МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2 ШИФР 9-18

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

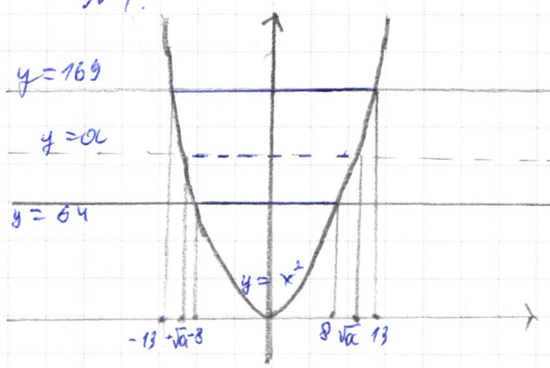
5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



Решение

1) Изобразим параболу и 3 прямые разница координаты x_i (модуль) – и будет длина отрезков, которые высекает парабола;

Таким образом мы получим 3 отрезка длинами:

$x = |8+8| = 16$

$y = |13+13| = 26$

$z = |\sqrt{a}+\sqrt{a}| = 2\sqrt{a}$.

2) Воспользуемся теоремой косинусов для нахождения a, т.к. нам дан $\alpha = 120°$.

а) Если $120°$ напротив стороны длиной $2\sqrt{a}$

$4a = 16^2 + 26^2 - 2 \cdot 16 \cdot 26 \cdot \cos 120°$

$a = 4 \cdot 16 + 13^2 + 2 \cdot 4 \cdot 26 \cdot \frac{1}{2} = 64 + 169 + 104 = 233 + 104 = 337$.

б) Если $120°$ напротив стороны длиной 16

$16^2 = 4a + 26^2 + 2\sqrt{a} \cdot 2 \cdot 26 \cdot \frac{1}{2}$

$64 = a + 169 + 13\sqrt{a}$; Замена $\sqrt{a} = t \geq 0$

$t^2 + 13t + 105 = 0$

$D = 169 - 105 \cdot 4 < 0$; тогда такого тр-ка не существует.

в) Если $120°$ напротив стороны длиной 26

$26^2 = 4a + 16^2 + 2\sqrt{a} \cdot 2 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2}$

$169 = a + 64 + \sqrt{a} \cdot 8$

Замена $t = \sqrt{a}$; $t \geq 0$.

$t^2+8t-105=0$

$D=64+420=484=(22)^2$

$\left[\begin{array}{l} t_1=\frac{-8+22}{2}=7 \\ t_2=\frac{-8-22}{2}=-15 \ \text{— не подходит } t\geq 0. \end{array}\right.$

Возврат к замене

$\sqrt{a}=7$

$a=49$

Ответ: $\{49;\ 337\}$

№2. $g(x)=\sin 5x\cdot\sin 9x-\sin^2 7x-\cos^2 x-3$

Найдем производную ф-ции, приравняем к нулю и найдем точки максимума и минимума.

$g'(x)=9\sin 5x\cdot\cos 9x+5\sin 9x\cos 5x-7\cdot 2\sin 7x\cdot\cos 7x+2\cos x\cdot\sin x$

$g'(x)=5(\sin 5x\cos 9x+\sin 9x\cos 5x)+4\sin 5x\cdot\cos 9x-7\sin 14x+\overset{\sin 2x}{\cancel{\cos 2x}}$

Приравняем к 0

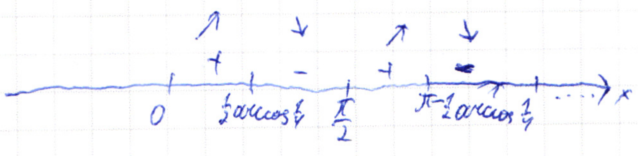
$5\sin(5x+9x)+2(\sin 14x-\sin 4x)-7\sin 14x+\overset{\sin 2x}{\cancel{\cos 2x}}=0$

$7\sin 14x-7\sin 14x+\overset{\sin 2x}{\cancel{\cos 2x}}-2\sin 4x=0$

$\overset{\sin 2x}{\cancel{\cos 2x}}-4\sin 2x\cos 2x=0$

$\sin 2x(1-4\cos 2x)=0$

$\left[\begin{array}{l} \sin 2x=0 \\ 4\cos 2x=1 \end{array}\right.\quad \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}n;\ n\in Z \\ \cos 2x=\frac{1}{4} \end{array}\right.\quad \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}n,\ n\in Z \\ x=\pm\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4}+\pi k,\ k\in Z \end{array}\right.$



max в точке $\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4}$; min в точке 0

$g(0)=0-0-1-3=-4$ – min

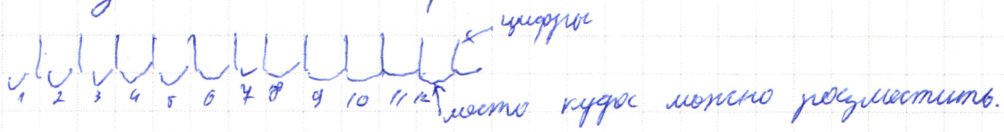
max – $g(\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4})$ ...

Ответ: min $=-4$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

1) Вначале расставим место "5"; всеми возможными способами. $18-6=12$ − останется цифр и между ними надо разместить число из шести "5"; таких способов 13.



2) Далее у нас остались только "0" и "9"; и 12 мест для цифры; Рассмотрим вариант когда у нас "5"-ки стоят на любом, кроме первого места (вначале числа); тогда возможных вариаций будет $\overline{A_2^{11}}-1$; т.к. "0" не может быть на первом месте, тогда мы поставим "9", на оставшихся местах вариаций будет $\overline{A_2^{11}}$ и -1, т.к. нельзя поставить все "9", каждая цифра встречается хотя бы раз. В итоге будет $12\cdot1\cdot(\overline{A_2^{11}}-1)$ вариантов.

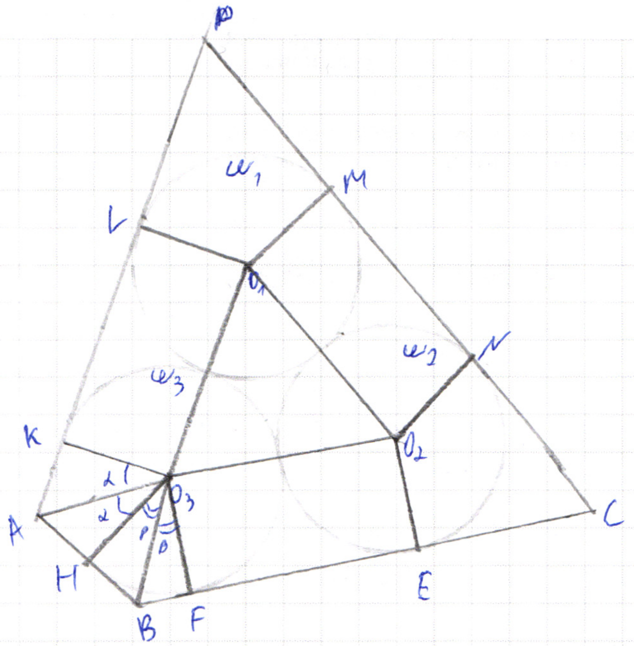
3) Теперь если на 1 месте стоят "5"-ки, тогда мы выбираем из ~~...~~ 2 цифр на 12 мест с повторениями − $\overline{A_2^{12}}$; но т.к. мы должны воспользоваться всеми цифрами хотя бы 1 раз, то -2; В итоге всего вариаций будет:

$$12\cdot1\cdot(\overline{A_2^{11}}-1)+1\cdot(\overline{A_2^{12}}-2)=12\cdot(2^{11}-1)+(2^{12}-2)=$$

$$=24564+4094=28658$$

Ответ: 28658.

№4.



Решение

а) 1) Т.к. окр-ти одинакового радиуса, KLO_1O_3; MO_1O_2N, FO_3O_2E – прям-ки; т.к. O_3F ч O_2E; ...; как пер-ры к одной касательной; тогда

$O_1O_2 = O_2O_3 = KL = MN = O_1O_3 = FE = 2r$.

2) По св-ву кас-ной; кусочки $AK = AH$; $LD = DM$ и т.д.

Тогда $AD + BC - AB - DC = KL + FE - MN = 12$; но

$KL = FE = MN = 2r$

$2r + 2r - 2r = 10$

$r = 5$ см

б) 1) $\triangle KAO_3 = \triangle AO_3H$ (по 3-м сторонам); тогда $\angle KO_3A = \angle AO_3H = \alpha$; также $\triangle HO_3B = \triangle BO_3F$ (по 3-м сторонам);

$\angle HO_3B = \angle BO_3F = \beta$

2) $\angle KO_3O_1 = 90° = \angle FO_3O_2$, как углы в прям-ке; а $\triangle O_1O_2O_3$ – равносторонний, $\angle O_1O_3O_2 = 60°$

3) $360° = 2 \cdot 90° + 60° + 2\alpha + 2\beta$

$2\alpha + 2\beta = 120°$

$\alpha + \beta = 60°$

в) 1) В $\triangle AO_3B$: $S = \frac{1}{2} AO_3 \cdot O_3B \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} AB \cdot r$

$42 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = AB \cdot 5$

$AB = \frac{21\sqrt{3}}{5}$ см

Ответ: а) 5 см б) 60° в) $\frac{21\sqrt{3}}{5}$ см

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

~~log √x+~~ $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5)\geq 1$ ОДЗ: $x\geq -3$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sqrt{x+3}-x>1\\ (x+5)\geq\sqrt{x+3}-x\end{cases}\\ \begin{cases}0<\sqrt{x+3}-x<1\\ x+5\leq\sqrt{x+3}-x\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}4x^2+19x+22\geq 0\\ \left[\begin{array}{l}-3\leq x<-1\\ x+3>x^2+2x+1\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}\begin{cases}-3\leq x\leq 0\\ x^2<x+3\end{cases}\\ x+3<x^2+2x+1\\ 4x^2+19x+22\leq 0\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}D=361-88\cdot 4=9\\ \left[\begin{array}{l}-3\leq x\leq -1\\ (x+2)(x-1)<0\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}D=9\\ \left[\begin{array}{l}-3\leq x\leq 0\\ x^2-x-3<0\end{array}\right.\\ (x+2)(x-1)>0\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x_1=\frac{-19+9}{8}=-1,25\\ x_2=\frac{-19-9}{8}=-3,5\end{array}\right.\\ x\in[-3;1)\end{cases}\\ \begin{cases}x\in[-3,5;-1,25]\\ \left[\begin{array}{l}-3\leq x\leq 0\\ \left[\begin{array}{l}x_1=\frac{1+\sqrt{13}}{2}\approx 2,3\\ x_2=\frac{1-\sqrt{13}}{2}\approx -1,3\end{array}\right.\end{array}\right.\\ x\in(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(-\infty;-3,5]\cup[-1,25;+\infty)\\ x\in[-3;1)\end{cases}\\ \begin{cases}x\in[-3,5;-1,25]\\ x\in[-3;-2)\cup\left(1;\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x\in[-1,25;1)\\ x\in[-3,5;-1,25]\end{array}\right. \Rightarrow x\in[-3,5;1)$$

Ответ: $[-3,5;1)$

№7. Чтобы разность чисел делилась на 35, у каждого числа ~~разн~~ остаток от деления на 35 должен быть разный. Т.к. нам нужно найти наименьшую сумму, то выбираем числа с минимальными остатками т.е. от 1 до 25; 0 - не подходит, т.к. 1й промежуток начинается с 1. Также нам неважно какому числу присвоить какой остаток, т.к мы ищем сумму. Тогда первые 5 чисел + вторые + третьи

и т.д $= \underset{\uparrow}{0\cdot 5\cdot 35} + \underset{\uparrow}{1\cdot 5\cdot 35} + \underset{\uparrow}{2\cdot 5\cdot 35} + \underset{\uparrow}{3\cdot 5\cdot 35} + \underset{\uparrow}{4\cdot 5\cdot 35} + \underbrace{1+2+\ldots}$

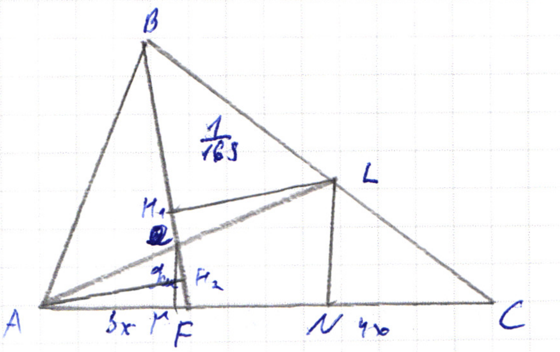
~~кол-во~~ целая часть чисел 1 промежутка при делении на 35 — во 2 пр-ке — 3-ем — 4-ом — 5ом

$\underbrace{\ldots+25}_{\text{сумма остатков}} = 0+175+350+525+700+\frac{1+25}{2}\cdot 25 = 1750+13\cdot 25$

$= 1750 + 325 = 2075$

Ответ: 2075.

№6. Решение



1) Пусть общая площадь S, тогда $BQL = \frac{1}{16} S$.

2) $S_{BFC} = \frac{4}{7} S, = \frac{1}{2}\cdot 3x \cdot h$; h – высота

$S_{ABF} = \frac{3}{7} S, = \frac{1}{2}\cdot 4x\cdot h$; h – высота

3) $S_{FQLC} = S_{FBC} - S_{BQL} = \frac{4}{7}S - \frac{1}{16}S = \frac{64-7}{7\cdot 16} = \frac{57}{7\cdot 16} S$

4) Проведем высоты из A и L; тогда $S_{ABF} = \frac{1}{2} BF \cdot AH_2$

$S_{BFC} = \frac{1}{2} BF \cdot H_1L$; $\frac{S_{ABF}}{S_{BFC}} = \frac{\frac{1}{2} BF\cdot AH_2}{\frac{1}{2} BH\cdot H_1L} = \frac{\frac{3}{7}S}{\frac{4}{7}S}$

$\frac{AH_2}{H_1L} = \frac{3}{4}$.

5) S_{ABQ}; S_{BQL}: $\frac{S_{BQL}}{S_{BQA}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot BQ\cdot H_1L}{\frac{1}{2}\, BQ\cdot AH_2} = \frac{4}{3}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-18

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

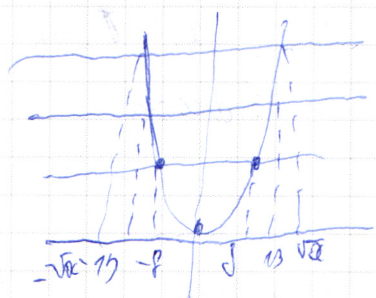
№1

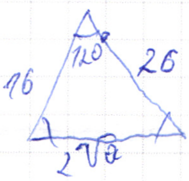
$y=169$ $\quad y=x$

$y=64$ $\quad x=13$

$y=a$ $\quad x=8$

$x=\sqrt{a}$





1) $4a=16^2+26^2+2\cdot16\cdot26\cdot\frac{1}{2}$

$a=4\cdot16+13^2+4\cdot26$

$a=64+169+104=233+104=337$

2) $16^2=4a+26^2+2\cdot\sqrt{a}\cdot2\cdot26\cdot\frac{1}{2}$

3) $26^2=4a+16^2+\sqrt{a}\cdot2\cdot16$

$169=a+64+\sqrt{a}\cdot8$

$t>0=\sqrt{a}$

$t^2+8t-105=0$

$D=64+420=584=484=4\cdot121=(11\cdot2)^2$

$\frac{-13+22}{2}=\frac{9}{2}$

$t=\frac{9}{2}$

$a=\frac{81}{4}=20{,}25$

Ответ: $\{20{,}25;\ 337\}$

$64=a+169+13\sqrt{a}$

$\sqrt{a}=t\geq0$

$t^2+13t-65=0$

$D=169+65\cdot4=169+260=429$

$t=\frac{-13+\sqrt{429}}{2}$

$\sqrt{a}=\frac{-13+\sqrt{429}}{2}$

$a=\frac{(-13+\sqrt{429})^2}{4}=\frac{169-26\cdot\sqrt{429}+429}{4}=\frac{598-26\sqrt{429}}{4}=\frac{299-13\sqrt{429}}{2}$

№2 $g(x)=\sin5x\cdot\sin9x-\sin^2 7x-\cos^2 x-3$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)=2\sin\alpha\sin\beta$

$A=16$

$B=26$

$C=2\sqrt{a}$

$\frac{1}{2}(\cos(5x-9x)-\cos(5x+9x))-\sin^2 7x-\cos^2 x-3=$

$=\frac{1}{2}\cos4x-\frac{1}{2}\cos14x$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$g'(x) = 9\sin 5x \cdot \cos 9x + 5\sin 9x \cdot \cos 5x - 7 \cdot 2\sin 7x \cos 7x + 2\cos x \cdot \sin x = 0$

$5\sin(5x+9x) + 4\sin 5x \cos 9x - \cancel{7\sin 14x} + \sin 2x = 0$

$2(\sin 14x - \sin 4x)$

$\cos 2x = \frac{1}{4}$

$2x = \pm \arccos\frac{1}{4} + 2\pi n$

$x = \pm\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4} + \pi n$

$x = \frac{\pi}{2}n.$

$-2\sin 4x + \sin 2x = 0$

$\sin 2x - 4\sin 2x \cos 2x = 0$

$\sin\frac{\pi}{2}(\cancel{1-\cos}\frac{\pi}{2}) = 1$

$\sin 2x(1-\cos 2x) = 0$

$-\frac{\pi}{4}$

$\left[\begin{array}{l}\sin 2x = 0\\ \cos 2x = 1\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}2x = \pi n\\ 2x = 2\pi n\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{2}n\\ x = \pi n\end{array}\right.$

$\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4}$

$-\pi$ $-\frac{\pi}{2}$ min max min π

$\frac{1}{2}\arccos$

$x = \frac{\pi}{2}n$

$\frac{1}{2}(\cos(5x-9x) - \cos 14x) + 1 + \cos^2 7x$

$-\cos^2 x - 3$

0 $\frac{\pi}{2}$ $\pi - x$ π $\pi + x$

$-\pi$ $-\frac{\pi}{2}$ 0 $\frac{\pi}{2}$ π max min max

$= \frac{1}{2}\cos 4x - \frac{1}{2}\cos 14x - 1 + \frac{1+\cos 14x}{2} -$

$1024 \cdot 2 = 2048.$

$x = 0 - \min$

$x = \frac{\pi}{2} - \max$

$\frac{1+\cos 2x}{2} - 3$

$\times\ 2047$
$\quad 12$
4094
2047
24564
$+\ 4094$
28658

min $g(0) = \cancel{9\cdot 0} + 0 - 0 - 1 - 3 = -4$

max $g(\frac{\pi}{2}) = 1 - 1 - 0 - 3 = -3.$

Ответ: max -3
min -4

$\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}\cos 4x - \frac{1}{2}\cos 14 - \frac{1}{2}ar.$

N3

18. "0" ; "5" ; "9"

$18 - 6 = 12$ дырок 13

555555

"5" — 13 вариантов

000 990
009 999
090
900
099
909

. . .

вариация с 6-ю повторками 11 ост.

$13 \cdot 1 \cdot \overline{A_2^{11}}$

$\overline{C_2^3} = C_{2+3-1}^3 = C_4^3 = \frac{4!}{1!\cdot 3!} = 4$

$\overline{A_2^3} = 2^3$

0000 0111
0001 1011
0010 1101
0100 1110
1000 1111 – 1
0011
0101
1001
0110
1010
1100

Ответ: $12 \cdot 1 \cdot (\overline{A_2^{11}} - 1) + 1 \cdot (\overline{A_2^{12}} - 2) = 12\cdot(2^{11}-1) + 2^{12} - 2 =$

$= 12\cdot(2048-1) + 4096 - 2 =$

$= 24564 + 4094 = 28658.$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-18

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$x \geq -3$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

$\begin{cases} x \geq -3 \\ \log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1 \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq -3 \\ \sqrt{x+3}-x > 1 \\ (x+5) \geq \sqrt{x+3}-x \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq -3 \\ 0 < \sqrt{x+3}-x < 1 \\ x+5 \leq \sqrt{x+3}-x \end{cases} \end{array}\right.$

$\begin{cases} x \geq -3 \\ -3 \leq x < -1 \\ x+3 > x^2+2x+1 \\ 2x+5 \geq \sqrt{x+3} \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -3 \\ 0 \leq x \leq -1 \\ x^2 < \sqrt{x+3} < 1+x \\ 4x^2+20x+25 \leq x+3 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -3 \\ \left[\begin{array}{l} -3 \leq x < -1 \\ x^2+x-2 < 0 \end{array}\right. \\ 4x^2+19x+22 \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -3 \\ \left[\begin{array}{l} -3 \leq x \leq -1 \\ (x+2)(x-1) < 0,\ x \in (-2;1) \end{array}\right. \Rightarrow [-3;1) \\ \left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{-19+9}{8} = -1\frac{1}{4} \\ x_2 = \frac{-19-9}{8} = -3\frac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -3;\ 0 \geq x \geq -3 \\ x^2-x-3 < 0 \\ x^2+x-2 > 0 \end{cases}$

$D = 361-88\cdot 4 = 361-352 = 9$

$\begin{cases} -3 \leq x \leq 0 \\ D = 1+12 = 13; \quad \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \approx 2{,}3;\ \approx -1{,}3 \\ (-\infty;-2) \cup (1;+\infty) \end{cases}$

$x \in \left(-1;\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \cup [-3;-2)$

$[-3{,}5;-1{,}25]$

$\begin{cases} [-3;1) \\ (-\infty;-3{,}5] \cup [-1{,}25;+\infty) \Rightarrow [-1{,}25;1) \end{cases}$

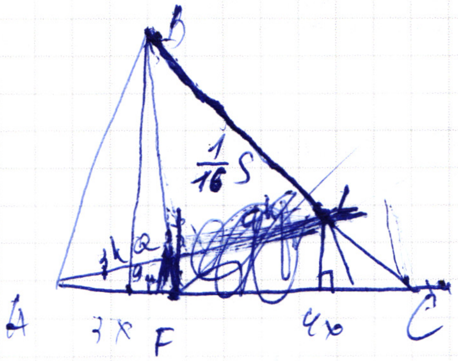
$\{[-3;-2)$

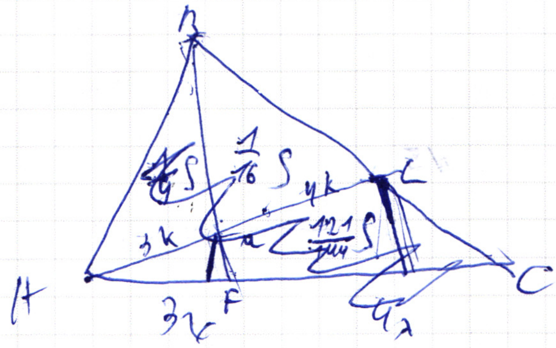
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



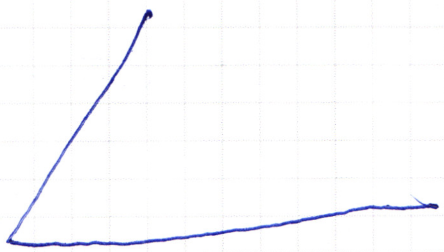


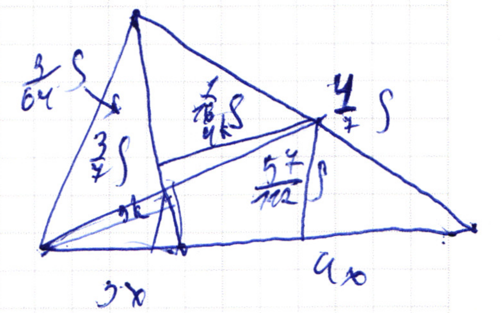
$S_{QFLC} + \frac{1}{16}S = h \cdot 4x$

$3x \cdot h + 3x \cdot (h-9) = S - h \cdot 4x$

$S - \frac{1}{9}S - \frac{1}{16}S$

$\frac{144-16-9}{144} = \frac{121}{144} = \left(\frac{11}{12}\right)^2$





$S = 7x \cdot h$

$\frac{4}{7}S - \frac{1}{16}S = \frac{64-7}{7 \cdot 16} = \frac{57}{112}S$

$3k \cdot a = \frac{3}{64}S$

$4k \cdot a = \frac{1}{16}S$

$k \cdot a = \frac{1}{64}S$

$S_M = 3x \cdot y = \frac{3 \cdot 57}{7 \cdot 64}S$

$4x \cdot z = \frac{57}{112}S$

$\frac{3}{7}S - \frac{3}{64}S = \frac{3(64-7)}{7 \cdot 64}S =$

$= \frac{3 \cdot 57}{7 \cdot 64}S$

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-18

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{\frac{1}{16}S}{S_{ABQ}} = \frac{4}{3}$$

$$S_{ABQ} = \frac{3}{64}S.$$

6) $S_{AQF} = S_{ABF} - S_{ABQ} = \frac{3}{7}S - \frac{3}{64}S = \frac{3(64-7)}{64\cdot 7} = \frac{3\cdot 57}{64\cdot 7}S$

7) $S_{ALC} = S_{AQF} + S_{QLCF} = \frac{3\cdot 57}{64\cdot 7}S + \frac{57}{7\cdot 16}S =$

$= \frac{57(3+4)}{64\cdot 7}S = \frac{57}{64}S.$

8) $S_{AQF} = \frac{1}{2}\cdot 3x\cdot 9\,(\text{см}) = \frac{3\cdot 57}{64\cdot 7}S$

$S_{ALC} = \frac{1}{2}\cdot 7x\cdot LN = \frac{57}{64}S$

$$\frac{S_{AQF}}{S_{ALC}} = \frac{3\cdot 9\cdot x}{7\cdot LN\cdot x} = \frac{3\cdot 57\cdot 64\cdot S}{7\cdot 57\cdot 64\cdot S}$$

$$\frac{3}{7}\cdot\frac{9}{LN} = \frac{3}{7}$$

$LN = 9$ см

Ответ: 9 см

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

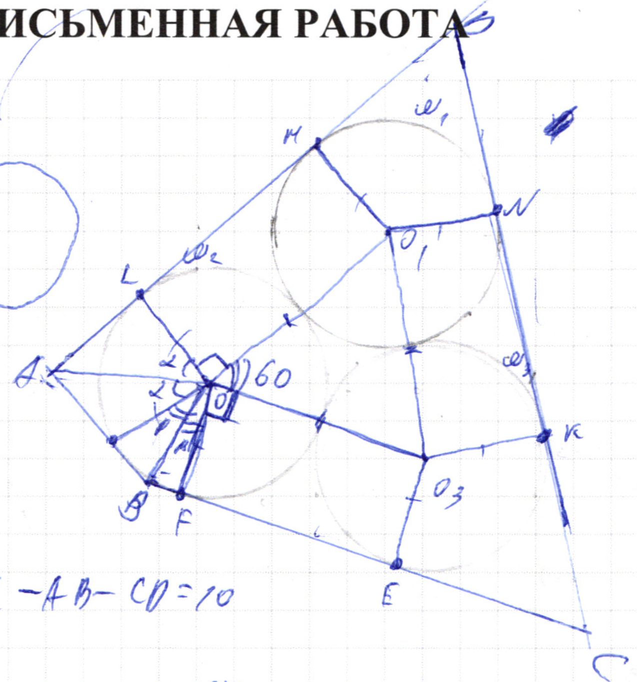
9-18

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.



$AD+BC-AB-CD=10$

$LM+FE=NK=10$

а)

$O_1O_2=2r=LM=O_2O_3=$
$O_1O_3=FE=NK$

Т.к. окр-ти один-го радиуса, т. к. $O_1O_2 \parallel LM$; т.к. MO_1O_2L - прям-ик, $MO_1=LO_2=r$;

$2r+4r-2r=10$

$2r=10$

$r=5$ см

б) $2\alpha+2\beta=360-60-180=120°$ (т.к. Δ-ки равны по 3-м сторонам)

$\alpha+\beta=120°:2=60°$

в) $AO\cdot OB=42$ см

$AO=\cancel{\frac{42}{OB}=\frac{42}{x}}$

$S=\frac{1}{2}AO\cdot OB\cdot \sin\alpha$; $S=\frac{1}{2}AB\cdot h=\frac{1}{2}AB\cdot r$

$\frac{1}{2}\cdot 42\cdot\frac{\sqrt3}{2}=\frac{21\sqrt3}{2}=\frac{AB\cdot 5}{2}$

$AB=\frac{21\sqrt3}{5}$ см

7. чтобы числа делились на 35, то разность их остатков от деления на 35 ~~на~~ $\neq 0$. т.е. он выбрал ~~[illegible]~~ числа ~~со всеми~~ с различными возможными остатками от деления на 35; т.к нам нужно найти наименьшее значение суммы, то выбираем остаток в первых 25 числах - ~~[illegible]~~, т.е. 1, 2, 3, 4, ...25.; неважно какому числу из какого промежутка приводить остаток, т.к. в сумме все равно будет одинаково;

$A_n^k=n^k$ $\quad 0\cdot 5+35\cdot 5+70\cdot 5+105\cdot 5+140\cdot 5.+1+2+3+...25$

$=0+175+350+525+700+\frac{1+25}{2}\cdot 25=1750+13\cdot 25$

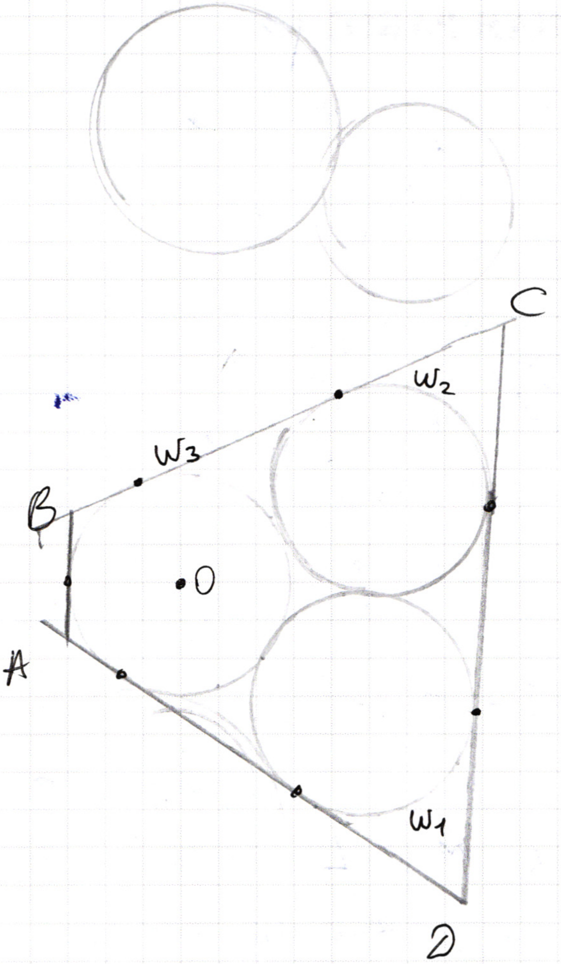
$1750+250+75=1750+325=2075.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$AD+BC-AB-CD=12$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)