МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 11-005

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1;45]$, $[46;90]$, $[91;135]$, $[136;180]$, $[181;225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2; $g(x)=\sin 3x\cdot\sin 7x-\sin^2 x+\cos^2 5x+4$;

Решение: Найдём производную от функции $g(x)$;

$$g'(x)=(\sin 3x\cdot\sin 7x-\sin^2 x+\cos^2 5x+4)'=(\sin 3x\cdot\sin 7x)'-(\sin^2 x)'+(\cos^2 5x)'+(4)'=(\sin 3x)'\cdot\sin 7x+\sin 3x\cdot(\sin 7x)'-(\sin^2 x)'+(\cos^2 5x)'+(4)';$$

1) $(\sin 3x)'=3\cdot\cos 3x$; 5) $(4)'=0$;

2) $(\sin 7x)'=7\cdot\cos 7x$;

3) $(\sin^2 x)'=2\cdot\sin x\cdot\cos x$;

4) $(\cos^2 5x)'=-2\cdot 5\cdot\sin 5x\cdot\cos 5x \Rightarrow g'(x)=3\cdot\cos 3x\cdot\sin 7x+$

$$+\sin 3x\cdot 7\cdot\cos 7x-2\sin x\cdot\cos x-2\cdot 5\cdot\sin 5x\cdot\cos 5x+0=$$

$$=3\sin 7x\cdot\cos 3x+7\sin 3x\cdot\cos 7x-2\sin 2x-5\sin 10x=$$

$$=\frac{3(\sin 10x+\sin 4x)}{2}+\frac{7(\sin 10x-\sin 4x)}{2}-2\sin 2x-5\sin 10x=$$

$$=\frac{3\sin 10x+3\sin 4x+7\sin 10x-7\sin 4x-4\sin 2x-10\sin 10x}{2}=$$

$$=-2\sin 4x-2\sin 2x=g'(x);$$

Приравниваем производную от функции к нулю $\Rightarrow$

$\Rightarrow g'(x)=-2\sin 4x-2\sin 2x=0 \Rightarrow \sin 2x+\sin 4x=0$

$\sin 2x(1+2\cos 2x)=0 \Rightarrow \sin 2x=0$; $\cos 2x=-\frac{1}{2} \Rightarrow$

$2x_1=\pi k_1$; $x_1=\frac{\pi}{2}\cdot k_1 \Rightarrow x_2=\pm\frac{\pi}{3}+\pi k_2$; $\Rightarrow$

⇒ достаточно проверить max и min от $g(x)$ в этих углах: $0, \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; 2\pi; \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}$; т.к. x_1 и x_2 зависят от k_1 и k_2 ⇒

1) $g(0) = \sin 0 \cdot \sin 0 - \sin^2 0 + \cos^2 0 + 4 = 5$;

2) $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\frac{3\pi}{2} \cdot \sin\frac{7\pi}{2} - \sin^2\frac{\pi}{2} + \cos^2\frac{5\pi}{2} + 4 = (-1)\cdot 1 - 1 + 0 + 4 = 4$;

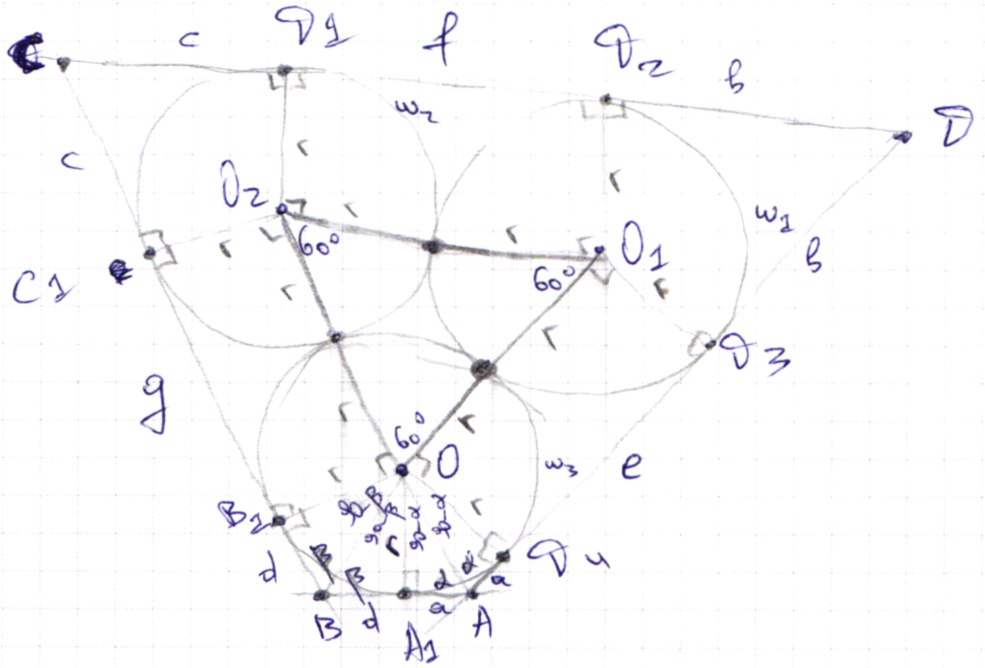
3) $g\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \sin\frac{9\pi}{2} \cdot \sin\frac{21\pi}{2} - \sin^2\frac{3\pi}{2} + \cos^2\frac{15\pi}{2} + 4 = 1 \cdot 1 - 1 + 0 + 4 = 4$;

4) $g(2\pi) = \sin 6\pi \cdot \sin 14\pi - \sin^2 2\pi + \cos^2 10\pi + 4 = 1 + 4 = 5$; ⇒

⇒ $\min g(x) = 4$; ⇒ $\max g(x) = 5$;

Ответ: $\min g(x) = 4$; $\max g(x) = 5$;

№4.



$A_1, B_1, C_1, D_1, D_2, D_3, D_4$ ⇒ точки касания окружности со сторон четырехугольника $ABCD$; r − это радиус окружностей;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Пусть нам дан четырехугольник (произвольный) который я нарисовал; Пусть $AA_1 = AD_4 = a$, где A_1 и D_4 точки касания окружности ω_3 со сторон AB и AD четырехугольника. Анологично $DD_3 = DD_2 = b$; $CD_1 = CC_1 = c$; $BB_1 = BA_1 = d$; Пусть $D_3D_4 = e$; $C_1B_1 = g$; $D_1D_2 = f$; Пусть O_1 и O_2 это центры окружностей ω_1 и ω_2 $\Rightarrow O_1D_3 = OD_4 = r$ и ещё $O_1D_3 \perp AD$ и также $OD_4 \perp AB$ т.к точки D_3 и D_4 — это точки касания $\Rightarrow OD_4 \parallel O_1D_3 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ четырехугольник $OO_1D_3D_4$ — прямоугольник. Анологично четырехугольники $OO_2C_1B_1$ и $D_1D_2O_1O_2$ — тоже являются прямоугольниками. $\Rightarrow D_4D_3 = 2r = C_1B_1 = D_1D_2 = e = f = g$; Треугольник OO_1O_2 равносторонний со стороной $2r \Rightarrow \angle OO_2O_1 = 60°$; По условию $AD + BC - AB - CD = 12 \Rightarrow AD + BC - AB - CD = \cancel{a} + e + b + c + g + d - \cancel{a} - d - c - f - \cancel{b} = 12$

$e + g - f = 12 \Rightarrow 2r + 2r - 2r = 12 \Rightarrow \boxed{r = 6}$;

2) Пусть $\angle BAD = 2\alpha \Rightarrow \angle BAO = \angle OAD = \alpha$, т.к. OA — это биссектриса угла BAD; Пусть $\angle CBA = 2\beta \Rightarrow \angle CBO = \angle OBA = \beta$, т.к BO — это биссектриса угла CBA. Если рассмотрим точку O $\rightarrow$ если складываем углы то получаем $360°$ — т.к это полный угол, т.е. $60 + 90 + 90 + 2(90-\beta) + 2(90-\alpha) = 360 \Rightarrow 60 + 180 + 360 - 2\beta - 2\alpha = 360 \Rightarrow \alpha + \beta = 120$. Нам надо найти $\angle AOB$; $\angle AOB = 90 - \beta + 90 - \alpha = 180 - \alpha - \beta = 180 - 120 = \boxed{60°}$

3) $S(AOB) = \frac{AB \cdot r}{2} = \frac{AO \cdot BO}{2} \cdot \sin\angle AOB$; $\boxed{r=6}$; $AO \cdot BO = 58$

$\angle AOB = 60°$;

$\frac{AB \cdot 6}{2} = \frac{58}{2} \cdot \sin 60°$

$3AB = 29 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$AB = \frac{29\sqrt{3}}{6}$;

Ответ: 1) $r=6$; 2) $\angle AOB = 60°$; 3) $AB = \frac{29\sqrt{3}}{6}$;

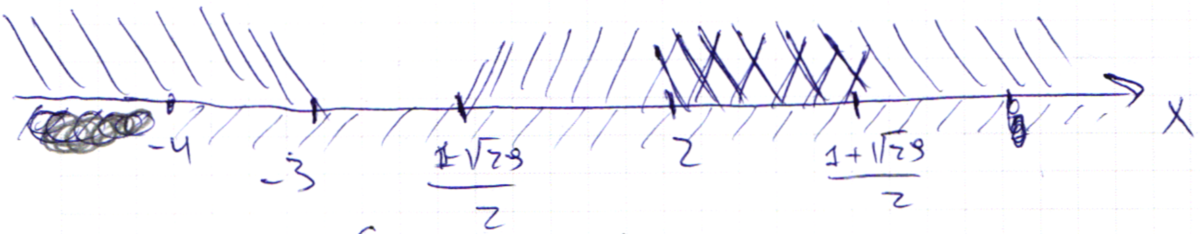
5) $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$; ОДЗ: $\begin{cases} x+4>0 \\ x+7 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-4 \\ x \geq -7 \end{cases} \Rightarrow \{x>-4$;

1) пусть $1 > \sqrt{x+7} - x > 0$ решаем первое неравенство

$1 > \sqrt{x+7} - x \Rightarrow 1+x > \sqrt{x+7} \Rightarrow 1+x^2+2x > x+7 \Rightarrow x^2+x-6>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in (-\infty;-3) \cup (2;+\infty)$; теперь решаем второе неравенство $\sqrt{x+7} > x \Rightarrow x+7 > x^2 \Rightarrow x^2-x-7<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$; А теперь объединяем:



$\Rightarrow x \in \left(2; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$;

Т.к. $1 > \sqrt{x+7} - x > 0 \Rightarrow \log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}\sqrt{x+7}-x$

$x+4 \leq \sqrt{x+7} - x$

$4x^2+16+16x \leq x+7$

$4x^2+15x+9 \leq 0 \Rightarrow x \in \left[-3; -\frac{3}{4}\right]$ этот случай

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

не имеет общее решение, т.е решение, т.к объединение нет.

т.е. $x \in \left(2; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$ и $x \in \left[-3; -\frac{3}{4}\right]$ $\varnothing$;

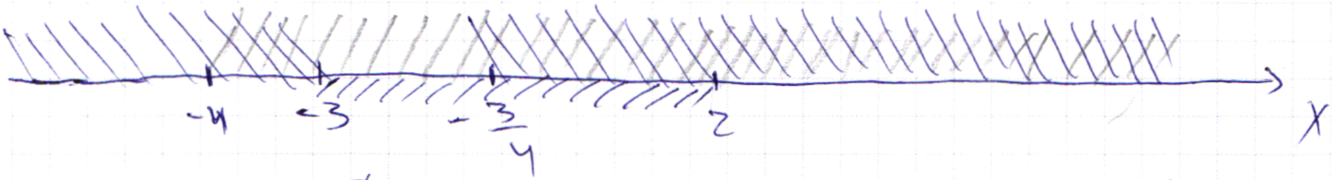
(2) Пусть $\sqrt{x+7}-x > 1 \Rightarrow \sqrt{x+7} > x+1 \Rightarrow x+7 > x^2+2x+1$

$x^2+x-6 < 0 \Rightarrow x \in (-3; 2)$;

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1 = \log_{\sqrt{x+7}-x}\sqrt{x+7}-x \Rightarrow$

$\Rightarrow x+4 \geqslant \sqrt{x+7}-x \Rightarrow 2x+4 \geqslant \sqrt{x+7} \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in (-\infty; -3] \cup \left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$, теперь объединяем



$\Rightarrow x \in \left[-\frac{3}{4}; 2\right)$; Ответ: $\left[-\frac{3}{4}; 2\right)$;

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

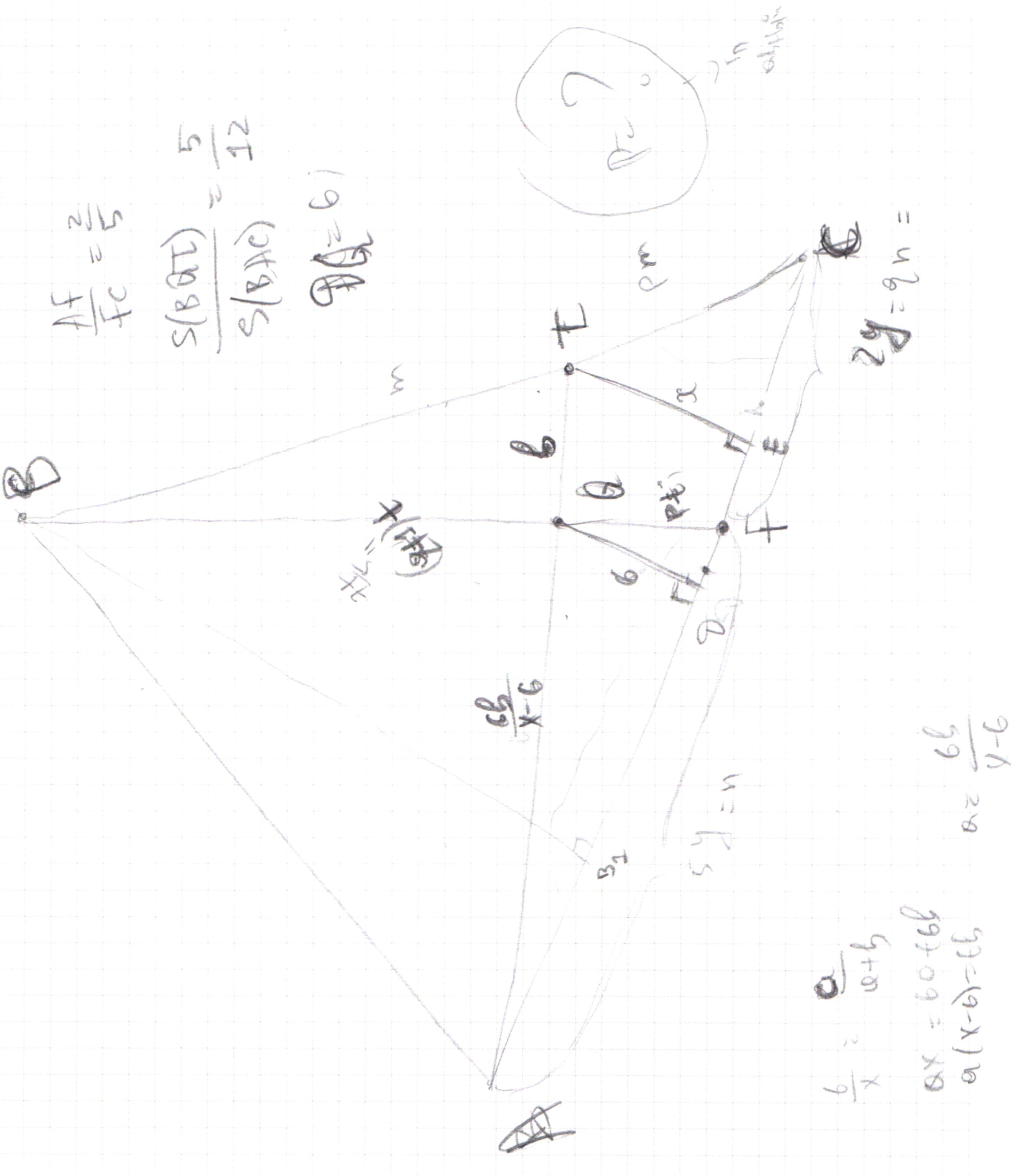
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

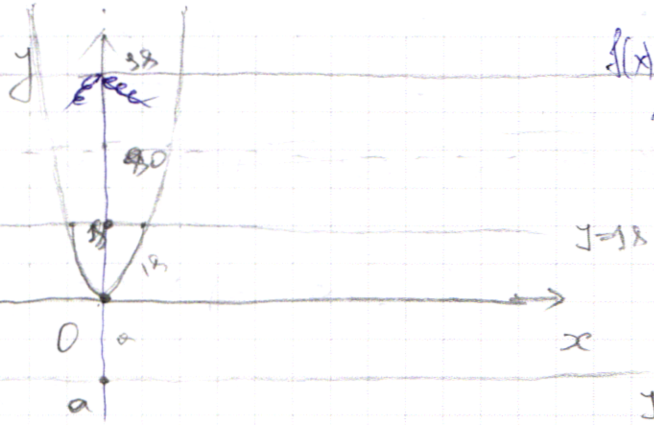
11-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{y=2x^2}$



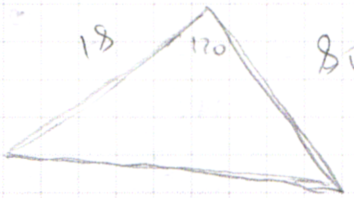
$f(x)=a^2;\ a=\cos 5x;\ 5x=b$

$f(x)=\cos^2 5x;\ f'(x)=-2a\cdot\sin 5x\cdot 5$

$f(x)=\sin^2 x;$

$f(x)=a^2;\ a=\sin x$

$2\cdot a\cdot\cos x$



80

$g(x)=\sin 3x\cdot\sin 7x-\sin^2 x+\cos^2 5x+4;$

$g'(x)=(\sin 3x)'(\sin 7x)+\sin 3x(\sin 7x)'-(\sin^2 x)'+(\cos^2 5x)'+4'=3\cdot\cos 3x\cdot\cos 7x+$

$+7\cdot\sin 3x\cdot\cos 7x-2\cdot\sin x\cdot\cos x-10\cdot\sin 5x\cdot\cos 5x$

$\frac{3}{2}\cdot(\cos 10x+\cos 4x)+\frac{7}{2}(\sin 10x-\sin 4x)-2\sin x\cdot\cos x-5\sin 10x=$

$=3(\cos 10x+\cos 4x)+7\sin 10x-7\sin 4x-\sin 2x$

$\boxed{\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4)\geq 1}$ $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4)^2\geq\log_{\sqrt{x+7}-x}\sqrt{x+7}-x$

1) $0<\sqrt{x+7}-x\leq 1$; (1.1) $\sqrt{x+7}-x>0$; $\sqrt{x+7}>x$; $x+7>x^2$

$x^2-x-7<0$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$ $\quad \log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}(\cancel{\sqrt{x+7}-x})$

1) $0 < \sqrt{x+7} - x < 1$; $\sqrt{x+7} - x > 0$; $\sqrt{x+7} > x$; $x+7 > x^2$; $x^2 - x - 7 < 0$

$1 + 28 = 29$; $\frac{1+\sqrt{29}}{2}$; $\frac{1-\sqrt{29}}{2}$; $\left(\frac{1-\sqrt{29}}{2} ; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$\sqrt{x+7} - x < 1$; $\sqrt{x+7} < 1 + x$; $x + 7 < 1 + x^2 + 2x$; $x^2 + x - 6 > 0$

$\frac{-1+5}{2} = 2$; $\frac{-1-5}{2} = -3$; $(-\infty ; -3) \cup (2 ; +\infty)$

$f(x) = \cos^2 5x = a^2$

$a = 5x$; $(a^2)' \cdot (5x)' =$

$= 2a \cdot 5 =$

$= 10 \cdot \cos 5x$

-3 $\quad \frac{1-\sqrt{29}}{2}$ $\quad 2$ $\quad \frac{1+\sqrt{29}}{2}$

-4 $\quad -3$ $\quad -\frac{3}{4}$ $\quad 2$

$\frac{1-\sqrt{29}}{2} < -3$ $\qquad \frac{1-\sqrt{29}}{2} > -3$

$\left(-\frac{3}{4} ; 2\right)$

$f(x) = \sin^2 7x$

$1 - \sqrt{29} < -6$ $\quad f(x) = a^2$; $a = 7x$ $\quad 1 - \sqrt{29} > -6$

$-\sqrt{29} < -5$ $\quad 2 \cdot a \cdot \sin 7x$ $\qquad \sqrt{29} < 7$

$2 \cdot a \cdot a' \cdot 7x$

$\frac{1-\sqrt{49}}{2} = -3$ $\quad 29 > 25$ $\quad 2 \cdot \sin 7x$; $\qquad x + 4 \leq \log \sqrt{x+7} - x$

$\left(2 ; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$ $\qquad 2x + 4 \leq \sqrt{x+7}$

$4x^2 + 16 + 16x - x - 7 \leq 0$

$16 \quad 9 \quad 144 \quad 5 \quad 69$

$4x^2 + 15x + 9 \leq 0$

$225 - 144 = 81$ $\qquad 225 - 144 = 9^2$

$\sqrt{x+7} - x > 1$ $\qquad \frac{-15+9}{8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$ $\qquad \left[-\frac{3}{4} ; -\frac{3}{4}\right]$

$x + 7 > 1 + x$ $\qquad \frac{-15-9}{8} = -3$ $\qquad x > -4$

$x^2 + 14x + 49 > 1 + x^2 + 2x$

$x + 7 > 1 + x^2 + 2x$ $\qquad \frac{-1+5}{2} = 2$; $\frac{-1-5}{2} = -3$ $\qquad 4x^2 + 16 + 16x - x - 7 \geq 0$

$4x^2 + 15x + 9 \geq 0$

$x^2 + x - 6 < 0$ $\qquad x + 4 \geq \sqrt{x+7} - x$ $\qquad (-\infty ; -3] \cup \left[-\frac{3}{4} ; +\infty\right)$

$(-3 ; 2)$ $\qquad 2x + 4 \geq \sqrt{x+7}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

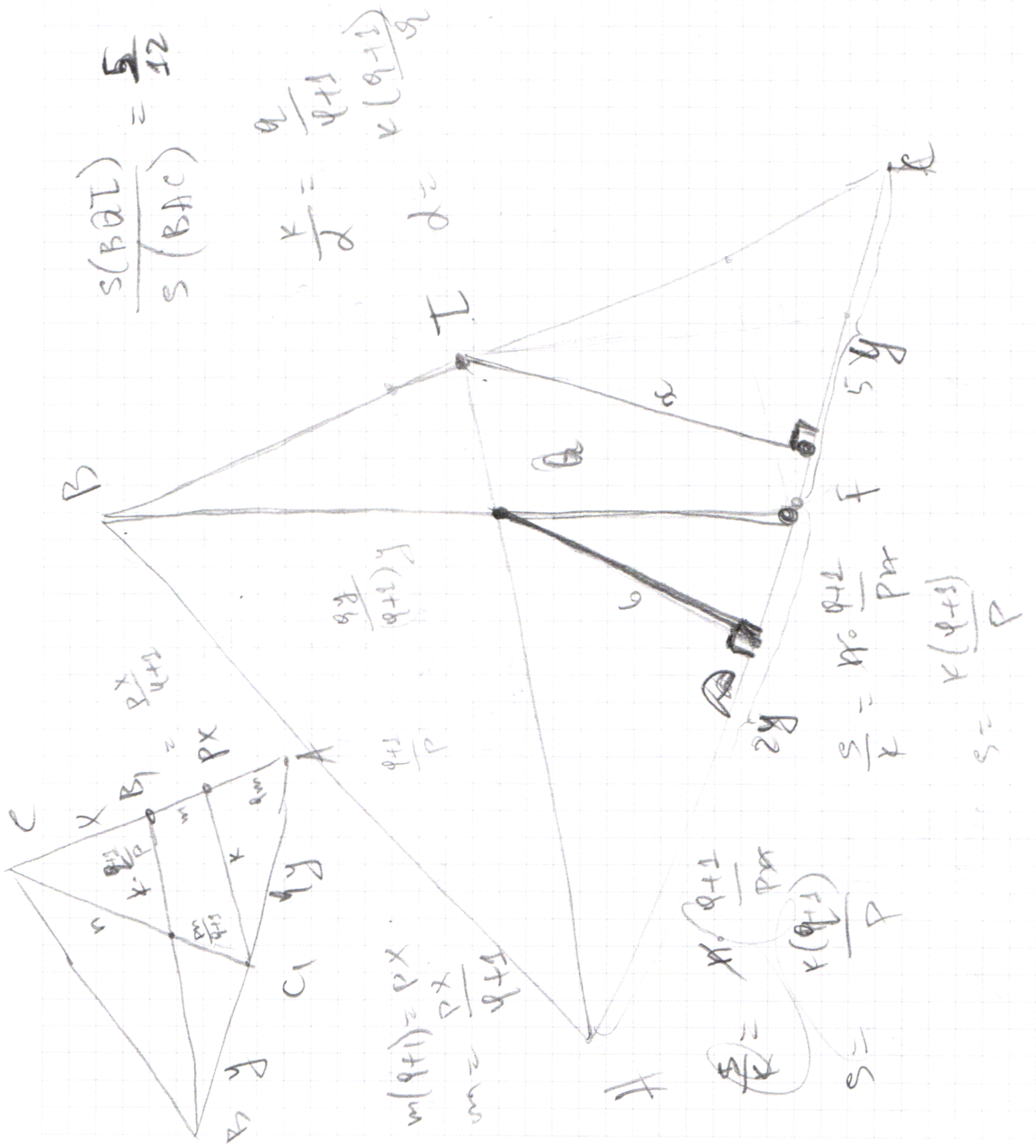
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$6q = (x-6)(p+1)$

$6 \cdot \frac{2}{5} = (x-6)(p+1)$

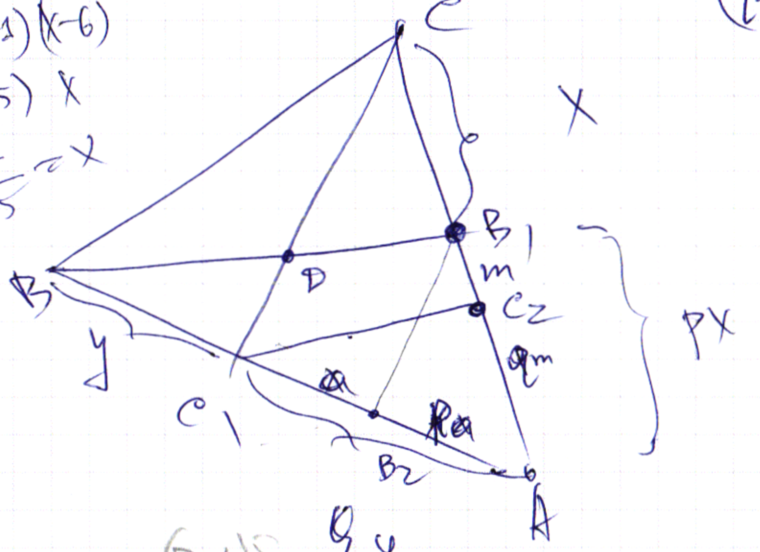
$12 = 5(p+1)(x-6)$

$(5p+5) \cdot 6 + 12 = (5p+5)\,x$

$\frac{30p+42}{5p+5} = x$

$\frac{2}{5} \cdot n = 7y$

$n = 5y$



$(q+1)m = px$

$m = \frac{px}{q+1}$

$\frac{CD}{C_1D} = \frac{x}{m} = x \cdot \frac{q+1}{px} = \frac{q+1}{p}$

$(p+1)a = qy$

$a = \frac{qy}{n+1}$

$\frac{BD}{B_1D} = y \cdot \frac{p+1}{qy}$

$\frac{Aa}{Ia} = \frac{6b}{(x-6)b} = \frac{p+1}{q} = \frac{6}{x-6} = \frac{(p+1)5}{2}$

$2y = qn$

$5y = n$

$2y = qn$

$2y = q\,5y$

$q = \frac{2}{5}$

$\frac{(p+1)5}{2}$

$\frac{Ba}{Fa} = \frac{q+1}{p} = \frac{7}{5p}$

$\frac{6}{BB_1} = \frac{p+}{(p+\frac{7}{5})+}$

$\frac{2}{5}+1 = \frac{7}{5}$

$BB_1 = \frac{6 \cdot (p+\frac{7}{5})}{p}$

$2y = qn$

$5y = n$

$\frac{2}{5} = q$

$\frac{7}{5p}$

$12 = (x-6)(5p+5)$

$12 + 30(p+1) = x(5p+5)$

$\frac{30p+42}{5p+5} = x$

$\frac{6 \cdot (5p+7)}{5p} = BB_1$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

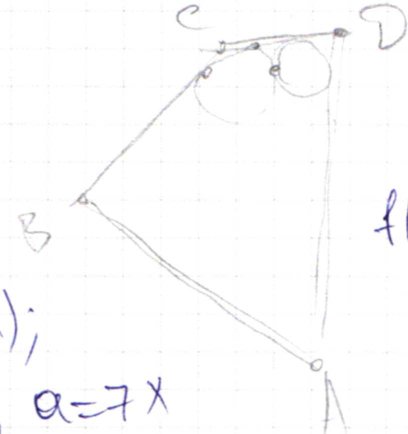
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$3x^2$

$3(x+7)^2$

$f(x)=3(x+7)^2;$

$f(x)=3a^2;$

$(\sin 7x)'$

$f(x)=\sin 7x;$

$f(x)=a;\ a=\sin b;\ b=7x$

$\cos 7x\cdot\cos$

$f(x)=(x+7)^2;$

$f(x)=a^2;\ a=x+7;$

$2\cdot a\cdot(x+7)$

$\sin 7x = f(x);$

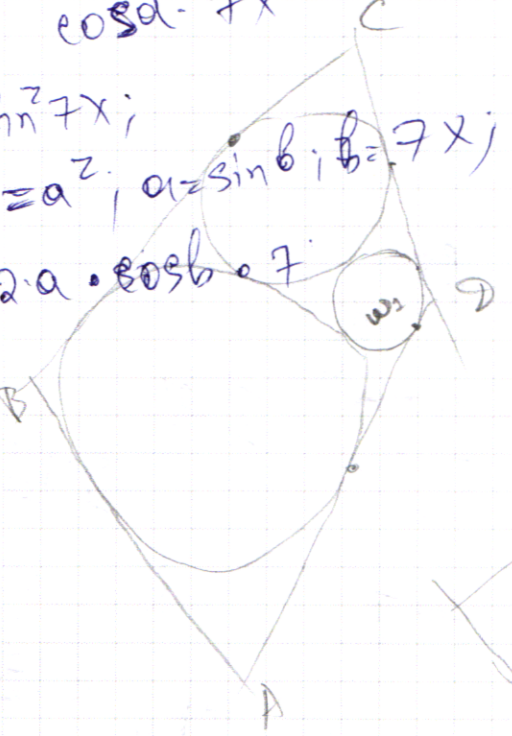
$f(x)=\sin a;\ a=7x$

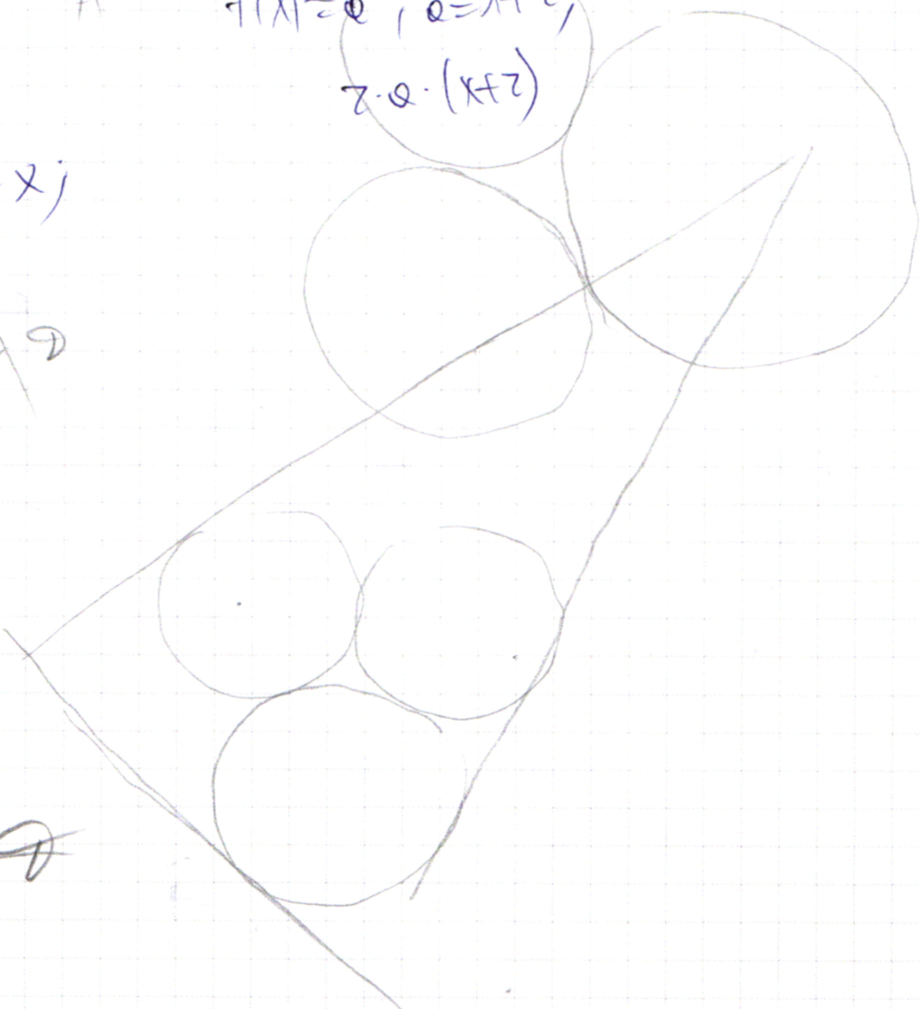
$\cos a\cdot 7x$

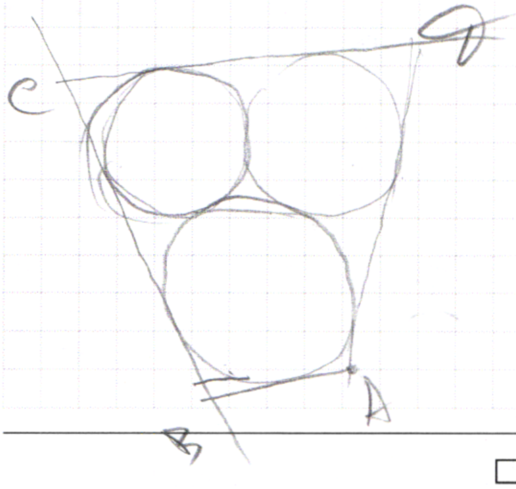
$f(x)=\sin^2 7x;$

$f(x)=a^2;\ a=\sin b;\ b=7x;$

$2\cdot a\cdot\cos b\cdot 7$





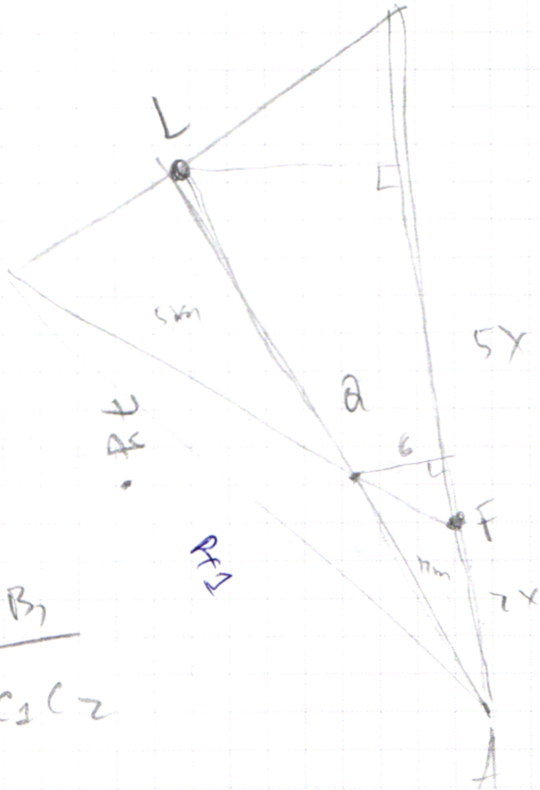
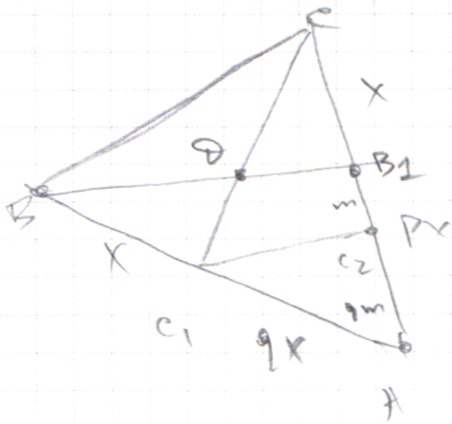


☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

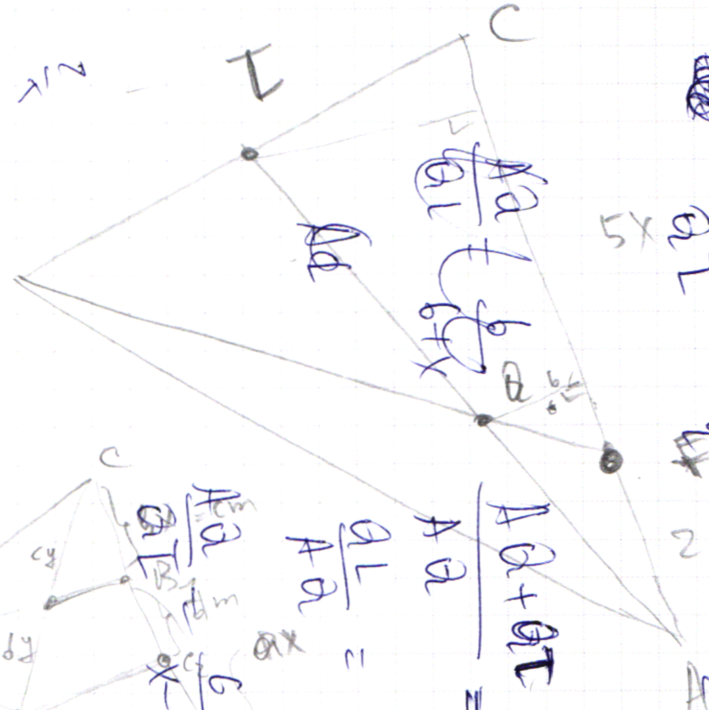
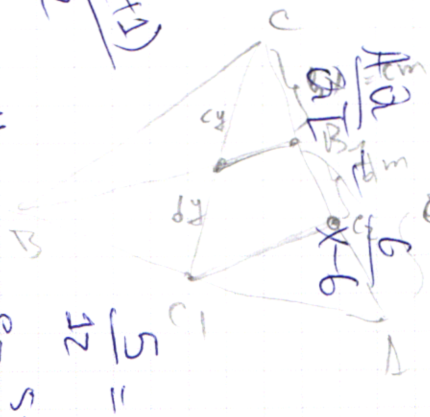



$$\frac{CD}{C_1C} = \frac{DB_1}{C_1C_2}$$

$(q+1)\,m = px$

$$m = \frac{px}{q+1}$$

$$\frac{S(BQL)}{S(BAC)} = \frac{5}{12}$$

$CB_1 = bx = c\,m$

$AB_1 = ax$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

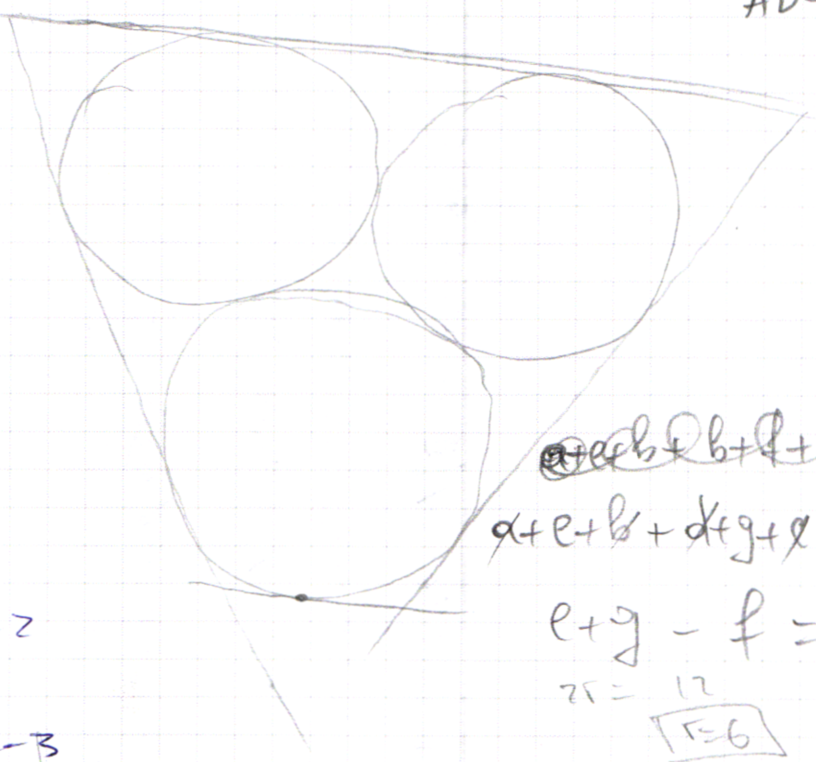
11-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AD+BC-AB-CD=12$



$\cancel{a+e+b}+b+f+c-$

$a+e+\cancel{b}+\cancel{d}+g+\cancel{c}-\cancel{a}-\cancel{c}-e-f-\cancel{b}$

$e+g-f=12$

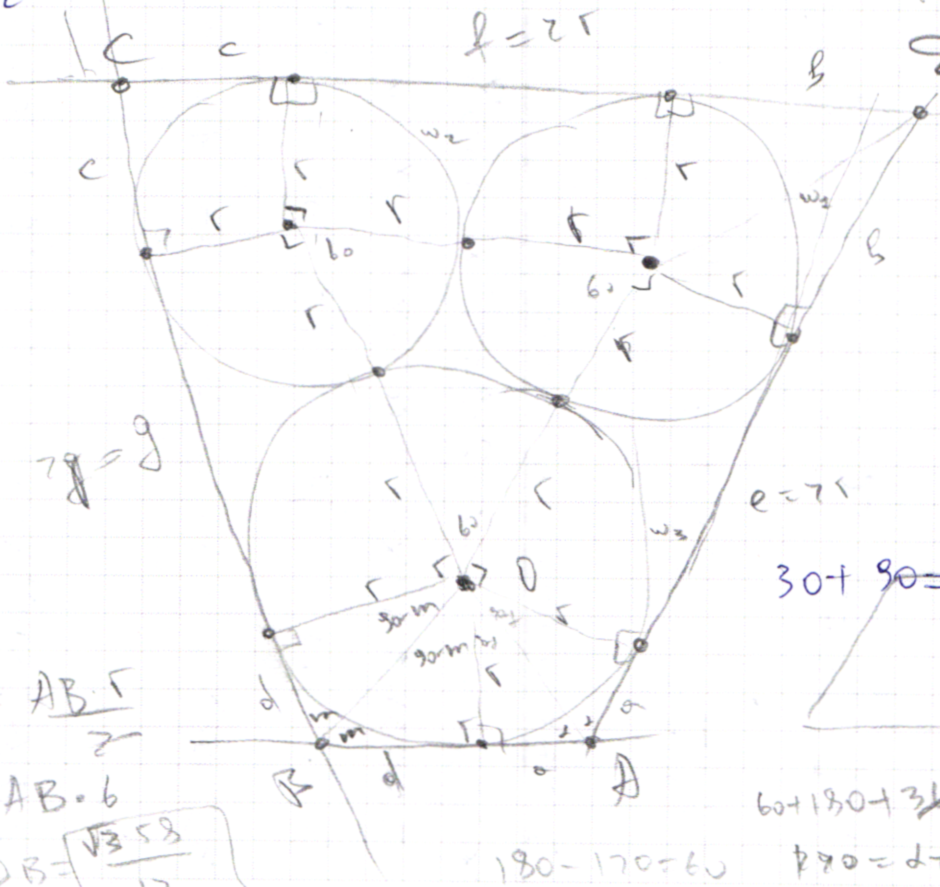
$2r=12$

$\boxed{r=6}$ $\boxed{16}$

$\frac{-1+5}{2}=2$

$\frac{-1-5}{2}=-3$

$f=2r$



$\to 2 \quad \frac{1-\sqrt{79}}{2}$

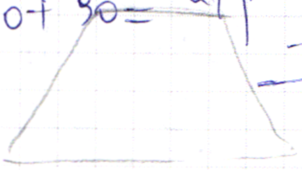
$-7 \quad 2-\sqrt{79}$

$49 > 29$

$\frac{1+\sqrt{79}}{2} \quad 2 \quad 4$

$\sqrt{79} \quad 27$

$30+90=\alpha+\beta$



$\frac{-15+9}{8}=$

$\sin 60 \quad \frac{AO\cdot BO}{2}=\frac{AB\cdot r}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 58=AB\cdot 6$

$AB=\boxed{\frac{\sqrt{3}\,58}{12}}$

$180-120=60$

$60+180+3\cancel{60}-2\alpha-2\beta=3\cancel{60}$

$=\frac{3}{4}$

$180=\alpha+m$

$\frac{\cancel{-15-9}}{8}=-3$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$S(ABF) = \frac{BB_1 \cdot AF}{2} = \frac{3 \cdot (5P+7)}{5P} \cdot n = \frac{3y(5P+7)}{P}$

$S(AQF) = \frac{AF \cdot QD}{2} = 3n = 15y$ $f(x) = \sin^2 x$; $= a^2$; $a = \sin x$

$f(x) = \cos^2 5x = a^2$; $a = \cos b$; $b = 5x$

$S(AIC) = \frac{x \cdot 7y}{2} = \frac{15P+21}{5P+P} \cdot 7y \cdot$

$\cancel{S(CIE) = \frac{x \cdot 7y}{2} = y \cdot \frac{30P+42}{5P+5}}$

$\sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$;

$\cos 3x \cdot 3 \cdot \sin 7x + 7 \cdot \cos 7x \cdot \sin 3x - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + 10 \cdot \cos 5x \cdot \cos 5x$

$3\cos 3x \cdot \sin 7x + 7 \cdot \cos 7x \cdot \sin 3x - 2\sin x \cdot \cos x + 10\cos 5x \cdot \sin 5x$

$\frac{3}{2} \cdot (\sin 10x + \sin 4x) + \frac{7}{2}(\sin 10x - \sin 4x) + \sin 2x + 5\sin 10x$

$\cancel{3\sin 10x} + \cancel{3\sin 4x} + 7\cancel{\sin 10x} - 4\sin 4x + 2\sin 2x + \cancel{10\sin 10x}$

$\sin 2x - 2\sin 4x = 0$; $\sin\alpha(1 - 4\cos\alpha) = 0$

$\sin\alpha - 2\sin 2\alpha = 0$; $\sin\alpha = 0$; $\cos\alpha = \frac{1}{4}$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2; $g(x)=\sin 3x\cdot\sin 7x-\sin^2 \cancel{7x}+\cos^2 5x+4$;

Решение: Найдём производную от $g(x)$; $\Rightarrow g'(x)=$

$=\left(\sin 3x\cdot\sin 7x-\sin^2 7x+\cos^2 5x+4\right)'=(\sin 3x)'\cdot\sin 7x+\sin 3x\cdot(\sin 7x)'-$

$-(\sin^2 7x)'+(\cos^2 5x)'+4'$; $(\sin 3x)'=3\cdot\cos 3x$;

$(\sin 7x)'=7\cdot\cos 7x$; $(\sin^2 7x)'=7\cdot 2\cdot\sin 7x\cdot\cos 7x$;

$(\cos^2 5x)'=-5\cdot 2\cdot\cos 5x\cdot\sin 5x$;

$\Rightarrow g'(x)=3\cdot\cos 3x\cdot\sin 7x$

$f(x)=\sin^2 x$; $f(x)=a^2$; $a=\sin x$; $2\cdot a\cdot\sin x=2\cdot\sin x\cdot\cos x$