МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2

ШИФР 15-013

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-013

ШИФР

(заполняется секретарём)

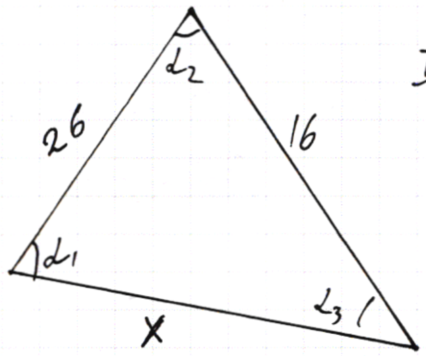
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$y=x^2 \cap y=169$ в т $x=-13$ и $x=13 \Rightarrow$ длина высекаемого отрезка $13+13=26$

$y=x^2 \cap y=64$ в т $x=-8$ и $x=8 \Rightarrow$ длина высек. отрезка $8+8=16$

Пусть можно сост. Δ: $\cos 120 = -\frac{1}{2}$



I) Пусть $\alpha_1 = 120^0$

$\Updownarrow$

по т. cos:

$16^2 = 26^2 + x^2 - 2\cdot 26\cdot x\cdot \cos 120 =$

$= 26^2 + x^2 + 26x$

$\Updownarrow$

$16^2 - 26^2 = x^2 + 26x$

ТК $16^2 - 26^2 < 0 \Rightarrow x(x+26) < 0$

$\Updownarrow$

x отр. ⚡

II) Пусть $\alpha_2 = 120^0$

$x^2 = 26^2 + 16^2 - 2\cdot 26\cdot 16\cdot \cos 120$

$x^2 = 676 + 256 + 416 = 1348 = 4\cdot 337$

$x = 2\sqrt{337}$

$\Updownarrow$

$a = \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 337$

III) пусть $\alpha_3 = 120^0$

$26^2 = 16^2 + x^2 - 2\cdot 16\cdot x\cdot \cos 120$

$676 = 256 + x^2 + 16x$

$x^2 + 16x - 420 = 0$

$D = 256 + 1680 = 1936 = 44^2$

$x_{12} = \frac{-16 \pm 44}{2} = \left[\begin{array}{l} \frac{-16+44}{2} = 14 \Rightarrow a = \left(\frac{14}{2}\right)^2 = 49 \\ \frac{-16-44}{2} < 0 \text{ ⚡} \end{array}\right.$

Ответ: $a_1 = 337$

$a_2 = 49$

№ 3

ТК группа 5-к длиной 6 зн => её начало может стоять на местах от 1 до 13

• Если число нач. с 5-ки, то вариантов расставить ост. цифры будет $2^{12}-2$, где 2 - варианты со всеми „0" и всеми „9"

• Если число нач. не с 5-ки => оно нач. с 9-ки;

всего вариантов $12\cdot(2^{11}-1)$, где 1-вариант со всеми „9"

Хотя бы 1 „9" гарант. есть

Всего вариантов:

$2^{12}-2+12\cdot2^{11}-12=2^{12}+6\cdot2^{12}-14=7\cdot2^{12}-14=28658$

Ответ: 28658

№ 7

все числа можно представить в виде:

$a_1; a_2; a_3; a_4; a_5$

$35+b_1; 35+b_2; 35+b_3; 35+b_4; 35+b_5$

$70+c_1; 70+c_2; 70+c_3; 70+c_4; 70+c_5$

$105+d_1; 105+d_2; 105+d_3; 105+d_4; 105+d_5$

$140+e_1; 140+e_2; 140+e_3; 140+e_4; 140+e_5$

, где ~~все~~ переменные $a_1; a_2; \ldots; a_5; b_1; b_2; \ldots; b_5; c_1; c_2; \ldots; c_5; d_1; d_2; \ldots; d_5; e_1; e_2; \ldots; e_5 \in [1; 35]$, причем тк разность никаких из 2х не :35 => ~~они~~ никакие из них не равны между собой

Общая сумма $5\cdot35+5\cdot70+5\cdot105+5\cdot140+(a_1+a_2+\ldots+a_5+b_1+b_2+\ldots+b_5+c_1+c_2+\ldots+c_5+d_1+d_2+\ldots+d_5+e_1+e_2+\ldots+e_5)$ => она минимальна при min. значениях переменных т.е. если переменные принимают значения $1; 2; 3; \ldots; 25$

сумма $5(35+70+105+140)+(1+2+3+4+5+\ldots+25)=2075$

Ответ: 2075

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-013
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

ОДЗ:

• $\sqrt{x+3}-x>0$ • $x \geq -3$ • $x>-5$

$\sqrt{x+3}>x$

при отр. x всегда

при $x \geq 0$

$x+3>x^2$

$x^2-x-3<0$

$D=1+12$

$x_{1,2}=\left[\begin{array}{l}\frac{1+\sqrt{13}}{2}\\ \frac{1-\sqrt{13}}{2}<0\end{array}\right.$

$x \in \left(-\infty; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

$\boxed{x \in \left[-3; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)}$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq \log_{\sqrt{x+3}-x}\sqrt{x+3}-x$

• $\sqrt{x+3}-x<1$

$\sqrt{x+3}<1+x$

т.к. $x+3 \geq 0 \Rightarrow 1+x>0 \Rightarrow x \geq -1$

возв. в кв.

$x+3<1+2x+x^2$

$x^2+x-2>0$

$D=1+8=3^2$

$x_{1,2}=\frac{-1 \pm 3}{2}=\left[\begin{array}{l}-2\\1\end{array}\right.$

&

$x+5 \leq \sqrt{x+3}-x$

$2x+5 \leq \sqrt{x+3}$ $\Rightarrow$ т.к. $x \in (1;+\infty)$ обе части полож

возв. в кв.

$4x^2+20x+25 \leq x+3$

$4x^2+19x+22 \leq 0$

$D=19^2-16\cdot 22<0$

всегда полож

• $\sqrt{x+3}-x>1$

I) при $x \in [-3;-1)$ $-x>1$ и $\sqrt{x+3} \geq 0$

$\sqrt{x+3}-x>1$

II) при $x \in [-1;0]$ $-x \geq 0$; $\sqrt{x+3} \geq \sqrt{2}$

$\sqrt{x+3}>1$

$\sqrt{x+3}-x>1$

III) при $x>0$

$\sqrt{x+3}>1+x$ $\Rightarrow$ т.к. обе части ≥ 0 возв. в кв.

$x+3>1+2x+x^2$

$x^2+x-2<0$

$D=1+8=3^2$

$x_{1,2}=\frac{-1 \pm 3}{2}=\left[\begin{array}{l}1\\-2\end{array}\right.$

$x \in (0;1)$

$x+5 \geq \sqrt{x+3}-x$ $\quad x \geq -3.5$

$2x+5 \geq \sqrt{x+3}$ $\Rightarrow$ т.к. $\sqrt{x+3} \geq 0 \Rightarrow 2x+5 \geq 0$

возв. в кв.

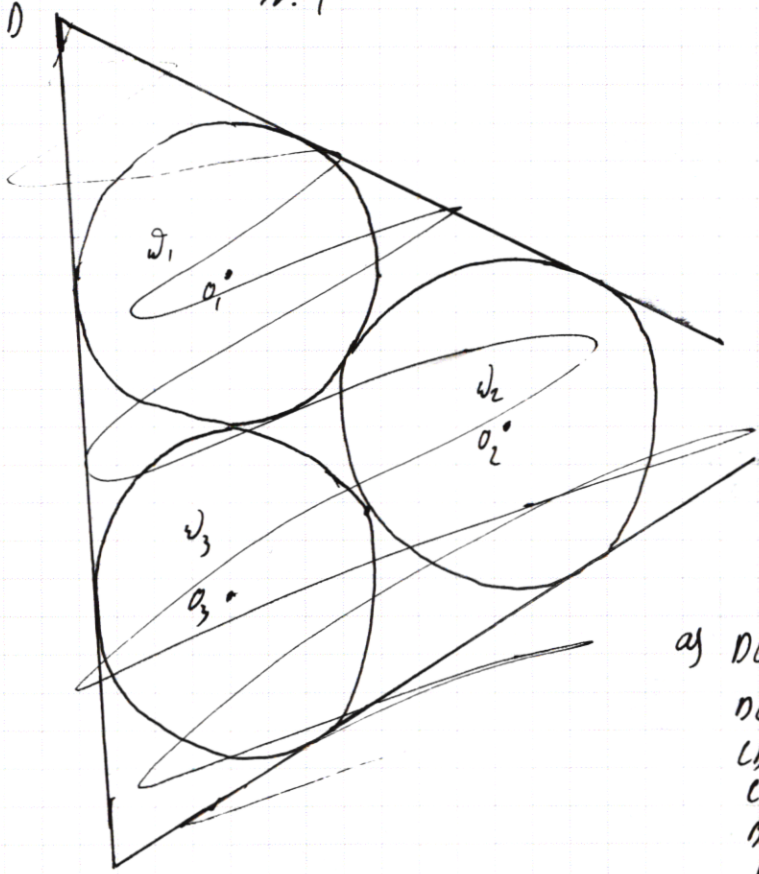
$4x^2+20x+25 \geq x+3$

N.5 (продолжение)

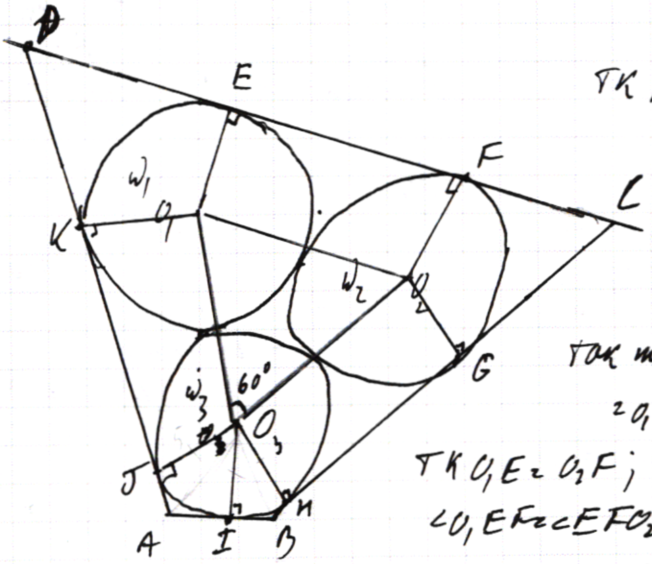
$D<0$
$\Downarrow$
всегда полож
$\Downarrow$
$x \in [-3;1)$

Ответ: $x \in [-3;1)$

N.4



а) $DC \cap \omega_1 = E$
$DC \cap \omega_2 = F$
$CB \cap \omega_2 = G$
$CB \cap \omega_3 = H$
$BA \cap \omega_3 = I$
$DA \cap \omega_3 = J$
$DA \cap \omega_1 = K$



ТК $DC; CB; BA; AD$ − кас.
$\Downarrow$
$O_1E \perp DC$; $O_2F \perp DC$; $O_2G \perp CB$; $O_3H \perp CB$; $O_3I \perp AB$; $O_3J \perp AD$; $O_1K \perp AD$

Так же $O_1E = O_2F = O_2G = O_3H = O_3I = O_3J = O_1K$

ТК $O_1E = O_2F$; $O_1E \parallel O_2F$ и ~~$\angle EO_1O_2$~~ $= \angle$
$\angle O_1EF = \angle EFO_2 = 90° \Rightarrow O_1EFO_2$ − прям/к. $\Rightarrow EF = 2R = O_1O_2$

Аналог $GH = 2R$; $KJ = 2R$

ТК $KD = DE$; $FC = CG$; $HB = BI$; $IA = JA \Rightarrow$
$AD + BC - AB - CD = 2R + 2R - 2R = 2R = 10$
$\Rightarrow R = 5$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

n.4 (продолжение)

Ответ: $R=5$

~~б) т.к $\angle O_1O_2O_3$ р/с $\Rightarrow \angle O_1O_3O_2=60°$~~

~~$\angle O_1O_3J=\angle O_2O_3H=90°$ (т.к KO_1O_3J и O_2O_3H прямоугольник)~~

~~$\angle JO_3H=360-60-90-90=120°$~~

~~$\triangle JO_3A=\triangle IO_3A$ т.к $JO_3=O_3I$ и $AO_3=AO_3$ (по кат. и гип)~~

~~$\angle JO_3A=\angle AO_3I=\alpha$~~

~~Аналог $\angle IO_3B=\angle BO_3H=\beta$~~

~~$2\beta+2\alpha=\angle JO_3H=120$~~

~~$\angle AOB$~~

б) $O_3=O$

т.к $\triangle O_1O_2O_3$ р/с $\Rightarrow \angle O_1O_3O_2=60°$

$\angle O_1O_3J=\angle O_2O_3H=90°$ (т.к KO_1O_3J и LO_2O_3H прям/к)

$\angle JO_3H=360-90-90-60=120°$

$\triangle JO_3A=\triangle IO_3A$ т.к $JO_3=O_3I=R$ и $AO_3=AO_3 \Rightarrow$ равны по кат. и гип.

$\angle JO_3A=\angle AO_3I=\alpha$; Аналог $\angle IO_3B=\angle BO_3H=\beta$

$2\beta+2\alpha=\angle JO_3H=120$

$\angle AOB=\angle AO_3I+\angle IO_3B=\alpha+\beta=\frac{120}{2}=60°$

Ответ: $\angle AOB=60°$

№ 4 (продолжение)

в) $AO = AO_3$

$BO = BO_3$

по т-ме cos:

$AO_3^2 + O_3B^2 - 2 \cdot AO_3 \cdot O_3B \cdot \cos 60 = AB^2$

$AO_3^2 + O_3B^2 - 42 = AB^2$

$25 + AI^2 + 25 + IB^2 - 42 = (AI + IB)^2$

$AI \cdot IB = 4$

$AO_3^2 = AI^2 + 25$

$BO_3^2 = IB^2 + 25$

$42^2 = (AI^2 + \cancel{625}^{25})(IB^2 + \cancel{625}^{25})$

$42^2 = AI^2 \cdot IB^2 + 25 AI^2 + 25 IB^2 + 625$

$42^2 = 16 + 25 AI^2 + \frac{25 \cdot 16}{AI^2} + 625 \quad | AI^2 \neq 0$

$42^2 AI^2 = 16 AI^2 + 25 AI^4 + 25 \cdot 16 + 625 AI^2$

$25 AI^4 - 1123 AI^2 + 25 \cdot 16 = 0$

$D = 1123^2 - 40'000 = 1221129 = 3^2 \cdot 135681$

$AI^2_{1,2} = \frac{1123 \pm 3\sqrt{135681}}{50}$

$AI_{1,2} = \sqrt{\frac{1123 \pm 3\sqrt{135681}}{50}}$ т.к. $AI > 0$

$IB_{1,2} = \frac{4}{AI} = \frac{4 \cdot \sqrt{50}}{\sqrt{1123 \pm 3\sqrt{135681}}}$

~~$AB = AI + IB = \sqrt{1123}$~~

$AB_1 = \sqrt{\frac{1123 + 3\sqrt{135681}}{50}} + \frac{4\sqrt{50}}{\sqrt{1123 + 3\sqrt{135681}}}$

$AB_2 = \sqrt{\frac{1123 - 3\sqrt{135681}}{50}} + \frac{4\sqrt{50}}{\sqrt{1123 - 3\sqrt{135681}}}$

$\Rightarrow$ Ответ: $AB_{1,2} = \left[\begin{array}{l} \sqrt{\frac{1123 + 3\sqrt{135681}}{50}} + \frac{4\sqrt{50}}{\sqrt{1123 + 3\sqrt{135681}}} \\ \sqrt{\frac{1123 - 3\sqrt{135681}}{50}} + \frac{4\sqrt{50}}{\sqrt{1123 - 3\sqrt{135681}}} \end{array}\right.$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-013

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

$$\begin{array}{r} 300 \\ -180 \\ \hline 120 \end{array}$$

$$AO_3^2 + BO_3^2 - 2AO_3 \cdot O_3B \cdot \cos 60 = AB^2 = (AI + IB)^2$$

$$25 + \cancel{AI^2} + 25 + \cancel{IB^2} - \frac{\cancel{2} \cdot 42}{\cancel{2}} = \cancel{AI^2} + 2AI \cdot IB + \cancel{IB^2}$$

$$8 = 2AI \cdot IB$$

$$AI \cdot IB = 4 \Rightarrow AI = \frac{4}{IB}$$

$$(25 + AI^2)(25 + IB^2) = 42^2$$

$$\left(25 + \frac{16}{IB^2}\right)(25 + IB^2) = 42^2$$

$$625 + 25IB^2 + \frac{16 \cdot 25}{IB^2} + 16 = 42^2$$

$$25IB^2 + \frac{16 \cdot 25}{IB^2} - 1123 = 0$$

$$25IB^4 - 1123IB^2 + 16 \cdot 25 = 0$$

$$D = 1261129 - 40000 = 1221129$$

$$\begin{array}{r} 1117 \\ \times 1117 \\ \hline 7819 \\ 1112 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1113 \\ \times 1113 \\ \hline 3339 \\ 1113 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1123 \\ \times 1123 \\ \hline 3369 \\ 2246 \\ 1123 \\ 1123 \\ \hline 1261129 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 42 \\ \hline 84 \\ 168 \\ \hline 1764 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1764 \\ -625 \\ \hline 1139 \\ -16 \\ \hline 1123 \end{array} \qquad 16 \cdot 100 \cdot 25 \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times 16 \\ \hline 150 \\ 25 \\ \hline 400 \end{array} \quad 40000$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

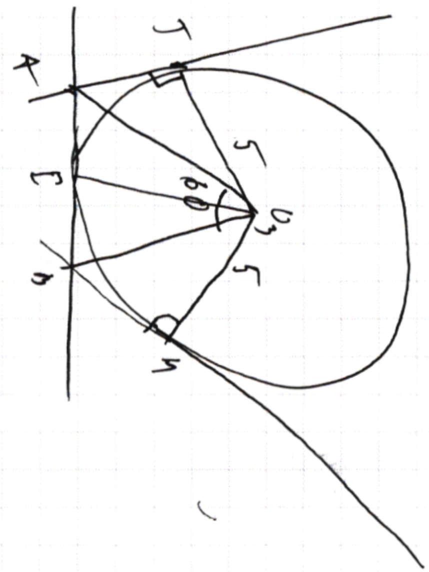
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

65

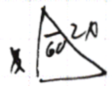
$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 42 \\ \hline 84 \\ 168 \\ \hline 1764 \end{array}$$



625

$$\begin{array}{r} 1764 \\ -625 \\ \hline 1139 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1139 \\ \times 64 \end{array}$$

$64 \cdot 25^2 + 25 \cdot 64 (IB)^2 + 25 (IB)^2 + IB^4 = 64 \cdot 42^2$

$IB^4 + 65 \cdot 25 (IB)^2 + 64 (25^2 - 42^2) = 0$

$IB^4 + 65 \cdot 25 (IB^2) - 1139 \cdot 64 = 0$

$D = 6500 +$

$\left(25 + \frac{IB^2}{64}\right) \cdot (25 + IB^2) = AO^2 \cdot OB^2 = 42^2$

$25^2 + 25 IB^2 + \frac{25}{64} IB^2 + \frac{IB^4}{64} = 42^2 \mid 64$

$AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2 \cdot 42 \cdot \cos 60$

$AB^2 = 5^2 + \cancel{EA^2}\, AI^2 + 5^2 + IB^2 - 42$

$(AI + IB)^2 = 50 + AI^2 + IB^2 - 42 = AI^2 + IB^2 + 8$

$IA \cdot IB = 8 \Rightarrow IA = \frac{IB}{8}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15 − 013

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N.1

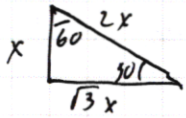
$y = 16 g$ при $x = -13; 13$ при ~~$x \in (-13; 13)$~~ длина 26

$y = 64$ при $x = -8; 8$ длина 16

$\angle \; 180 - \angle$

$\cos(180 - \angle) = -\cos\angle$

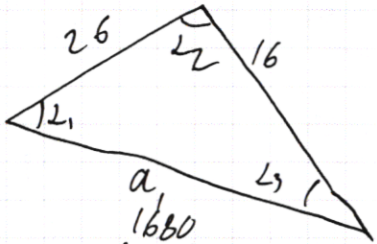
$\cos 120 = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$



$13 \times 8 = 104$

$16 \times 16 = 96, 16, 256$

$\angle_1 = 120°$



$26 \times 26 = 156, 52, 676$

676

по т. cos:

$16^2 = 26^2 + a^2 + 26 \cdot a \cdot \frac{1}{2}$ и a отр.

$420 \times 4 = 1680$

$\angle_2 = 120°$

$1680 + 256 = 1936$

$a^2 = 26^2 + 16^2 + 16 \cdot 26 \cdot \frac{1}{2} = 676 + 256 + 108 =$

$26 \times 26 = 156, 52, 676$

$16 \times 16 = 96, 16, 256$

$26 \times 16 = 156, 26, 416$

$676 + 256 + 108 = 1040$

1040

$\sin\angle \cdot \sin$

$\sqrt{337}$

$1040 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

1040, 520, 260, 130, 75, 25

$676 - 256 = 420$

$626 - 256 = 370$

$370 + 256 = 626$

$\angle_3 = 120°$

$1936 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11^2$

1936, 968, 484, 242, 121

$484 = 4 \cdot 121 = 44$

$26^2 = 16^2 + a^2 + \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot a$

$370 \times 4 = 1480$

$1480 + 64 = 1544$

$1544 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

$626 = 256 + a^2 + 8a$

1544, 772, 386, 193

$44 \times 44 = 176, 176, 1936$

$a^2 + 8a - 370 = 0$

337

$D = 64 + 1480 = 1544$

$a = \frac{-8 + \sqrt{1544}}{2} = -4 + \sqrt{386}$

$-2 + \frac{\sqrt{386}}{2}$

$-8 \; 22$

$22 - 8 = 14$

180-60

$26 \times 16 = 156, 26, 416$

$676 + 256 + 416 = 1348$

$\boxed{1348}$

1348, 674, 337

$1348 = 2 \cdot 2 \cdot 337$

$44 - 16 = 28$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

N. 3

$\frac{18}{-6}$ 12

$13\,x$

на 1: 2^{12}
+
не на 1: $12 \cdot 2^{11}$

$= 2^{11}(2+12) = \boxed{14 \cdot 2^{11}}$

2
4
8
16
32
64
128
256
512
1024
2048
4096

$2048 \times 2 = 4096$

$7 \cdot 4096 - 14 =$

$= 7(4096-2) =$

$= 7 \cdot 4094 = \boxed{28658}$

$4096 \times 7 = 28672$; $28672 - 14 = 28658$

N. 5

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

ОДЗ: $x > -3$, $x \neq -5$

$\sqrt{x+3} - x > 0$ и $\sqrt{x+3} - x \neq 1$

$\sqrt{x+3} > x$

$\sqrt{x+3} = 1 + x$

$x+3 = 1 + 2x + x^2$

$x^2 + x - 2 \neq 0$

$D = 1 + 8 = 9$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \left[\begin{array}{l} 1 \\ -2 \end{array}\right.$

x пр. => всегда при $x > -3$

$x+3 > x^2$

$x^2 - x - 3 < 0$

$D = 1 + 12 = 13$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$

-3, $\frac{1-\sqrt{13}}{2}$, $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$\frac{1-\sqrt{13}}{2} \ ? -3$

$1 - \sqrt{13} \ ? -6$

$-\sqrt{13} \ ? -7$

$x^2 - x - 3 > 0$

$x+3 > x^2$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x)$

$\sqrt{x+3} - x < 1$

$x + 5 \leq \sqrt{x+3} - x$

$x^2 + 10x + 25 \leq x + 3 - 2x\sqrt{x+3} + x^2$

$\sqrt{x+3} - x < 1$

$\sqrt{x+3} < 1 + x$, $1 + x > 0$, $x > -1$

$x + 3 < 1 + 2x + x^2$

$x^2 + x - 2 > 0$

-2, 1

$\boxed{x \in (1; +\infty)}$

$\frac{1-\sqrt{13}}{2} \ ? -2$

$1 - \sqrt{13} \ ? -4$

$-\sqrt{13} \ ? -5$

$19 \times 9 = 108$; 298

$22 \times 16 = 132$; 352

$\sqrt{x+3}$ ...

$x + 5 \leq \sqrt{x+3} - x$

$2x + 5 \leq \sqrt{x+3}$

$4x^2 + 20x + 25 \leq x + 3$

$4x^2 + 19x + 22 \leq 0$

$D = 19^2 - 22 \cdot 16 < 0$

всегда полож. => нет реш.

-2, 1

$x_{1,2} = \left[\begin{array}{l} -2 \\ 1 \end{array}\right.$

$\sqrt{x+3} - x \geq 1$

$\sqrt{x+3} \geq 1 + x$

$x \leq \sqrt{x+3} - 1$

$x + 5 \geq \sqrt{x+3} - x$

$2x + 5 \geq \sqrt{x+3}$

$4x^2 + 20x + 25 \geq x + 3$

$4x^2 + 19x + 22 \geq 0$

$D = 81 - 88 < 0$

$D < 0$

всегда полож.

$\boxed{\text{при } x \in \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}; 1\right)}$

$\sqrt{x+3} - x \neq 1$

$\sqrt{x+3} \neq 1 + x$

$x + 3 \neq 1 + 2x + x^2$

$x^2 + x - 2 \neq 0$

$D = 1 + 8 = 9$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15 — 013

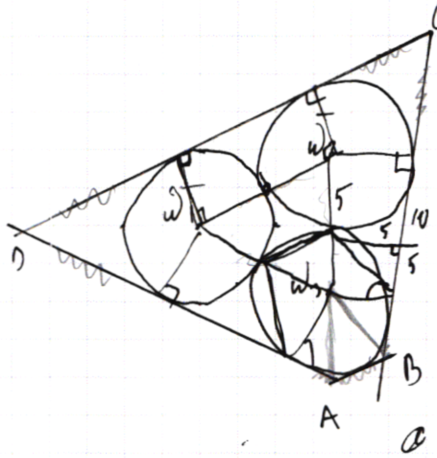
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

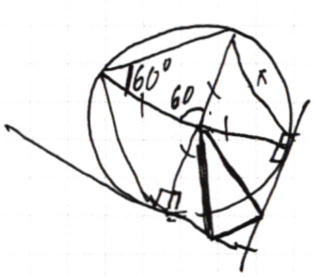
$\cancel{\sin 5x \cdot \sin}(7x+2x)$



$AD+BC-AB-CD=10$

$2R=10$

$\boxed{R=5}$



$\frac{x}{\sin 60} = 10$

$x = \sqrt{3} \cdot 5$

a b c d e

a; $35+a$; $70+a$; $105+a$; $140+a$

$a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ a_5$ $a_1; a_2; a_3; a_4; 5 \in [1;35]$

$35+b_1; 35+b_2; 35+b_3; 35+b_4; 35+b_5$ $b_1 \dots b_5 \in [1;35]$

$70+c_1; 70+c_2; 70+c_3; 70+c_4; 70+c_5$

$105+d_1; 105+d_2; 105+d_3; 105+d_4; 105+d_5$

$140+e_1; 140+e_2; 140+e_3; 140+e_4; 140+e_5$ $e_1 \dots e_5 [1;35]$

$\Sigma = 35\cdot5+70\cdot5+105\cdot5+140\cdot5 + a_1+a_2+\dots+e_5$

~~25 ...~~ Σ миним. при миним. сумме $a_1 - e_5$ очевидно что т.к. они разные и $\in [1;35]$

$\boxed{35\cdot5+70\cdot5+105\cdot5+140\cdot5+(1+2+3+4+5+\dots+25)}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

3

$1\,4\,0$
$1\,0\,5$

$$\begin{array}{r} 140 \\ 105 \\ 70 \\ 35 \\ \hline 350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 350 \\ \times 5 \\ \hline \boxed{1750} \end{array}$$

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$

$\boxed{55}$

11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

$31 \times 5 = \boxed{155}$

$21+22+23+24+25$

21 5
22 4
23 12
24 9
25

11 5

$$\begin{array}{r} 155 \\ 115 \\ 55 \\ \hline 325 \end{array}$$

$2\sqrt{337}$

26
16

$$\begin{array}{r} 1750 \\ +325 \\ \hline 2075 \end{array}$$

$2\sqrt{337} \overset{?}{} 26+16$

$\sqrt{337} \overset{?}{} 13+8$

$\sqrt{337} \; ? \; 21$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 21 \\ 42 \end{array}$$