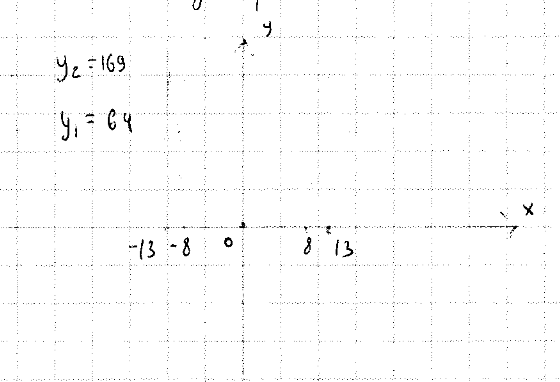
# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Обозначим стороны искомого треугольника за $m, n, k$.

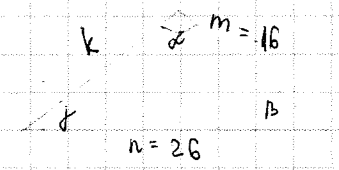
Схематично построив график $y = x^2$ и $y_1 = 64$, $y_2 = 169$, можем сделать вывод, что $m = 2\sqrt{y_1} = 16$, $n = 2\sqrt{y_2} = 26$; $y_3 = a$

$k = 2\sqrt{y_3}$.




Так как в треугольнике против большей стороны лежит больший угол, то возможно 2 варианта искомого треугольника.

1)




$\alpha = 120°$; $\cos 120° = -\frac{1}{2}$

~~$k^2 = m^2 + n^2 - 2m \cdot n \cdot \cos$~~

$n^2 = k^2 + m^2 - 2k \cdot m \cdot \cos\alpha$ (по теореме косинусов). Отсюда

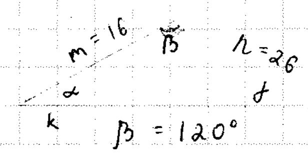
$k^2 = n^2 - m^2 + 2k \cdot m \cdot \cos\alpha = 676 - 256 - 2 \cdot 26 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2} = 420 - 416 = 4$

$k = 2$;

$k = 2\sqrt{y_3} \Rightarrow y_3 = \frac{k^2}{4} = 1$

$a = 1$

2)




$k^2 = m^2 + n^2 - 2mn\cos\beta$ (по теореме косинусов)

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$k^2 = 256 + 676 + 2\cdot 16\cdot 26\cdot \frac{1}{2} = 1348$ ; $k = \sqrt{1348}$

$y_3 = \frac{k^2}{4} = \frac{1348}{4} = 337$

$a = 337$.

3) случай, когда $\gamma = 120°$ невозможен, так как получается, что наибольшая сторона треугольника $m = 16$, но по условию $n = 26$. – ~~наи~~больше, чем $m$.

Ответ: $a = 1$, $a = 337$.

№5

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$$

Решение неравенства сводится к решению следующей системы:

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - 1 \geq 0 & (1) \\ x+5 \geq 0 & (2) \\ \sqrt{x+3} - x \geq 0 & (3) \\ \sqrt{x+3} - x \neq 1 & (4) \end{cases}$$

1) Определим ОДЗ (неравенства (2), (3), (4)):

$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ \sqrt{x+3} - x \geq 0 \\ \sqrt{x+3} - x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x \in [-3; \frac{1+\sqrt{13}}{2}] \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \underline{x \in [-3; 1) \cup (1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}]}$$

$\sqrt{x+3} - x \geq 0$

$\sqrt{x+3} \geq x$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \leq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 0 \\ x+3 \geq x^2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq -3 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 0 \\ x \in [\frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2}] \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in [-3; 0] \\ x \in (0; \frac{1+\sqrt{13}}{2}] \end{array}\right. \Rightarrow \underline{x \in [-3; \frac{1+\sqrt{13}}{2}]}$$

$x^2 - x - 3 \leq 0$

$x^2 - x - 3 = 0$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$ ;

$+ \quad \frac{1}{2}(1-\sqrt{13}) \quad - \quad \frac{1+\sqrt{13}}{2} \quad + \quad x$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{x+3} - x \neq 1$

$\sqrt{x+3} = 1 + x$

$x + 3 = 1 + 2x + x^2$

$x^2 + x - 2 = 0$

Так как $a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0$, то $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a} = -2$

Проверка:

$x = 1$, $\sqrt{4} = 2$ – верное равенство, $x = 1$ является корнем уравнения;

$x = -2$, $\sqrt{1} = -1$ – неверно, $x = -2$ не является корнем уравнения

$x \neq 1$

2) $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - 1 \geq 0$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - 1 = 0$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) = 1$

$\sqrt{x+3} - x = x + 5$

ОДЗ: $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 2x+5 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \geq -2{,}5 \end{cases} \Rightarrow x \geq -2{,}5$

$\sqrt{x+3} = 2x + 5$ (5)

$x + 3 = 4x^2 + 20x + 25$

$4x^2 + 19x + 22 = 0$

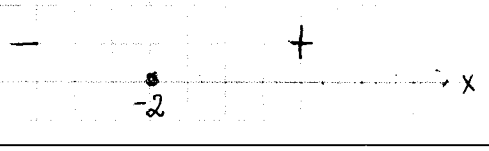
$x_{1,2} = \frac{-19 \pm \sqrt{361 - 352}}{8} = \frac{-19 \pm 3}{8}$ | $x_1 = \frac{-19-3}{8} = -\frac{22}{8} = -2{,}75$

$x_2 = \frac{-19+3}{8} = -\frac{16}{8} = -2$

Проверка: $x = -2$, $\sqrt{3-2} = -4 + 5$ – верно, $x = -2$ является корнем уравнения

$1 = 1$

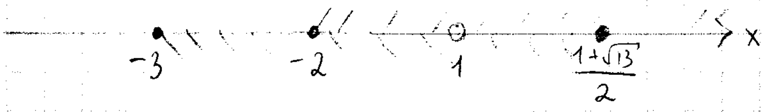
$x = -2{,}75$; $\sqrt{0{,}25} = -5{,}5 + 5$ – неверно, $x = -2{,}75$ не является корнем уравнения



Решение неравенства соответствует ОДЗ уравнения (5).

3) $\begin{cases} x \in [-2; +\infty) \\ x \in [-3; 1) \cup (1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}] \end{cases} \Rightarrow x \in [-2; 1) \cup (1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}]$

- такой вид приобрела исходная система неравенств.




$x \in [-2; 1) \cup (1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}]$

Ответ: $x \in [-2; 1) \cup (1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}]$

№3

1) Рассмотрим случай, когда шесть подряд идущих пятерок стоят в начале, тогда каждую следующую цифру можно выбрать 2 способами; таких чисел – $2^{12}$

2) Если ряд шести „5" постепенно сдвигать на одну цифру вправо, то:

- первую цифру можно выбрать только одним способом, так как „0" в начале стоять не может;

- остальные 11 цифр можно выбрать 2 способами.

Итого подобных чисел: $12 \cdot 2^{11}$, где 12 – количество вариаций 18-значных чисел с подряд идущими шестью „5",

3) Итого, чисел, соответствующих условию задачи:

$12 \cdot 2^{11} + 2^{12} = 2^{11}(12+2) = 2^{11} \cdot 14 = 2048 \cdot 14 = 28672$

Ответ: 28672.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

13-004

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

1) Найдем производную данной функции по частям:

$(\sin 5x \cdot \sin 9x)' = 5\cos 5x \cdot \sin 9x + \sin 5x \cdot 9\cos 9x = 5 \cdot \frac{1}{2}(\sin 14x + \sin 4x) +$

$+ 9 \cdot \frac{1}{2}(\sin(-4x) + \sin 14x) = \underline{2{,}5\sin 14x} + 2{,}5\sin 4x - 4{,}5\sin 4x + \underline{4{,}5\sin 14x} =$

$= 7\sin 14x - 2\sin 4x$

$(\sin^2 7x)' = \left(\frac{1}{2}(1 - \cos 14x)\right)' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 14x\right)' = 0 + \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot \sin 14x = 7\sin 14x$

$(\cos^2 x)' = \left(\frac{1}{2}(1 + \cos 2x)\right)' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x\right)' = 0 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sin 2x = -\sin 2x$

$g'(x) = \cancel{7\sin 14x} - 2\sin 4x - \cancel{7\sin 14x} + \sin 2x - 0 = \sin 2x - 2\sin 4x =$

$= \sin 2x - 4\sin 2x\cos 2x = \sin 2x(1 - 4\cos 2x)$

2) Найдем критические точки функции: $(g'(x) = 0)$

$\sin 2x(1 - 4\cos 2x) = 0$

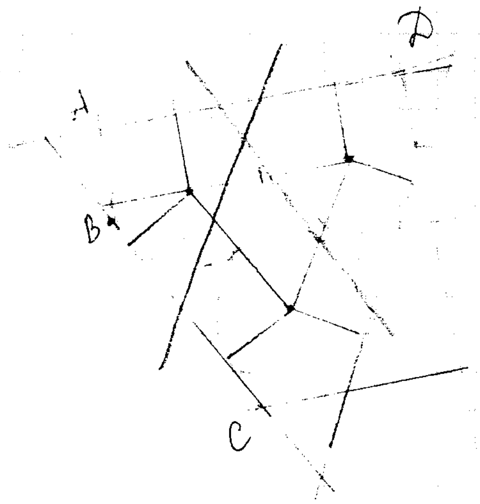
$$\left[\begin{array}{l} \sin 2x = 0 \\ 4\cos 2x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi n}{2}, \\ \cancel{x = \pm\frac{1}{2}(\pi - \arccos)}\ 2x = \pm\arccos\frac{1}{4} + 2\pi n \end{array}\right., n \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi n}{2} \\ x = \pm\frac{1}{2}\cdot\arccos\frac{1}{4} + \pi n \end{array}\right., n \in \mathbb{Z}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

~~№4~~




☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

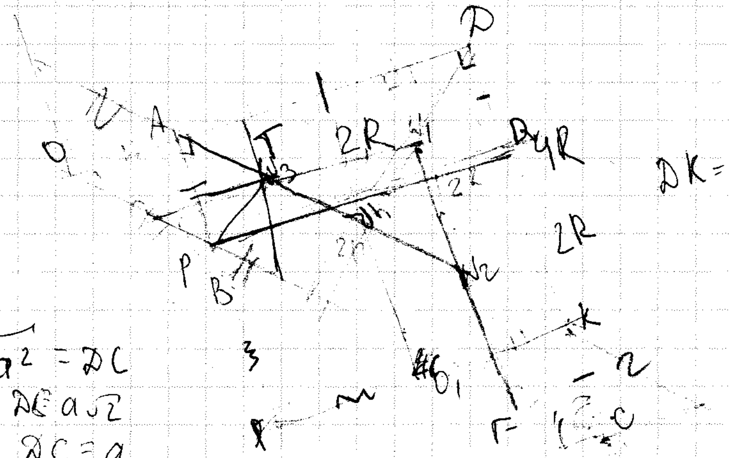
13-004

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 4



$c = \sqrt{8R^2} = R\cdot 2\sqrt{2}$

$DK = 4R$

$KC = AB$

$OA = O_1K$

$\frac{4R}{AO} = \frac{BC}{OB} = \frac{DC}{KC}$

$\frac{4R}{AO} = \frac{BO_1 + O_1C}{O_1C} = \frac{DK+KC}{KC}$

$\frac{BO_1}{O_1C} + 1 = \frac{DK}{KC} + 1$

$\frac{BO_1}{O_1C} = \frac{DK}{KC}$

$\sqrt{2a^2} = DC$

$DC = a\sqrt{2}$

$DC = a$

$AD + BC - AB - CD = 10$

$\frac{AO}{FC} = \frac{AB}{BF}$

$FC = AD = 4R$

$AB = KC$

$4R + BC;$

$CD = 4R + AB = 4R + KC$

$\underset{4R}{\cancel{AD}} + BC - KC - \cancel{4R} - KC = 10$

$BC - 2KC = 10$ $\qquad$ $BC = 10 + 2KC$

$4R$

$4R +$ $\qquad$ $(OB + BC)^2 = (OA + 4R)^2 +$

$AD = 4R$

$DC = 4R + KC$

$AB = KC$

$BC$

$AD \cdot DC$

$1 - \sin^2 x$

$\sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cancel{(4-3)} \cos^2 x - 3$

$- \cos^2 x - 3 + 3\sin^2 x$

$\frac{\cos(-4x) - \cos(14x)}{2}$

$\sin \frac{5\pi}{2}$

$(QK + KC)^2 + 16R^2 =$

$\frac{1}{2}\cos 4x - \frac{1}{2}\cos 14x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

$\frac{1}{2}\cos$ $\qquad$ $\frac{1}{2}\cos^2 7x - \frac{1}{2}\sin^2 7x$ $\qquad$ $\frac{OC}{PF}$

$\frac{1}{2}\cos^4 x - \frac{3}{2}\sin$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$(\sin 5x \cdot \sin 9x)' = (\sin 5x)' \cdot \sin 9x + \sin 5x \, (\sin 9x)' =$

$= 5\cos 5x \cdot \sin 9x + 9\cos 9x \cdot \sin 5x =$

$= 5 \cdot \frac{1}{2}(\sin 14x + \sin(+4x)) + 9 \cdot \frac{1}{2}(\sin(-4x) + \sin 14x) =$

$= 2{,}5 \sin 14x + 2{,}5 \sin 4x - 4{,}5 \sin 4x + 4{,}5 \sin 14x =$

$= 7 \sin 14x - 2 \sin 4x = 7\cancel{(\sin 14x - \sin 4x)}$

$(+\sin^2 7x)' = \left(+\frac{1}{2}(1-\cos 14x)\right)' = \left(-\frac{1}{2}\cos 14x + \frac{1}{2}\right)' = +\frac{1}{2} \cdot 14 \cdot \sin 14x$
$= +7\sin 14x$

$1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha$

$+(\cos^2 x)' = \left(\frac{1}{2}(1+\cos 2x)\right)' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x\right)' = -\frac{1}{2} \cdot 2 \sin 2x = -\sin 2x$

$g'(x) = \cancel{7\sin 14x} - 2\sin 4x - \cancel{7\sin 14x} + \sin 2x = \sin 2x - 2\sin 4x$

$\sin 2x - 4\sin 2x \cos 2x$

$\sin 2x \, (1 - 4\cos 2x)$

$\sin 2x (1 - 4\cos 2x) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \sin 2x = 0 \\ 1 - 4\cos 2x = 0 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} 2x = \pi n \\ 2x = \pm(\pi - \arccos \frac{1}{4}) + 2\pi n \end{array}\right. \quad n \in \mathbb{Z}$

$\cos 2x = -\frac{1}{4}$

$2x =$

$t =$

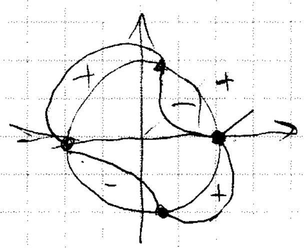
$x = \frac{\pi n}{2}$

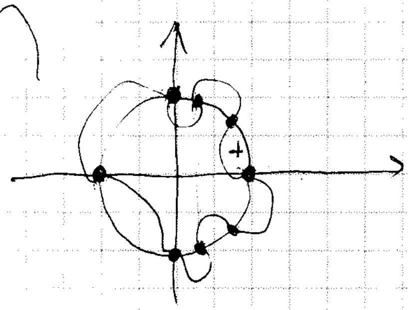
$x = \pm \frac{1}{2}(\pi - \arccos \frac{1}{4}) + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

$\sin \frac{\pi}{6}(1 - 4\cos \frac{\pi}{6}) =$

$\sin \frac{\pi}{6} - 2\sin \frac{\pi}{3} =$

$= \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$



# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найдем ОДЗ для уравнения (5): $\sqrt{x+3} = 2x+5$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 2x+5 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \geq -2,5 \end{cases} \Rightarrow x \in [-2,5; +\infty)$$

$-$ $+$

$-2$

решение неравенства соответствует ОДЗ уравнения (5).

~~5~~)

3. $>18$ чисел.

~~пять~~ шесть цифр – $5^{11}$ ; способов (1) $1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1$

12 чисел.

1) $\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$ $2\ 2\ 2$ $2^{12}\cdot 1 =$

2) $\cdot \underbrace{\ }_{1}^{6} \underbrace{\ }_{2}^{11}$ $2^{11}$

3) $\underset{1\ 2}{\cdot\cdot} \underbrace{\ }_{1}^{6} \underbrace{\ }_{2}^{10}$ $2^{11}$ $12\cdot 2^{11} + 2^{12}$

$2^{11}(12+2)$ $14\cdot 2^{11}$

4) $\cdot\cdot\cdot \underbrace{\ }^{6} \underbrace{\ }_{2}^{9}$ $2^{11}$

5) $\cdot\cdot\cdot\cdot$ 6 8
$\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot$ 6 7

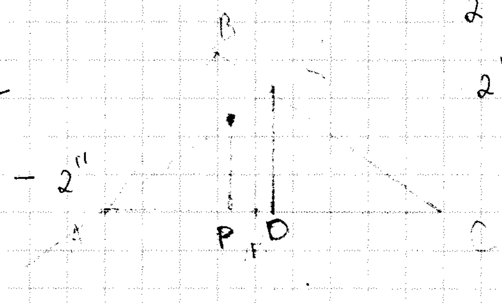
6) 6 6 6
7) 7 6 5
8) 8 6 4
9 6 3
10 6 2
11 6 1
12 6 $- 2^{11}$

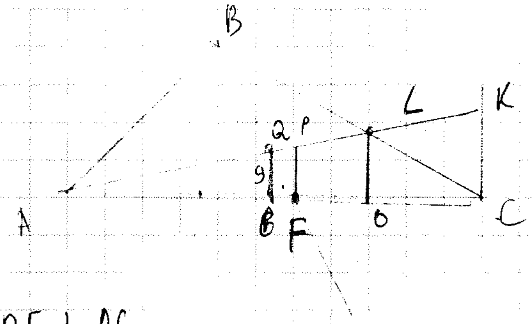
$2^{10} = 1024$

$2^{11} = 2048$

$$\begin{array}{r} \times 2048 \\ 14 \\ \hline 8192 \\ +2048\ \ \\ \hline 28672 \end{array}$$

3






$\frac{AF}{FC} = \frac{3}{4}$ $\angle O - ?$

$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{1}{16}$ $QF = 9$

$\frac{S_{AOL}}{S_{LOC}} = \frac{AO \cdot OL}{OC \cdot OL} = \frac{AO}{OC}$

$PF \perp AC$

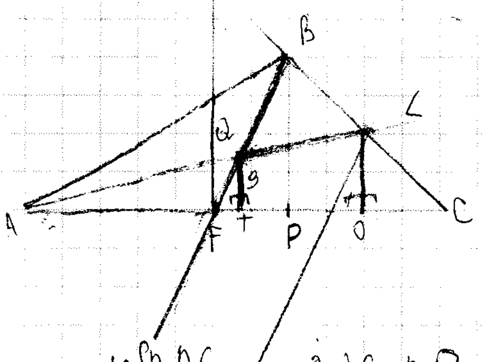
$\frac{AF}{FC} = \frac{3}{4}$ $\frac{AF}{AC} = \frac{3}{7}$

$\triangle AKC \sim \triangle APF$

$\frac{AF}{AC} = \frac{PF}{KC} = \frac{AP}{AK}$

$AB = 2R$
$AD = 4R$
$DC = 4R$
$BC = 4R$

$2R = 10$
$R = 5$




$S_{BQL} = BQ \cdot QL \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin BQL$

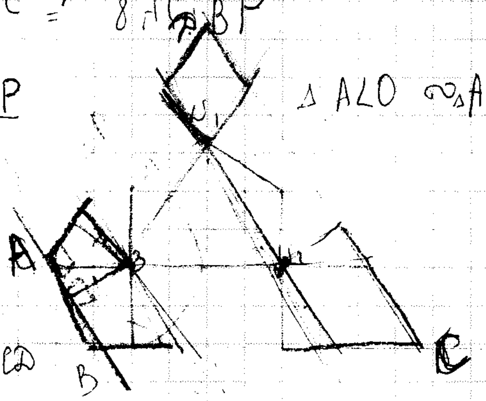
$S_{BAC} = AB \cdot BC \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin ABC$

$QT = 9$ $\frac{AQ}{QO} =$

$S_{BQL} = 16 S_{BAC} = 8 AC \cdot BP$

$S_{BAC} = \frac{AC \cdot BP}{2}$

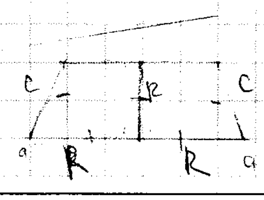
$\triangle ALO \sim \triangle AQT$




$AD + BC - AB - CD = 10$

$AD + BC = 10 + AB + CD$

$AD = 4R$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

13-004
ШИФР
(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^2 = a$

$x = \pm\sqrt{a}$

$y = a$;

$2x = a_\Delta$

$2x = \sqrt{1348}$

$x = \frac{\sqrt{1348}}{2}$

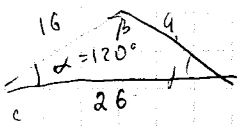
$a = \frac{1348}{4} = 337$

1)

$26 \times 26$: 156, 52, 676

$16 \times 26$: 96, 32, 416

$16 \times 16$: 96, 16, 256




$\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$

676 + 256 + 416 = 1348

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos 120^\circ = 16^2 + 26^2 + 2 \cdot 16 \cdot 26 \cdot \frac{1}{2} =$

$= 256 + 676 + 416 = 1348$

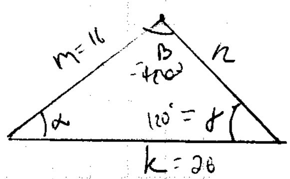
$a_\Delta = \sqrt{1348}$

256 + 676 = 932; 932 + 416 = 1348

m, n, k

1348 : 4 = 337

2) $\beta = 120^\circ$; $m = 16$; $k = 26$




3) $\gamma = 120^\circ$;

$m^2 = n^2 + k^2 - 2nk \cdot \cos 120^\circ$

$n^2 = m^2 - k^2 + 2nk\cos 120^\circ$

$= 256 -$

$k^2 = m^2 + n^2 - 2mn\cos 120^\circ$

$n^2 = k^2 - m^2 + 2mn\cos 120^\circ = 676 - 256 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 416 =$

$= 420 - 416 = 10 \Rightarrow n = \sqrt{10}$

$2x = \sqrt{10}$

$x = \frac{\sqrt{10}}{2}$, $a = x^2 = \frac{10}{4} = 2{,}5$

$2 = 2\sqrt{y_3}$

$4 = 4y_3$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

N 5

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geqslant 1$

$\log_2 8 = 3$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - 1 \geqslant 0$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - 1 = 0$

$\sqrt{x+3} - x = x+5$

$\boxed{\sqrt{x+3} = 2x+5}$ $\quad \cancel{\sqrt{x+3} - 2x - 5 \geqslant 0}$

ОДЗ:

$\begin{cases} x+5 \geqslant 0 \\ \sqrt{x+3} - x \geqslant 0 \\ \sqrt{x+3} - x \neq 1 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x \geqslant -5 \\ x \in [-3; \frac{1+\sqrt{13}}{2}] \\ x \neq 1 \end{cases}$

$\sqrt{x+3} = x$

$\cancel{x+3 = x^2}$

$\sqrt{x+3} - x = 1$

$AD = 4R$

$\sqrt{x+3} = 1 + x$

$\sqrt{x+3} \geqslant x$

$\left[ \begin{array}{l} \begin{cases} x \leqslant 0 \\ x+3 \geqslant 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 0 \\ x+3 \geqslant x^2 \end{cases} \end{array} \right.$ $\quad \left[ \begin{array}{l} \begin{cases} x \leqslant 0 \\ x \geqslant -3 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 0 \\ x \in [\frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2}] \end{cases} \end{array} \right.$ $\quad x \in [-3; 0]$, $\quad x \in (0; \frac{1+\sqrt{13}}{2}]$

$x+3 = 1 + 2x + x^2$ $\quad AT = R\sqrt{2}$

$x^2 + x - 2 = 0$ $\quad \frac{4R + 2R\sqrt{2}}{4R \cdot 8\sqrt{2}} = \frac{DK}{2R}$

$a + b + c = 0,$

$x^2 - x - 3 \leqslant 0$

$x_1 = 1$

$x_2 = -2$

$DK = \frac{(2R + R\sqrt{2}) \cdot \cancel{2R}}{\cancel{R\sqrt{8}}}$ $\quad \sqrt{2}$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -3 \end{cases}$ $\quad D = 1 + 12 = 13$

пр.: $\sqrt{1+3} = 1+1$ ✓ $\quad \sqrt{3-2} = 1-2$ —

$\sqrt{4} = 2$ $\quad \sqrt{1} = -1$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$

$x = 1$

$\sqrt{x+3} = 2x+5$

$x + 3 = 4x^2 + 20x + 25$

$4x^2 + 19x + 22 = 0$

$\begin{array}{r} \times \; 19 \\ 19 \\ \hline +\;171 \\ 19 \\ \hline 361 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} \times \; 16 \\ 22 \\ \hline +\;32 \\ 32 \\ \hline 352 \end{array}$

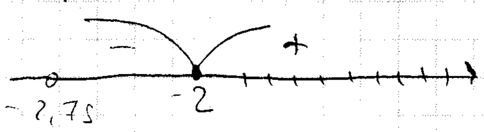
$x_{1,2} = \frac{-19 \pm \sqrt{361 - 16 \cdot 22}}{8} = \frac{-19 \pm 3}{8}$

$x_1 = \frac{-19+3}{8} = -\frac{16}{8} = -2$

$x_2 = \frac{-19-3}{8} = -\frac{22}{8} = -\frac{11}{4} = -2{,}75$

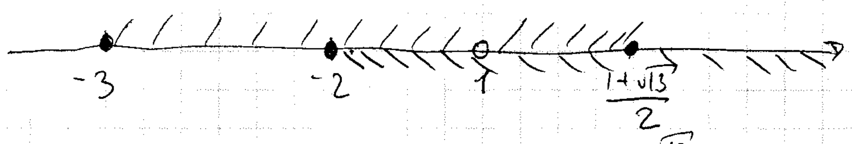
пр.: $1 = 5 - 4$ ✓

$\sqrt{0{,}25} = 5 - 2 \cdot 2{,}75$ —




$\sqrt{13} \sim 3,$

$\frac{1+3}{2}$




$x \in [-2; 1) \cup (1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}]$.

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)