МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1

ШИФР 15-016

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры “0”, “7” и “8” (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр “8” ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2. $g(x)=\sin 3x\cdot\sin 7x-\sin^2 x+\cos^2 5x+4$

$g'(x)=(\sin 3x)'\sin 7x+(\sin 7x)'\cdot\sin 3x-(\sin^2 x)'+(\cos^2 5x)'=$

$=3\cos 3x\cdot\sin 7x+7\cos 7x\cdot\sin 3x-(2\sin x\cos x)+$

$+(2\cos 5x(-\sin 5x)\cdot 5)=$

$=3\cos 3x\sin 7x+7\cos 7x\sin 3x-2\sin x\cos x+$

$+(-10\cos 5x\sin x)=3\cos 3x\sin 7x+7\cos 7x\sin 3x-2\sin x\cos x$

$-10\cos 5x\sin x=3\left(\frac{1}{2}(\sin 10x+\sin 4x)\right)+7\left(\frac{1}{2}(\sin 10x+\sin 4x)\right)-$

$-2\sin x\cos x-10\cos 5x\sin x=\frac{1}{2}(3\sin 10x+3\sin 4x+7\sin 10x+$

$+7\sin 4x)-2\sin x\cos x-10\cos 5x\sin x=\frac{1}{2}(10\sin 10x+10\sin 4x)$

$-2\sin x\cos x-10\cos 5x\sin x=5\sin 10x+5\sin 4x-$

$-2\sin x\cos x-10\cos 5x\sin x=5\sin 10x+5\sin 4x-$

$-\sin 2x-10\left(\frac{1}{2}(\sin 4x+\sin 6x)\right)=$

$=5\sin 10x+\cancel{5\sin 4x}-\sin 2x-\cancel{5\sin 4x}-5\sin 6x=$

$=5(\sin 10x-\sin 6x)-\sin 2x=5\cdot 2\left(\sin\frac{10-6}{2}x\cdot\cos\frac{10+6}{2}x\right)-$

$=10\sin 2x\cdot\cos 8x-\sin 2x=\underline{\sin 2x(10\cos 8x-1)}$

Найдём нули $\sin 2x(10\cos 8x-1)=0$

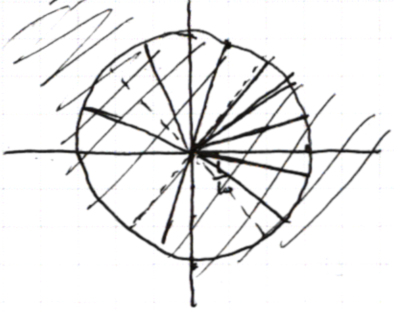
$\left[\begin{array}{l}\sin 2x=0\\ \cos 8x=\frac{1}{10}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}2x=\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ 8x=\pm\arccos\left(\frac{1}{10}\right)+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$

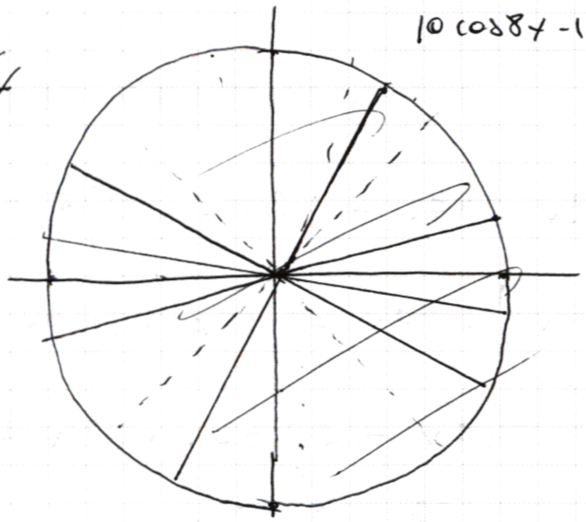
$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}k,\ k\in\mathbb{Z}\\ x=\pm\frac{1}{8}\arccos\left(\frac{1}{10}\right)+\frac{\pi}{4}k,\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$

~~10cos8x-1~~

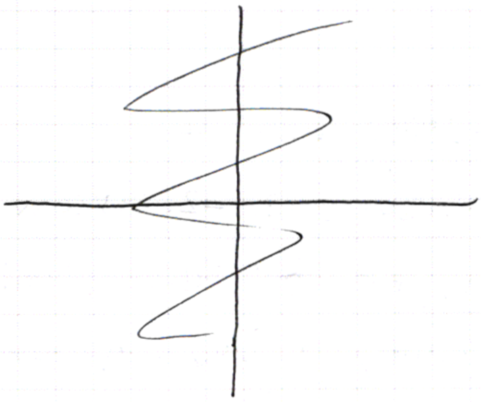
~~10/cos8x-1~~

10 cos8x -1





10 cos8x -1



$x=0$ – $g(x) = 0-0+1+4=5$ – наибольшее

$x=\frac{\pi}{2}$ $g(x) = 1-1+0+4=4$ – наименьшее.

Ответ: 4 – наименьшее; 5 – наибольшее.

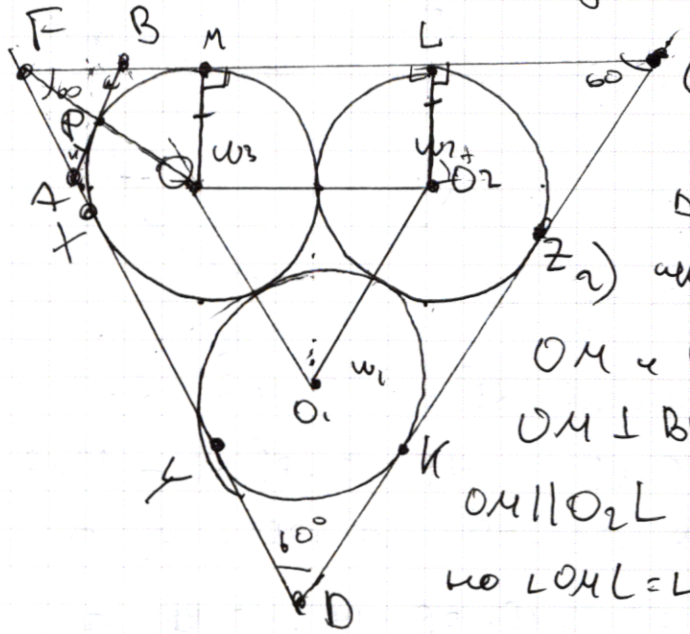
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a_1 = 89 - 13\cdot 3 = 89 - 39 = 50 \\ a_2 = 89 + 39 = 128 \end{array} \right. \\ a < 80 \end{cases} ; \quad a = 50$$

Ответ: $a = 158$; $a = 50$

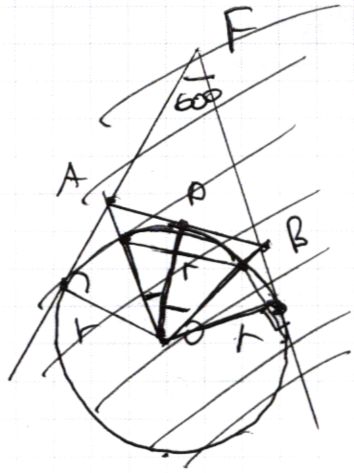
№4 $AD + BC - AB - CD = 12$

1) Т. касания и центры окружностей лежат на одной прямой $\Rightarrow$ и $r_1 = r_2 = r_3 = r \Rightarrow \triangle OO_1O_2$ – р/ст.



2) проведем радиусы OM и O_2L в т. касания. $OM \perp BC$; $O_2L \perp BC$; $\Rightarrow OM \parallel O_2L \Rightarrow OMLO_2$ – паралл.; но $\angle OML = \angle MLO_2 = 90° \Rightarrow OMLO_2$ – прямоуг. $\Rightarrow OO_2 \parallel FC \Rightarrow$
$\Rightarrow FCD$ – р/ст. $\triangle$; Так же $\Rightarrow$
$\Rightarrow ML = ZK = XY = 2r$; $AD + BC - AB - CD =$
$= AX + 2r + YD + BM + 2r + LC - AP - PB - DK - 2r - ZC = 12$
но $PB = BM$; $LC = ZC$; $YD = KD$; $AX = AP$ как кас. $\Rightarrow$
$2r = 12$; $r = 6$ т.к. ω_3 вписана в угол DFC, то

FO — бисс.;



б) ω_3 вписана в $\angle XAB$ и ABM $\Rightarrow$ AO и OB — бисс. Пусть $\angle FBA = \varphi$, $\Rightarrow$

$\angle FAB = 180 - 60 - \varphi = 120 - \varphi$;

$\angle XAB = 180 - (120 - \varphi) = 60 + \varphi$;

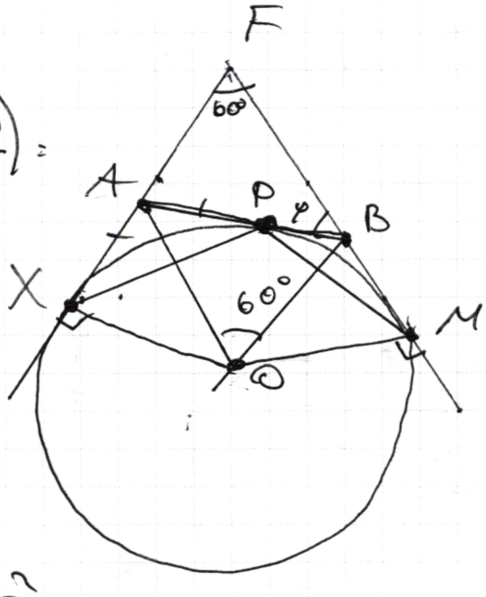
$\angle ABM = 180 - \varphi$

$\angle OAB = 30 + \frac{\varphi}{2}$

$\angle ABO = 90 - \frac{\varphi}{2}$

$\angle AOB = 180 - \left(30 + \frac{\varphi}{2}\right) - \left(90 - \frac{\varphi}{2}\right) =$

$= 60°$



в) $AO \cdot BO = 58$

Т. Пифагора $AO^2 = XA^2 + r^2$;

$OB^2 = BM^2 + OM^2$, но

$XA = AP$; $PB = BM$;

$AO^2 = AP^2 + r^2$; $OB^2 = PB^2 + r^2$

По Т. косинусов: $AB^2 = AO^2 + OB^2 - 2 \cdot AO \cdot OB \cdot \cos 60° =$

$= AO^2 + OB^2 - AO \cdot OB = AP^2 + r^2 + PB^2 + r^2 - AO \cdot BO$, $r = 6$.

$AB^2 = AP^2 + 36 + BP^2 + 36 - 58 = AP^2 + BP^2 + 72 - 58 =$

$= AP^2 + BP^2 + 14 \Rightarrow 2AP \cdot BP = 14$; $AP \cdot BP = 7$

$AO^2 = XA^2 + 36$; $OB^2 = \frac{49}{AP^2} + 36$; $\frac{49}{AP^2} = OB^2 - 36$; $AP^2 = \frac{49}{OB^2 - 36} =$

$= AO^2 - 36$; $49 = (OB^2 - 36)(AO^2 - 36)$;

$49 = (OB \cdot AO)^2 - 36OB^2 - 36OA^2 + 36 \cdot 36$; $49 = 58^2 + 36^2 - 36(OA^2 + OB^2)$

$36(OA^2 + OB^2) = 4611$; $OA^2 + OB^2 = \frac{1537}{12}$

$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 58 = \frac{1537}{12} - 58 = \frac{841}{12}$; Ответ: $r = 4$; $\angle AOB = 60°$

$AB = \sqrt{\frac{841}{12}} = \frac{29}{\sqrt{12}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-016

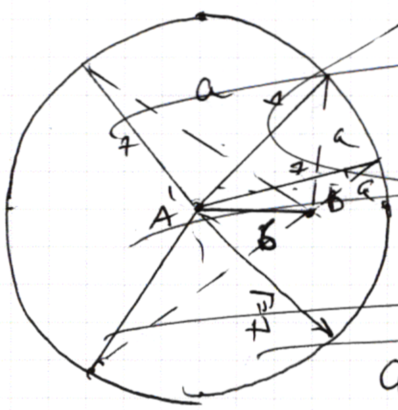
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 (продолжение)

а) Построим окружность с $r = 7$ отложим от центра $A'B' = 6$.



Наглядно видно, что $\angle = 120°$ может быть либо между 7 и 6, либо между a и 6.

б) Т. косинусов $\angle$ между 7 и 6.

$a^2 = 49 + 36 - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)\ \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) =$

$= 49 + 36 - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 49 + 36 + 7 \cdot 6 =$

$= 49 + 36 + 42 = 85 + 42 = 127;$

14×14: 56, 14, 196

$14 \times 6 = 84$

$a = \sqrt{127}$, т.к. $a > 0$ из графика.

в) $\angle$ между 6 и a:

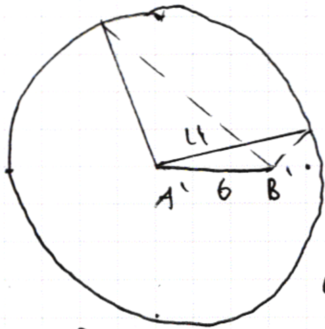
$49 = 36 + a^2 - 2 \cdot 6 \cdot a\left(-\frac{1}{2}\right) = 36 + a^2 + 6a$

$49 = 36 + a^2 + 6a;\quad a^2 + 6a - 13 = 0;\quad \frac{D}{4} = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 13 = 9 + 13 = 22$

№1 продолжение: построим окружность с $R = 14$

отложим от центра $A'B' = 6$

хорошо видно, что $\angle$ либо между 6 и 14, либо между $\sqrt{2a}$ и 6.



4) Th. косинусов $\angle = 120°$ между 6 и 14;

$2a = 6^2 + 14^2 - 2\cdot 6\cdot 14\cdot\cos 120 = 6^2 + 14^2 - 2\cdot 6\cdot 14\left(-\frac{1}{2}\right) =$

$= 6^2 + 14^2 + 6\cdot 14 = 36 + 196 + 84;$

$2a = 120 + 196 = 296 + 20 = 316; \quad a = 158;$

5) Th. косинусов $\angle = 120°$ между 6 и $\sqrt{2a}$;

$14^2 = 6^2 + 2a - 2\cdot 6\cdot\sqrt{2a}\cdot\cos 120° =$

$= 36 + 2a + 6\cdot\sqrt{2a};$

$196 = 36 + 2a + 6\sqrt{2a};$

$160 = 2a + 6\sqrt{2a}; \quad 80 = a + 3\sqrt{2a};$

$80 - a = 3\sqrt{2a};$

$\begin{cases} 80 - a \geq 0; \\ (80-a)^2 = 9\cdot 2a \end{cases}$ $\begin{cases} \cancel{a \leq 80} \\ \cancel{64 - 160a + a^2 = 18a} \end{cases}$

$\begin{cases} \cancel{a \leq 80;} \\ \cancel{a^2 - 34a + 64 = 0 \quad \frac{D}{4} = (17)^2 - 64 = 289 - 64 = 225 = 15^2} \end{cases}$

$\begin{cases} \cancel{a \leq 80} \\ \cancel{\left[\begin{array}{l} a_1 = 17 - 15 = 2 \\ a_2 = 17 + 15 = 32 \end{array}\right.} \end{cases}$ $\begin{cases} a \leq 80 \\ 6400 - 160a + a^2 = 18a \end{cases}$

$\begin{cases} a \leq 80 \\ a^2 - 178a + 6400 = 0 \quad \frac{D}{4} = (89)^2 - 6400 = 7921 - 6400 = 1521 = 169\cdot 9 = (13\cdot 3)^2 \end{cases}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

1) выбераем место для 7 ~~8~~ восьмерок подряд их можно расставить $17-7+1$ ~~тво~~ $=11$ способами с 1 по 7; с 2 по 8; с 3 по 9 и т.д.

2) остается расставить 0 и 7. т.к.

0 на 1 месте стоять не может, то случай, когда 8 занимают с 1 по 7 места рассмотрим отдельно.

а) если 8 с 1 по 7: тогда расставить 0 и 7 можно $\underbrace{2\cdot2\cdot2\cdot2}_{17-7}=2^{10}$ способами -2; т.к. не могут быть все одинакове

б) если 8 с 2 по 8 и т.д. то на первом месте только 7. $\underbrace{1\cdot2\cdot2\cdot2}_{17-7}=2^9$ способов и $\cdot 10$ и -2 ана а) способов расставления 8;

~~итого $2^{10}+2^9\cdot10=2^9(2+10)=2^9\cdot12=512\cdot12=6144$~~

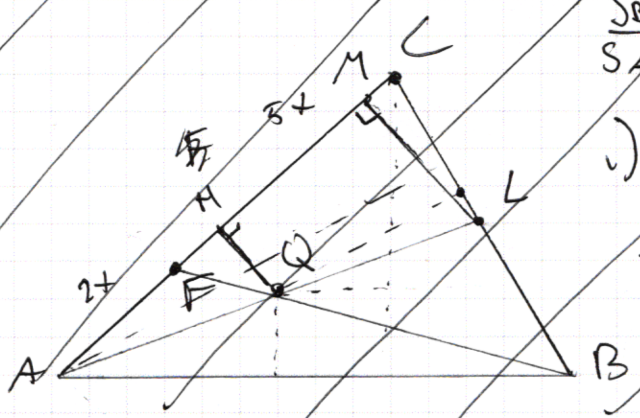
~~Ответ: 6144 числ.~~

итого $(2^{10}-2)+10(2^9-2)=(1024-2)+10(512-2)=$
$=1022+10\cdot510=5100+1022=\boxed{6122}$

Ответ: 6122 способами.

~~N6. $QH=6$; $LM-?$~~

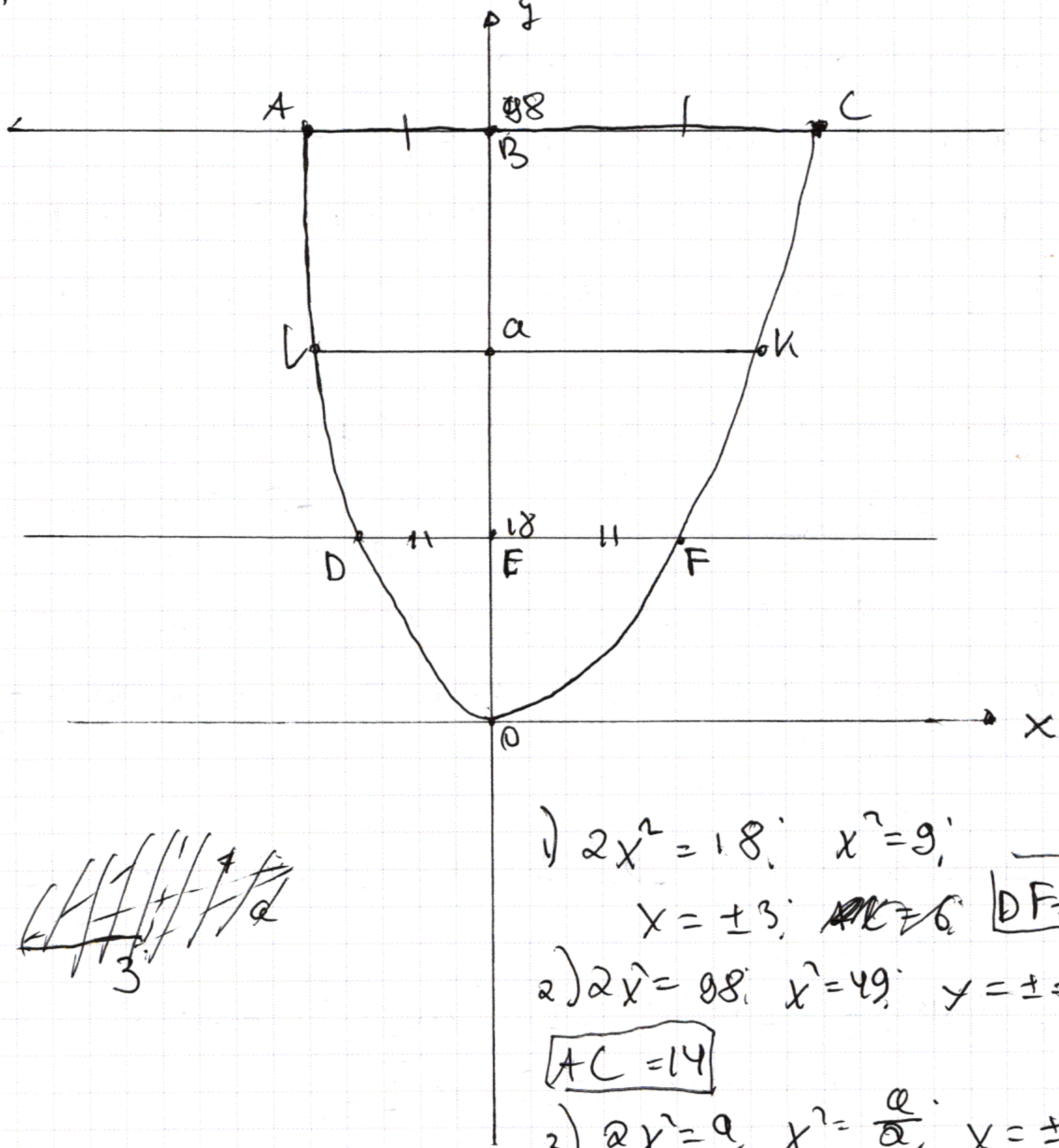
~~$\frac{S_{BQL}}{S_{ACD}} = \frac{5}{12}$~~



~~1) $\triangle AHQ \sim \triangle AML$ по I пр.~~

~~$\frac{QH}{LM} = \frac{AQ}{AL} = \frac{AH}{AM}$~~

N1



1) $2x^2 = 18$; $x^2 = 9$;

$x = \pm 3$; $\boxed{DF = 6}$

2) $2x^2 = 98$; $x^2 = 49$; $y = \pm 7$;

$\boxed{AC = 14}$

3) $2x^2 = a$; $x^2 = \frac{a}{2}$; $x = \pm\sqrt{\frac{a}{2}}$;

$KL = 2 \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}} = \boxed{\sqrt{2a}}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

0.8.3 $\begin{cases} x > -4 \\ x \in [-7; \frac{1+\sqrt{29}}{2}) \\ x \neq 2 \\ x \geq -7; \end{cases}$; ~~Следовательно~~

0.8.3: $x \in (-4; 2) \cup (2; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$

II $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$;

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x} \sqrt{x+7}-x$

$\log_{\sqrt{x+7}-x} \frac{x+4}{\sqrt{x+7}-x} \geq 0$; МЗМ:

$(\sqrt{x+7}-x-1)\left(\frac{x+4}{\sqrt{x+7}-x}-1\right) \geq 0$;

$(\sqrt{x+7}-x-1)\left(\frac{x+4-\sqrt{x+7}+x}{\sqrt{x+7}-x}\right) \geq 0$

$\sqrt{x+7}-x>0$ из 0.8.3;

$(\sqrt{x+7}-x-1)(2x+4-\sqrt{x+7}) \geq 0$;

$f(x)=\sqrt{x+7}-x-1$; $g(x)=2x+4-\sqrt{x+7}$;

исследуем эти функции.

$f'(x) = -\frac{1}{(\sqrt{x+4})^2}-1<0$ – монотонно убывает;

Найдем нули $f(x)$: $\sqrt{x+7}-x-1=0$; $\sqrt{x+7}=x+1$;

$x=2$; мы уже находили.

$g'(x)=2-\left(-\frac{1}{(\sqrt{x+4})^2}\right)>0$ – монотонно возрастает

Найдем нули $g(x)$; $(2x+4-\sqrt{x+7})=0$

$\sqrt{x+7}=2x+4$; $\begin{cases} 2x+4 \geq 0. \\ x+7=4x^2+16x+16 \end{cases}$ $\begin{cases} x+2 \geq 0; \\ 4x^2+15x+9=0 \end{cases}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5. $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

I Найдем О.Д.З. $\begin{cases} x+4>0 \\ \sqrt{x+7}-x>0 \\ \sqrt{x+7}-x\neq 1 \\ x+7\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (1)\ x>-4 \\ (2)\ \sqrt{x+7}>x \\ (3)\ \sqrt{x+7}\neq x+1 \\ (4)\ x\geq -7 \end{cases}$

(2) $\sqrt{x+7}>x$:

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<0 \\ x+7\geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x\geq 0 \\ x+7>x^2 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<0 \\ x\geq -7 \end{cases} \\ \begin{cases} x\geq 0 \\ x^2-x-7<0 \end{cases} \end{array}\right.$ $D=1+28=29$

$\left[\begin{array}{l} x\in[-7;0) \\ \begin{cases} x\geq 0; \\ \left(x-\left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}\right)\right)\left(x-\left(\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)\right)<0 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x\in[-7;0) \\ \begin{cases} x\in[0;+\infty) \\ x\in\left(\frac{1-\sqrt{29}}{2};\ \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \end{cases} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x\in[-7;0) \\ x\in\left[0;\ \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right); \end{array}\right.$ $x\in\left[-7;\ \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

(3) $\sqrt{x+7}\neq x+1$. Решим $\sqrt{x+7}=x+1$;

$\begin{cases} x+1\geq 0; \\ x+7=x^2+2x+1 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq -1 \\ x^2+x-6=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq -1 \\ (x+3)(x-2)=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x\geq -1 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-3 \end{array}\right. \end{cases}$ $x=2$; т.е в О.Д.З.: $\boxed{x\neq 2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-016

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

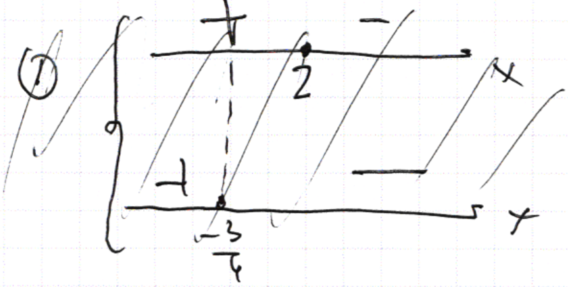
$$\begin{cases} x \geq -2 \\ 4x^2+15x+9=0; \end{cases}$$

$$D = 15^2 - 16\cdot 9 = 9(25-16) = 9\cdot 9 = 9^2$$

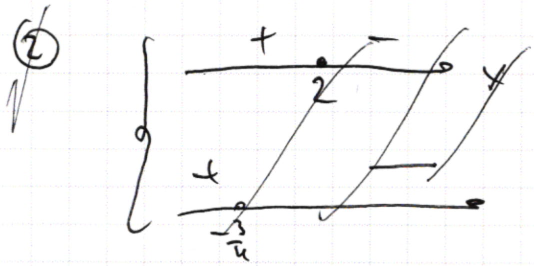
$$\left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{-15-9}{8} = -\frac{24}{8} = -3 \\ x_2 = \frac{-15+9}{8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4} \end{array}\right.$$

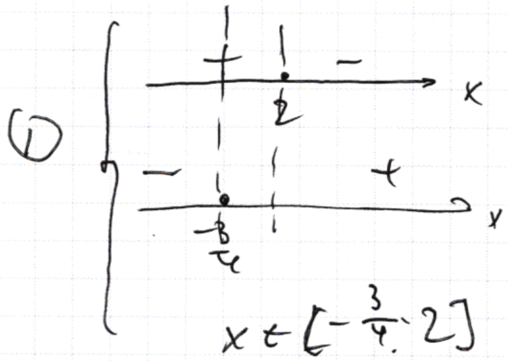
$$\begin{cases} x \geq -2 \\ \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = -\frac{3}{4}; \end{array}\right. \end{cases} \qquad \boxed{x = -\frac{3}{4}}$$

$$f(x)\cdot g(x) \geq 0 \iff \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \quad 1 \\ \begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) \leq 0; \end{cases} \quad 2 \end{array}\right.$$

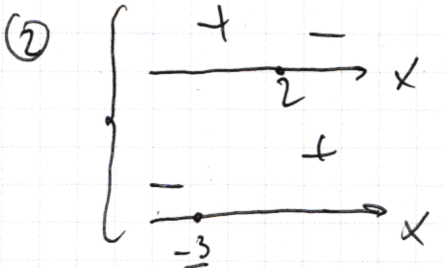
1


~~$x \in [-\infty; -\frac{3}{4}]$~~

2


1


$x \in [-\frac{3}{4}; 2]$

2


$\varnothing$

$x \in [-\frac{3}{4}; 2]$ учитывая

0.8.3: $x \in [-\frac{3}{4}; 2)$

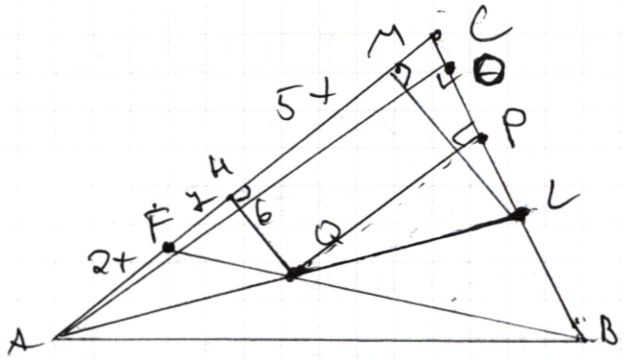
Ответ: $x \in [-\frac{3}{4}; 2)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.



$$\frac{S_{QBL}}{S_{ACB}} = \frac{5}{12}$$

1) $\triangle AHQ \sim \triangle AMC$ по I пр.

$$\frac{6}{ML} = \frac{2x+y}{5x-y} = \frac{AQ}{QL}$$

2) $$\frac{S_{QBL}}{S_{ACB}} = \frac{LB \cdot QP}{CB \cdot AO} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{QP}{AO} = \frac{QL}{AQ+QL}$$

$$\frac{LB}{CB} \cdot \frac{QL}{AQ+QL} = \frac{5}{12}$$

3) Th. менелая

$$\frac{5x}{2x} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{LB}{BC} = 1 \qquad \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{LB}{BC} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{LB}{BC} = \frac{2}{5} \cdot \frac{QL}{AQ}; \qquad 2) \Rightarrow \frac{2}{5} \cdot \frac{QL}{AQ(AQ+QL)} = \frac{5}{12}.$$

$$\frac{QL}{AQ(AQ+QL)} = \frac{25}{24} \qquad 24QL = 25AQ^2 + 25AQ \cdot QL.$$

$$25AQ^2 + 25AQ \cdot QL - 24QL = 0$$

$$D = QL^2(625 + 25 \cdot 4 \cdot 24) = QL^2(625 + 100 \cdot 24) = 625 + 2400 \cdot QL^2 =$$

$$= QL^2 3025 = QL^2 25 \cdot 121 = (5 \cdot 11)^2 \cdot QL^2 = (55)^2 \cdot QL^2$$

$$\left[\begin{array}{l} AQ = \frac{-25+55}{50} QL \\ AQ = \frac{-25-55}{50} QL < 0. \end{array}\right. \qquad AQ = \frac{30}{50} QL = \frac{3}{5} QL$$

$$\frac{6^2}{ML} = \frac{AQ}{QL} = \frac{3}{5}. \qquad ML = 10.$$

Ответ: 10

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№7. [1; 45] [46; 90]; [91; 135]; [136; 180]

~~[illegible]~~ заметим, что каждому числу n из первого промежутка соотв. число $n+45T$ из других промежутков. ~~тогда для минимального~~ тогда для того, чтобы ни одна пара не делилась на сорок пять будем брать несоответствующие числа. из первого: n, $n+a$, $n+b$, $n+c$, $n+x$, $n+y$; $y>x>c>b>a$; тогда из второго: $n+45$; $n+a_1+45$; $n+a_2+45$; $n+45+a_3$ и т.д. но $a_3>a_2>a_1$.

Но необходимо, чтобы эти числа не были соотв.; ~~[illegible]~~ тогда понятно, что для минимальной их суммы необходимо взять $n=1$;

тогда: 1 2 3 4 5 6 из 1 ... 52 53 54 55 56 57; ~~[illegible]~~; $1+90+12$, $1+90+13$, $1+90+14$, $1+90+15$, $1+90+16$, $1+90+17$; $=108$; $1+135+18$; $1+135+19$; $1+135+20$; $1+135+21$; $1+135+22$; $1+135+23=135+24=159$, и т.д.

$S_1=1+2+3+4+5+6=6+4+5+6=10+5+6=\underline{21}$

$S_2=\underbrace{\underbrace{52+53}_{105}+54}_{159}+55+56+57=$ ~~[illegible]~~ $159+55+56+54=$

$=214+56+57=240+57=\underline{327}$

$S_3=1+90+12+1+90+13+1+90+14+1+90+15+1+90+16+$

$+1+90+17=6+540+25+29+33=$

$=540+6+54+33=540+6+87=540+93=\underline{633}$

$S_4=\dfrac{(1+135+18+1+135+24)\cdot 6}{2}=3(2+240+42)=$

$=3(314)=\underline{942}$

$S_5=$ ~~$(1+135+25$~~ $\dfrac{(1+180+25+1+180+31)}{2}\cdot 6=$

$=3(2+360+56)=3(58+360)=\underline{1254}$

$S=S_1+S_2+S_3+S_4+S_5=$
$=3177$

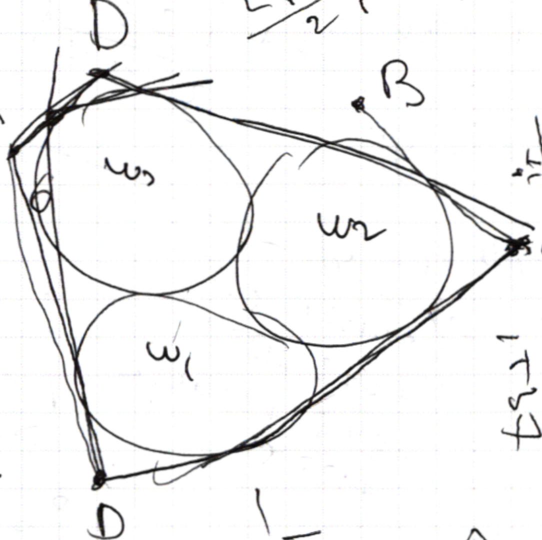
Ответ 3177

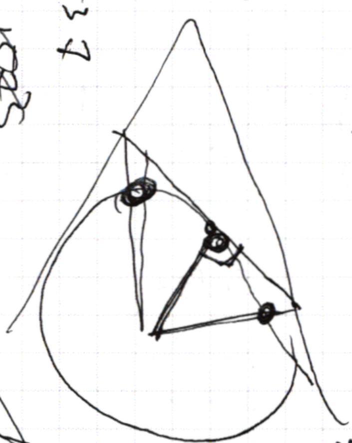
$f'(x) = \sin 2x(10\cos 8x - 1)$

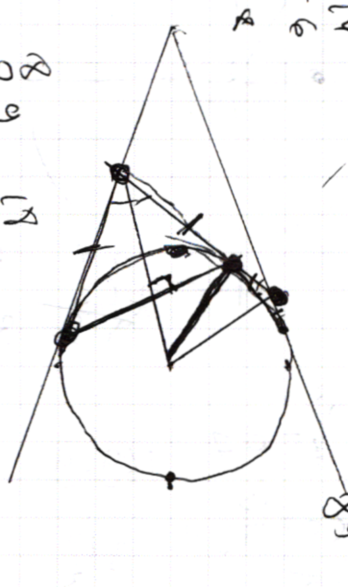
$1+2+3+4+5+6+7+$

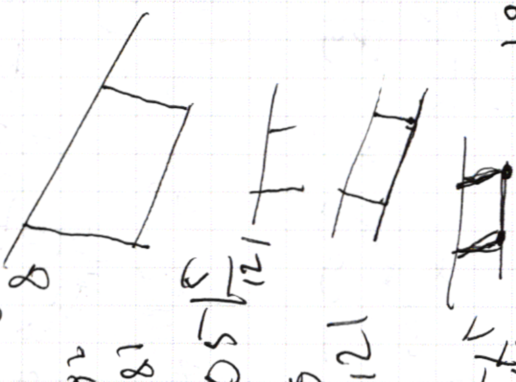
$f''(x) = \sin 2x(10(-\sin 8x)\cdot 8) + \cos 2x \cdot 2(10\cos 8x - 1) =$

$\sin 2x \cdot (-80)\sin 8x$









☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-016

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$

$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$2\sin x \cos y = \sin(x+y) + \sin(x-y)$

$\sin x \cos y = \frac{1}{2} \sin(x+y) + \sin(x-y)$

$x+y=a; \quad x-y=b$

$x = \frac{a+b}{2} \quad y = \frac{a-b}{2}$

$\underset{a}{\sin(x+y)} - \underset{b}{\sin(x-y)} = 2\sin y \cos x$

$a = x+y;$

$b = x-y$

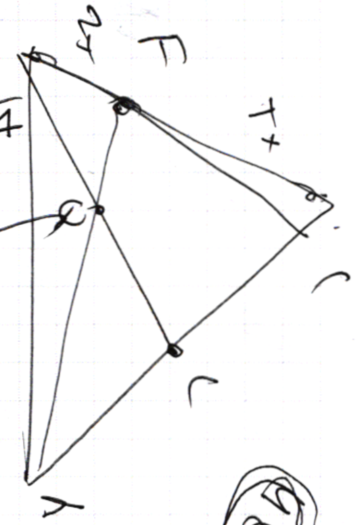
$\cos 120° =$

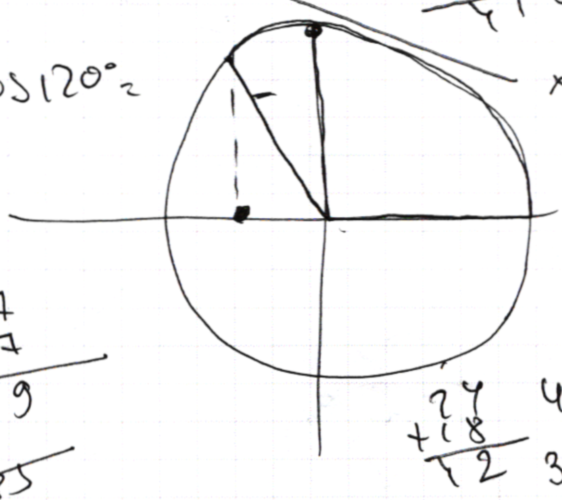
$942 + 633 = 1575$

$+348 = 1923$

$+1254 = 3177$

$21+324+633+$
$+942+1254=$
$=348+1575+$
$+1254$





580

$360 + 58 = 418$

$418 \times 3 = 1254$

512×12: 1024, 512, 6144

$5120 + 1024 = 6144$

$178 : 2 = 89$; 16, 18

$16 + 18 = 34$

17×17: 119, 17, 289

$24 + 18 = 42$ $\quad 44 \quad 314$

89×89: 801, 712, 7921

42

$64 + 7 = 41$

$316 : 2 = 158$

$159 - 4$

114

$1521 : 3 = 507$

$507 : 3 = 169$; 3, 20, 24

$169 \cdot 9$

$314 \times 3 = 942$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-016

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)