МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 11-012

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-012

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

Зафиксируем 1-ю цифру 7 и расставим произвольных 9 цифр 0 или 7.

7 b c d e f g h k K.

Это можно сделать 2^9 способами. ~~Для расставления семи восьмерок между цифрами существует 11 вариантов~~ При этом нужно убрать 1 способ, в котором все семерки, тогда получаем 2^9-1 способов. Т.к. для расставления 7 восьмерок между цифрами существует 11 вариантов, получаем $(2^9-1)\cdot 11$ способов.

Зафиксируем теперь 0.

0 b c d e f g h k K.

Т.к. число с 0 начинаться не может, 7 восьмерок будут находиться вначале. Для расстановки других 0 и 7 существует 2^9 вариантов, при этом надо убрать вариант, в котором все нули. Тогда получаем 2^9-1 способов.

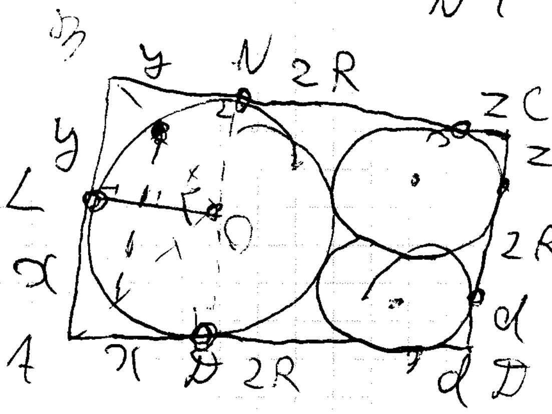
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Всего получаем $(2^9-1)\cdot 11 + (2^9-1) =$

$= (2^9-1)\cdot 12$ способов $= 6132$ способов

№4



1) Т.к. длина отрезка общей касательной для 2-х внешнекасательных окружностей равна $2\sqrt{RR} = 2R$ и отрезки касательных равны, получаем

$y+z+2R+x+d+2R \Rightarrow x-y-z-d-2R = 12 \Rightarrow$

$2R = 12 \Rightarrow R = 6$

2) Заметим, что AO делит $\angle LOD$ пополам и BO делит $\angle LON$ пополам (свойство отрезка, проведенного в центр из точки пересечения 2-х кас.), тогда BO и AO — биссектрисы $\angle LON$ и $\angle LOD$, а биссектрисы смежных углов перпендикулярны, поэтому $\angle BOA = 90^\circ$

3) $BA \cdot 6 = BO \cdot AO = 58$ (2 площади $\triangle BOA$)

$\Rightarrow BA = \frac{58}{6} = \frac{29}{3}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

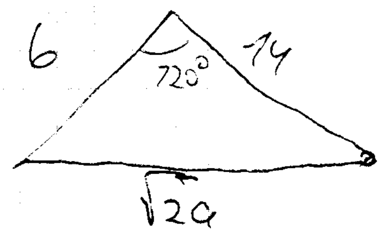
14-012
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Длины высекаемых отрезков параболой и прямыми $y=18$ и $y=98$ и $y=a$ соответственно равны $\sqrt{\frac{18}{2}}\cdot 2$ и $\sqrt{\frac{98}{2}}\cdot 2$ и $\sqrt{2a}$, то есть 6 и 14. и $\sqrt{2a}$

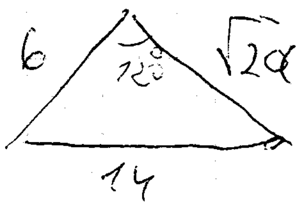
Составим возможные треугольники с углом 120°

1) 

по т. косинусов

$2a = 36+196+84 \Rightarrow$

$a = 158$

2) 

по т. косинусов

$196 = 36 + (\sqrt{2a})^2 + 6(\sqrt{2a})$

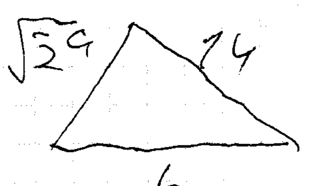
$(\sqrt{2a})^2 + 6(\sqrt{2a}) - 160 = 0$

$\frac{D}{4} = 9 + 160 = 13^2$

$\sqrt{2a} = -3+13 = 10$ и $\sqrt{2a} = -3-13 = -16$

$\sqrt{2a}$ не может равняться -16.

При $\sqrt{2a} = 10$, получаем $a = 50$

3) 

по т. косинусов

$36 = (\sqrt{2a})^2 + 196 + (\sqrt{2a})\cdot 14 \Leftrightarrow \varnothing$

Ответ: $a = 50$ и $a = 158$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1
(Нумеровать только чистовики)

№2

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$

$= \frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 10x) - \frac{1-\cos 2x}{2} + \frac{1+\cos 10x}{2} + 4 =$

$= \frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 10x - 1 + \cos 2x + 1 + \cos 10x) + 4 =$

$= \frac{1}{2}(\cos 4x + \cos 2x) + 4 = \frac{1}{2}(2\cos^2 2x - 1 + \cos 2x) +$

$+ 4 = \cos^2 2x + 0{,}5\cos 2x - 0{,}5 + 4 = \cos^2 2x + 0{,}5\cos 2x +$

$+ 3{,}5$

Сделаем замену $\cos 2x = t$, $t \in [-1; 1]$ и переформулируем условие задачи.

Найти наибольшее и наименьшее значения ф-ии $f(t) = t^2 + 0{,}5t + 3{,}5$ на отрезке $t \in [-1; 1]$.

Точка минимума $f(t)$: $t_0 = \frac{-0{,}5}{2} =$

$= -\frac{1}{4} \in [-1; 1]$, поэтому $\min f(t) = f(-\frac{1}{4}) =$

$= \frac{1}{16} - \frac{1}{8} + 3{,}5 = -\frac{1}{16} + 3{,}5 = -\frac{1}{16} + \frac{56}{16} = \frac{55}{16}$

Т.к. $f(t)$ убывает непрерывно на $t \in (-\infty; -\frac{1}{4})$ и возрастает на $t \in (\frac{1}{4}; +\infty)$ наибольшее значение достигается при $t = 1$ или $t = -1$

$f(1) = 1 + 0{,}5 + 3{,}5 = 5$ $\quad f(-1) = 1 - 0{,}5 + 3{,}5 = 4$

Ответ: $\max = 5$ $\min \frac{55}{16}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1 \Leftrightarrow$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) - \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x) \geq 0 \Leftrightarrow$ ОДЗ

$(\sqrt{x+7}-x-1)(x+4+x-\sqrt{x+7}) \geq 0 \Leftrightarrow$ ОДЗ

$(\sqrt{x+7}-x-1)(2x+4-\sqrt{x+7}) \geq 0.$

$\sqrt{x+7}-x-1 \geq 0$ при $x \in [-7;2]$

$\sqrt{x+7}-x-1 \leq 0$ при $x \in [2;+\infty)$

$2x+4-\sqrt{x+7} \geq 0$ при $x \in [-\frac{3}{4};+\infty)$

$2x+4-\sqrt{x+7} \leq 0$ при $x \in [-7;-\frac{3}{4}]$

Тогда $(\sqrt{x+7}-x-1)(2x+4-\sqrt{x+7}) \geq 0 \Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in [-7;2] \\ x \in [-\frac{3}{4};+\infty) \end{cases} \\ \begin{cases} x \in [2;+\infty] \\ x \in [-7;-\frac{3}{4}] \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in [-\frac{3}{4};2].$$

ОДЗ: $\begin{cases} x > -4 \\ \sqrt{x+7}-x \neq 1 \\ \sqrt{x+7}-x > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-4; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$ $x \neq 2$

Учитывая ОДЗ получаем ответ

$x \in [-\frac{3}{4};2)$

№7

Сумма будет наименьшей, если Буратино выберет числа

1; 47, 93, 139; 185

2

1;	47,	93;	139;	185
3;	49,	95	131	187
5	51	97	133	189
7	53	99	135	191
9	55	101	137	193
11	57	103	139	195

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x)$

$(\sqrt{x+7}-x-1)(x+4+x-\sqrt{x+7}) \geq 0$

$2,5$

$-1,5+4-\sqrt{\cancel{2}}$

$\cancel{\sqrt{x+7}=}$

$(\sqrt{x+7}-x-1)(2x+4-\sqrt{x+7}) \geq 0$

1) $\sqrt{x+7}-x-1 \geq 0$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+7 \geq x^2+2x+1 \\ x \geq -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x+7 \geq 0 \\ x < -1 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+x-6 \leq 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq -7 \\ x < -1 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in [-3;2] \\ x \geq -1 \end{cases} \\ x \in [-7;-1) \end{array}\right.$

$x \in [-7;2] \Rightarrow \sqrt{x+7}-x-1 \geq 0$

$x \in [2;\infty) \Rightarrow \sqrt{x+7}-x-1 \leq 0$

$\cancel{2x+4}$ $2x+4-\sqrt{x+7} \geq 0$

$-\frac{15+9}{8} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$

$\cancel{2x+4}$ $\sqrt{x+7} \leq 2x+4$

$\begin{cases} x+7 \leq 4x^2+16x+16 \\ x \geq -7 \\ x \geq -2 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x^2+15x+9 \geq 0 \\ x \geq -2 \end{cases} \Rightarrow$

$x \in [-\frac{3}{4};+\infty) \Rightarrow 2x+4-\sqrt{x+7} \geq 0$

$x \in [-7;-\frac{3}{4}] \Rightarrow 2x+4-\sqrt{x+7} \leq 0$

$$\begin{cases} x \in [-7; 2] \\ x \in [-\frac{3}{4}; +\infty) \end{cases} \quad x \in [-\frac{3}{4}; 2]$$

$2+3-1=2$

$$\begin{cases} x \in [2; +\infty) \\ x \in [-7; -\frac{3}{4}] \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing$$

Ж3. $\sqrt{x+7} - x > 0 \neq 1$ и $x \geq -4$

$\sqrt{x+7} > x$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+7 > x^2 \\ x \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+7 > 0 \\ x < 0 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - x - 7 < 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \\ x \in (-7; 0) \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in (\frac{1-\sqrt{29}}{2}; \frac{1+\sqrt{29}}{2}) \\ x \geq 0 \end{cases} \\ x \in (-7; 0) \end{array}\right.$$

$x \in (-7; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$ 2

$x \neq$ $\sqrt{x+7} - x = 1$

$x+7 = x^2 + 2x + 1$

$x^2 + x - 6 = 0$

$x = 2, -3$

$x+7 = x^2 + 2x + 1$

$x^2 + x - 6 = 0$

$D = 5^2$

$\frac{-1+5}{2} = 2$ $\frac{-1-5}{2} = -3$

$x^2 - x - 7 < 0$

$x \in (\frac{1-\sqrt{29}}{2}; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$

Ж3: $x \in (-4; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$ $x \neq 2$ и $x \neq -3$

$-3+7$

$\sqrt{x+7} > x$

$x^2 + x - 6 > 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+7 > x^2 \\ x \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq -7 \\ x < 0 \end{cases} \end{array}\right. \quad [x \in [-7; 0)$$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

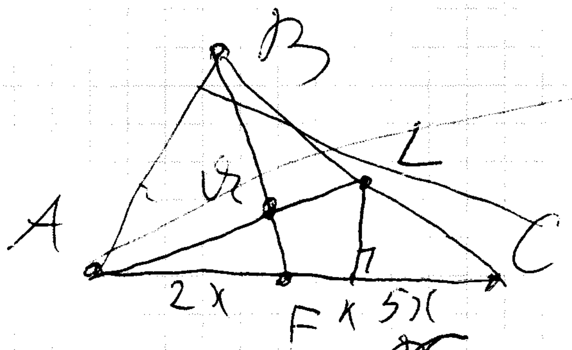
14-012

ШИФР

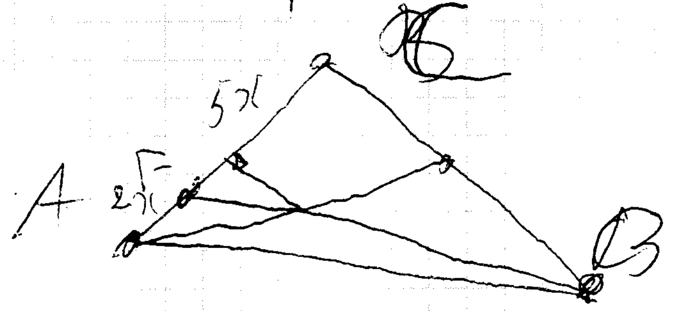
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



$\frac{BKL}{BAC} = \frac{5}{72}$

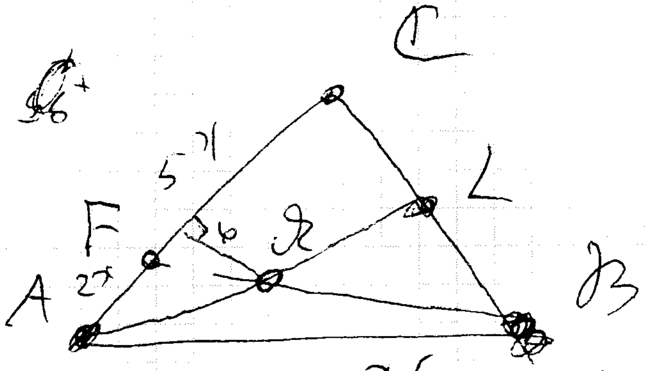


30;

2<1

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

46; 47; 48; 49; 50; 51; 52



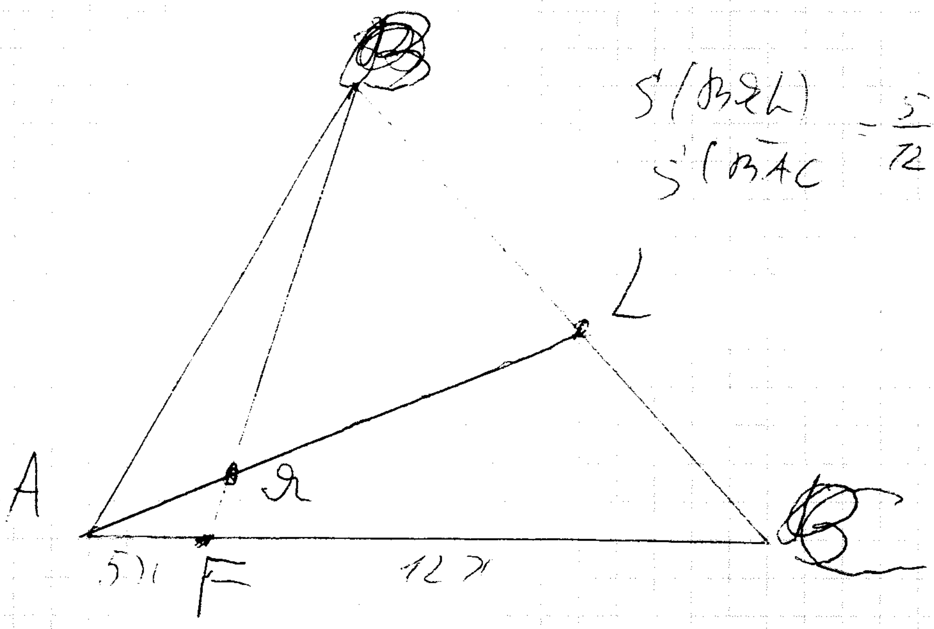
$\frac{S(BKL)}{S(BAC)} = \frac{5}{72}$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

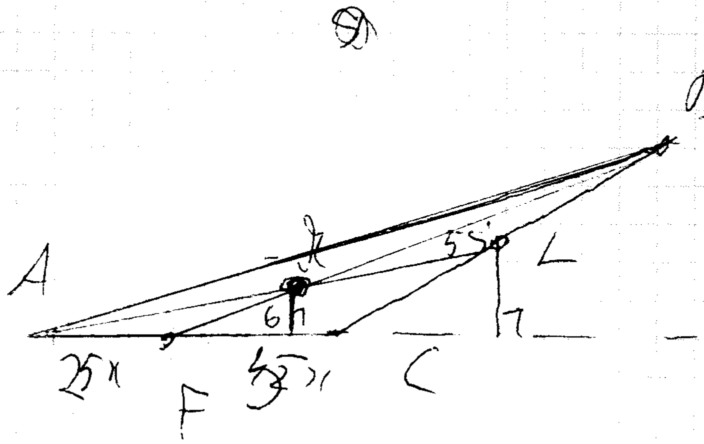
(Нумеровать только чистовики)



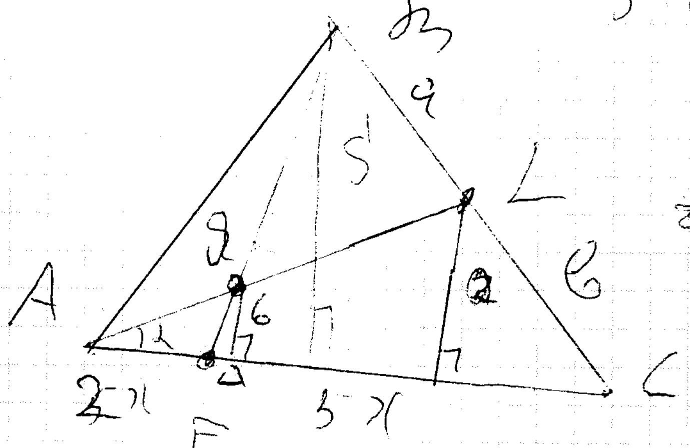
$\frac{S'(BЯL)}{S'(BAC)} = \frac{5}{12}$

$S(BAC) = \frac{12}{5} = 2{,}4\,S'(BЯL)$

$S(BЯL) = S'$



$S\,ABF = \frac{5}{17}\,S'(ABC) =$
$= \frac{5}{17} \cdot 12S' = \frac{60S'}{17}$



$S'(BЯL) = 5S$

$S_{ABC} = 12S'$

$\frac{a}{\sin\alpha}\ ,\ \frac{y}{\sin\alpha}$

$\cancel{S'(ABC)}$

$\frac{S(ABC)}{AC}$ $ABL: \frac{a}{a+b} \cdot 2{,}4S'$ $S\,ACL = \frac{b}{a+b} \cdot 2{,}4S$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

14-012
ШИФР
(заполняется секретарём)

~~$158=2x^2$ $x^2=79$ $x=\pm\sqrt{79}$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 120 = \cos(180-60) = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$

84, 36, 120; $28 \cdot 6 = 168$; $120 + 196 = 316$

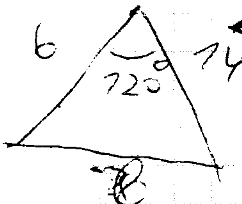
$y=2x^2$

если $y=98$, то $98=2x^2 \Rightarrow x=\pm 7$

если $y=18$, то $18=2x^2 \Rightarrow x=\pm 3$

Длины отрезков, высекаемых прямыми $y=98$ и $y=18$ соответственно равны $7-(-7)=14$ и $3-(-3)=6$

1) Построим треугольник как на этом рисунке, по т. косинусов найдем 3-ю сторону

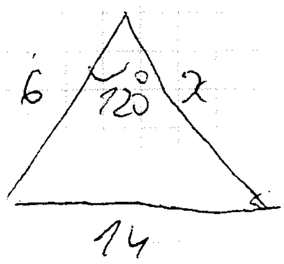


$в = \sqrt{36+196+84} = \sqrt{316} = 2\sqrt{79}$

Найдем x, при котором длина высекаемого отрезка $=2\sqrt{79}$

$y = 2(\sqrt{79})^2 = 2 \cdot 79 = 158$, значит $y=158$ – 1 из решений.

2) Построим $\triangle$ как на этом рисунке по т. косинусов



$196 = 36 + x^2 + 6x$

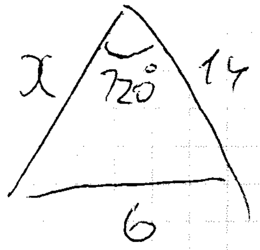
$x^2 + 6x - 160 = 0$

$\frac{D}{4} = 9 + 160 = 169 = 13^2$

$x_1 = -3+13 = 10 \quad x_2 = -3-13 = -16$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики) для $x=10$ получается, что $a=50$

3) 

по т. косинусов

$36=x^2+196+14x$

$x^2+14x+160=0 \Leftrightarrow \varnothing$

Получаем 2 возможных a: $a=50$ и $a=158$

№2

$g(x)=\sin 3x\cdot\sin 7x-\sin^2 x+\cos^2 5x+4.$

$\sin 3x\cdot\sin 7x=\frac{1}{2}(\cos 4x-\cos 10x)$

$\frac{1}{2}(\cos 4x-\cos 10x)-\frac{1-\cos 2x}{2}+\frac{1+\cos 10x}{2}+4=$

$=\frac{1}{2}(\cos 4x-\cos 10x-1+\cos 2x+1+\cos 10x)+4=$

$\frac{1}{2}(\cos 4x+\cos 2x)+4=\frac{1}{2}(2\cos^2 2x-1+\cos 2x)+4$

Сделаем замену $t=\cos 2x$, $t\in[-1;1]$, тогда

$f(t)=\frac{1}{2}(2t^2+t-1)+4=t^2+0,5t-0,5+4=$

$=t^2+0,5t+3,5$

$\min f(t)=f\left(\frac{-0,5}{2}\right)=f(-0,25)=f\left(-\frac{1}{4}\right)=$

$=\frac{1}{16}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+3,5=\frac{1}{16}-\frac{1}{8}+3,5=-\frac{1}{16}+3,5=$

$=3,5-0,0625=3,4375$

$f(1)=1+0,5+3,5=1,5+3,5=5$

$f(-1)=1-0,5+3,5=4$

$\frac{35}{10}=\frac{7}{2}=\frac{56}{16}$

$3,5000-0,0625=3,4375$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

14-012

ШИФР

(заполняется секретарём)

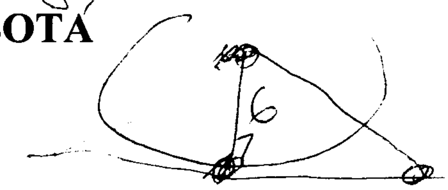
$225 - 16\cdot 9 = 225 - 144 = 81$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x+y=\frac{58}{3}$, $-\frac{15+9}{8} = -\frac{6}{5} = -\frac{3}{4}$ 4 −3

№3

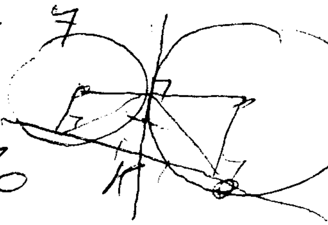
x; y



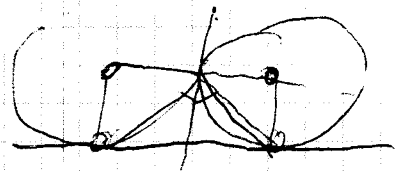
Расставим 10 цифр 0 и 7

~~$1\cdot 2^9$ способов~~

a b c d e f g h 6 k



$2^9 \cdot 11$

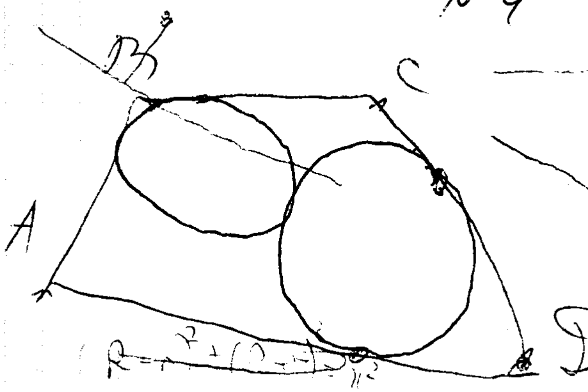


$$\begin{array}{r} \times\, 511 \\ 12 \\ \hline 1022 \\ 511 \\ \hline 6132 \end{array}$$

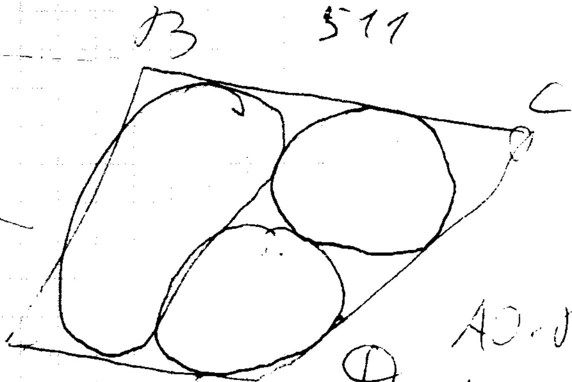
2^9

$AD + BC - AB - CD = 12$

№4



511



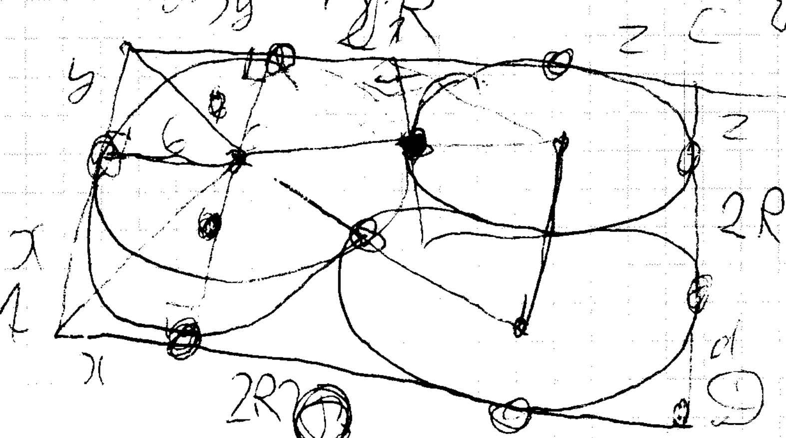
$AD \cdot BC = 6 \cdot AB$

$AD \cdot 58 = 6 \cdot AB$

$AB = \frac{58}{6}$

$AD + BC - AB - CD = 12$

$2R = 12 \Rightarrow R = 6$



$2R + x + d + z + y - x - y - z - 2d = 12$

$v_1 + v_2 = 12$

$2\sqrt{R^2} = 2R$

$4R = 12$ $R = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

$\times 16$, 9, 144

$225 - 144 = 81$

x 71 − 2 xE

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

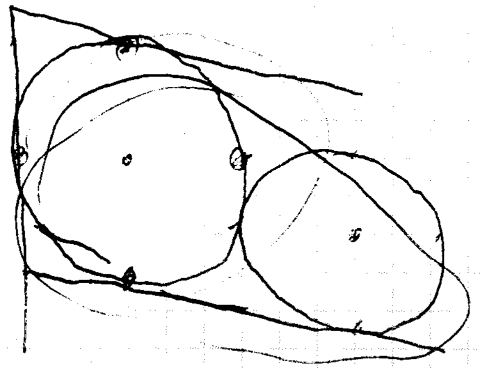
$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1 \iff \log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq$

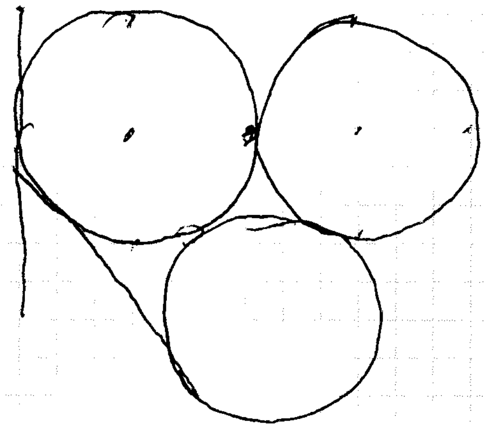
$\geq \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}\cancel{-x}) \iff (\sqrt{x+7}-x-1)(x+4-\sqrt{x+7}+x) \geq 0$

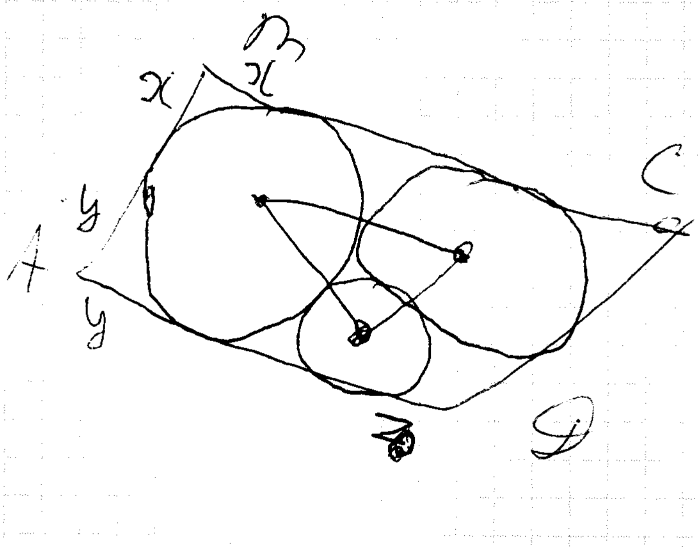
$(\sqrt{x+7}-x-1)(4-\sqrt{x+7}) \geq 0$

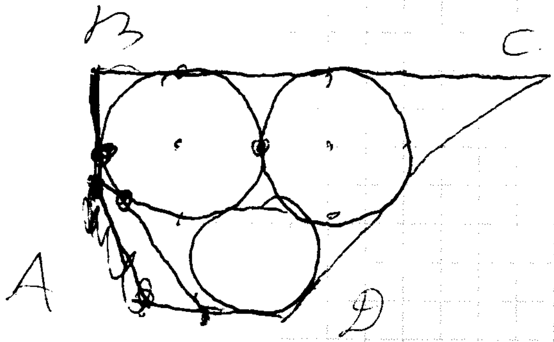
$(\sqrt{x+7}-x-1)(x+4-\sqrt{x+7}+x) \geq 0$

№4









ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

14-012

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 $\cancel{\sqrt{x+7} \geq x}$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1 \iff$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) - \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x) \geq 0$

$(\sqrt{x+7}-x-1)(x+4-\sqrt{x+7}+x) \geq 0 \iff$

$(\sqrt{x+7}-x-1)(2x+4-\sqrt{x+7}) \geq 0$

1) $\begin{cases} \cancel{\sqrt{x+7} \geq x+1} \\ \cancel{2x+4} \\ \cancel{\sqrt{x+7} \leq 2x+4} \end{cases}$ $\sqrt{x+7}-$

$\sqrt{x+7} \geq x+1$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+7 \geq x^2+2x+1 \\ x+7 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+7 \geq 0 \\ x+1 \leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$

$$\left(\sqrt{x+7}-x-1\right)\left(2x+4-\sqrt{x+7}\right)\geq 0$$

$\sqrt{x+7}-x-1\geq 0 \iff$

$\sqrt{x+7}\geq x+1$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+7\geq x^2+2x+1\\ x+1\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}x+7\geq 0\\ x+1<0\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+x-6\leq 0\\ x\geq -1\end{cases}\\ \begin{cases}x\geq -7\\ x<-1\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\in(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)\\ x\geq -1\end{cases}\\ \begin{cases}x\geq -7\\ x\leq -1\end{cases}\end{array}\right.$$

$x\in[2;+\infty)$ ~~$\cup\, x\in[-7;-1]$~~

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\in[-3;2]\\ x\geq -1\end{cases}\\ \begin{cases}x\geq -7\\ x<-1\end{cases}\end{array}\right.$$

~~$x\in[-7;$~~

$x\in(-7;-1)\cup[-1;2]$

$x\in[-7;2]$.

$2x+4-\sqrt{x+7}\geq 0$

$\sqrt{x+7}\leq 2x+4 \iff$

$$\begin{cases}x+7\leq 4x^2+16x+16\\ x\geq -7\\ x\geq -2\end{cases} \quad \begin{cases}4x^2+15x+9\geq 0\\ x\geq -7\\ x\geq -2\end{cases}$$

$4x^2+15x+9\geq 0 \quad D=225-16\cdot 9=225-144=81=9^2$

$x=\frac{-15+9}{8}=-\frac{6}{8}=-\frac{3}{4}$

$x=\frac{-15-9}{8}=-\frac{24}{8}=-3$

~~$x\in[-2;-\frac{3}{4}]\cup[$~~ $x\in[-\frac{3}{4};+\infty)$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)