МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 15-036

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Дано:
$y = 2x^2$
$y = 98$
$y = 18$
$y = a$
$\alpha = 120°$ из l - ?

Найдём длины отрезков, не зависящих от параметра "a" =>

=> 1) $y = 98$
$98 = 2x^2$
$x = \pm 7 \Rightarrow l_1 = 14$

2) $y = 18$
$18 = 2x^2$
$x = \pm 3 \Rightarrow l_2 = 6$

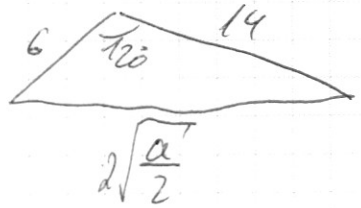
т.к. парал. оси X.

Найдём длину отрезка зависящую от параметра.

$\begin{cases} y = a \\ y = 2x^2 \end{cases} \Rightarrow a = 2x^2$

$\frac{a}{2} = x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{a}{2}} \Rightarrow l_3 = 2\sqrt{\frac{a}{2}}$

Случай первый: $2\sqrt{\frac{a}{2}}$ – большая сторона.
~~из теоремы~~ : из теор. cos.

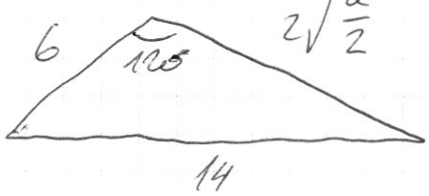


$4 \cdot \frac{a}{2} = 14^2 + 6^2 + 2 \cdot 14 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}$

$2a = 196 + 36 + 84$

$a = 158$;

Случай второй: 14 — бо́льшая сторона =>



из теор. cos.

$$196 = 36 + 4\frac{a}{2} + 4\cdot\sqrt{\frac{a}{2}}\cdot 6\cdot\frac{1}{2}$$

$$160 = 2a + 12\sqrt{\frac{a}{2}}$$

$$80 = a + 6\sqrt{\frac{a}{2}}$$

$$80 - a = 6\sqrt{\frac{a}{2}} \Rightarrow a \le 80$$

иначе $\sqrt{\alpha} < 0$ — что невозможно.

какое-то число.

$$(80-a)^2 = 36\cdot\frac{a}{2}$$

$$6400 - 160a + a^2 = 18a$$

$$a^2 - 178a + 6400 = 0$$

$$D = 31684 - 25600 = 6084 = 2^2\cdot 13^2\cdot 6,\ \text{то}$$

$$\left[\begin{array}{l} a = \frac{178+26\sqrt{6}}{2} \text{ — не уд. усл. } a \le 80 \\ a = \frac{178-26\sqrt{6}}{2} = 89 - 13\sqrt{6} \end{array}\right.$$

Случай третий, когда бо́льшая сторона 6 не возможен, т.к. $14 > 6$, и тогда против большего угла будет лежать меньшая сторона.

Ответ: это возможно при $a \in \{158; 89-13\sqrt{6}\}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-036

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3. Допустим, что число 8888888 – α и теперь это один символ, тогда мы можем рассмотреть не все 17-ти значные числа, а все 11-ти, где одну из позиций занимает ~~...~~ α.

Таких вариантов расположения α – 11:

Случай первый: α – первый символ.

α _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

тогда мы 2^{10} способов можем разместить 0 и 7, но т.к. должны присутствовать все цифры, то способов $2^{10}-2$, ~~...~~

Случай второй – одиннадцатый – α – не первый символ. Тогда на первой позиции должна стоять 7, т.к. число с "0" начинаться не может, т.е.

7 $\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{}$

где-то тут ещё стоит α =>

=> свободных позиций 9, т.е. мы можем заполнить их 0 и 7 2^9 способами,

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №8

(Нумеровать только чистовики)

но цифры должны быть все, ~~а~~ одна α уже есть, значит способов 2^9-1 на каждое размещение α второго варианта.

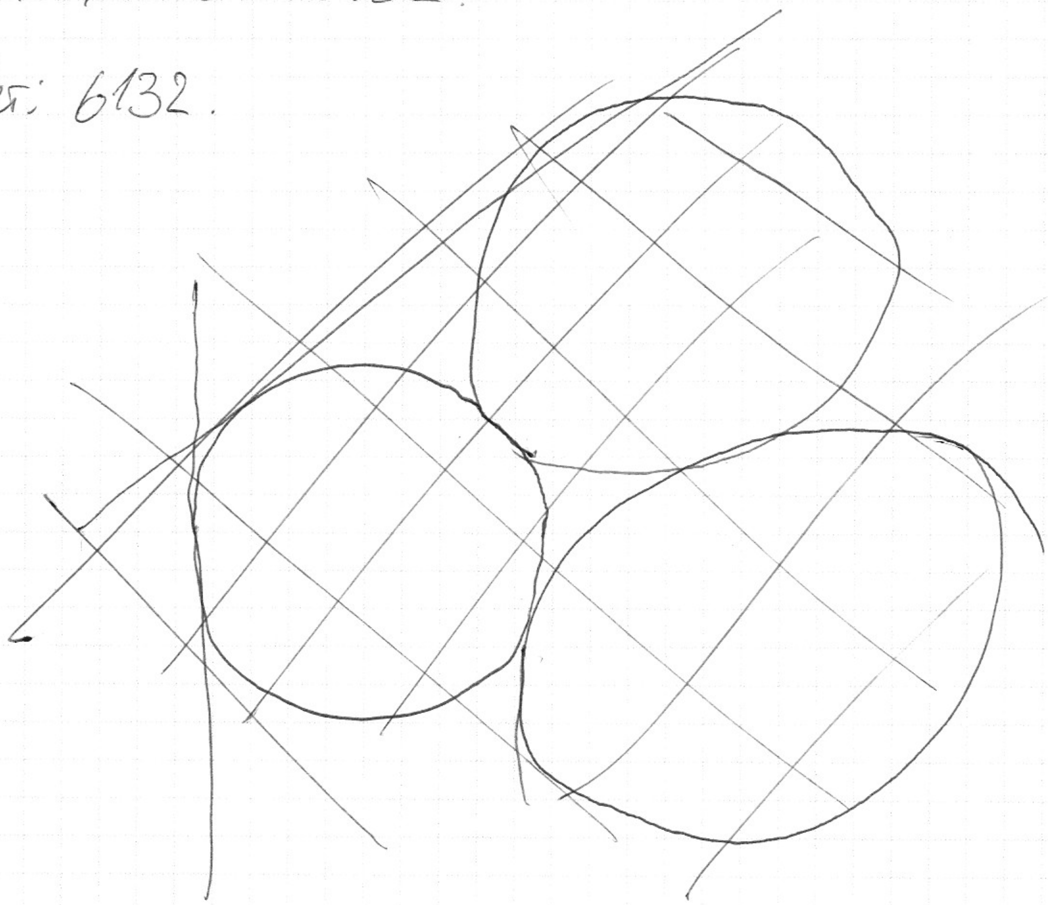
Значит всего таких чисел:

$$2^{10}-2+10(2^9-1)=1024+5120-2-10=$$

$$=6144-12=6132.$$

Ответ: 6132.

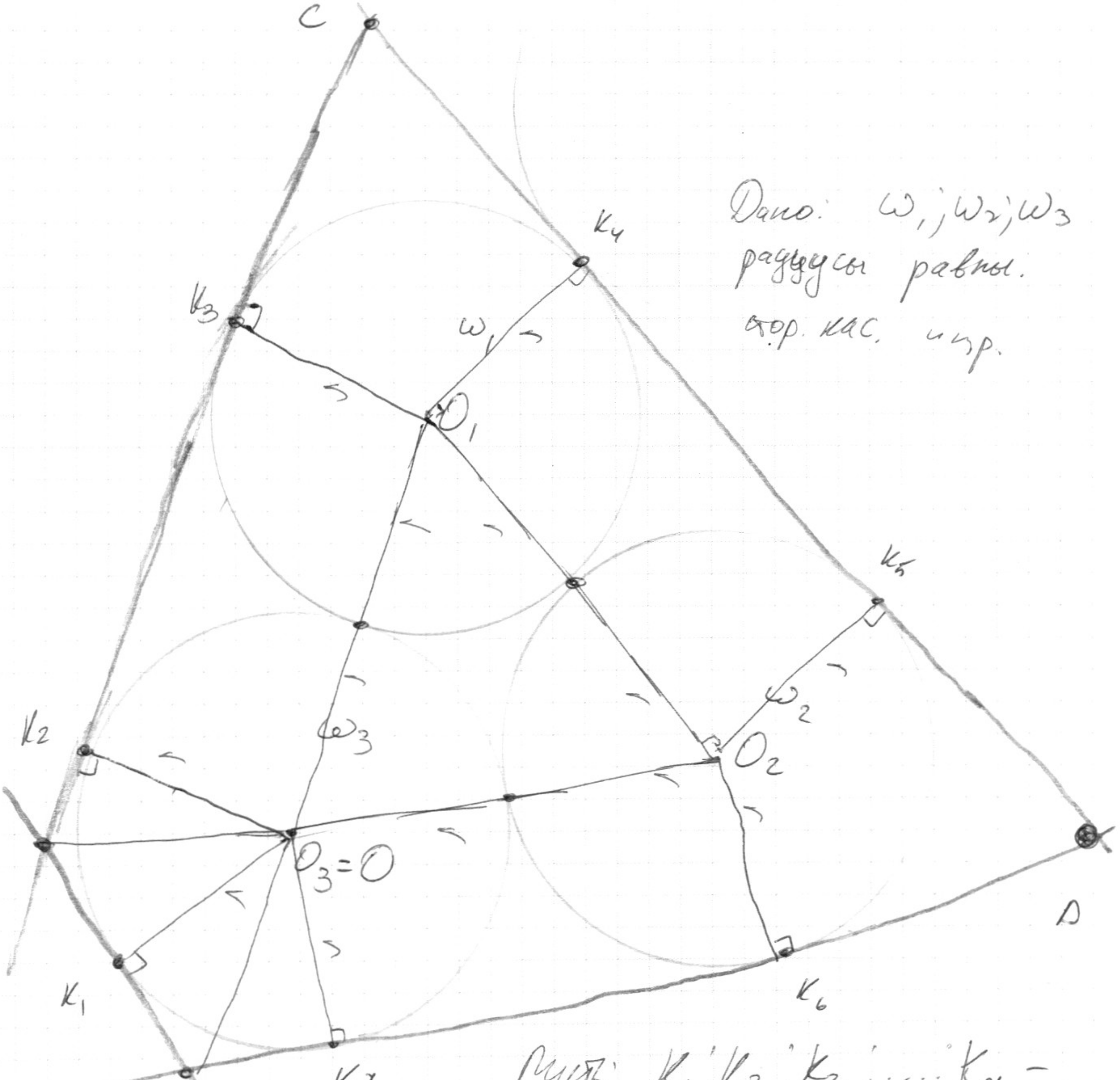
№4.



см. след. стр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.к. разрешено делать рисунки карандашом:



Дано: $\omega_1; \omega_2; \omega_3$ радиусы равны. стор. кас. окр.

Пусть: $K_1; K_2; K_3; \dots; K_7$ — точки касания окружностей и сторон ~~четы~~трёхугольника ABCD.

Из-за равенства радиусов (по условию) и

на основе общеизвестного факта, что окружности
попарно касающиеся друг-друга и имеющие равный радиус только внешне,
что соответствует нашему условию, образуют
центрами равностор. треуг. со стороной $2r$.

Получим, что $K_2K_3O_1O_3$; $K_4K_5O_2O_1$; $K_6K_7O_3O_2$ –
прямоугольники, т.е. $K_7K_6 = K_4K_5 = K_2K_3 = 2r$

(1)

по теореме о касательных из
одной точки:

$$\begin{aligned} BK_2 &= BK_1 \\ AK_1 &= AK_7 \\ DK_6 &= DK_5 \\ CK_3 &= CK_4 \end{aligned} \quad (2)$$

По усл. Р-рим условие: $AD + BC - AB - CD = 12$

"Распишем" все составляющие, т.е.

$AD = AK_7 + K_7K_6 + K_6D$ и т.д., получим:

$$\underbrace{AK_7 + K_7K_6 + K_6D}_{AD} + \underbrace{BK_2 + K_2K_3 + K_3C}_{BC} - \underbrace{(AK_1 + BK_1)}_{AB} -$$

$$- \underbrace{(CK_4 + K_4K_5 + K_5D)}_{CD} = 12$$

применив условие (1) и (2) получим

$2r = 12$

$\underline{r = 6}$ => радиус всех окружностей 6

см. след. стр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

По доказанному ранее угол $(O_1O_3O_2)$, т.е.

$\left.\begin{array}{l} \angle O_1OO_2 = 60^\circ \\ \text{и } \angle K_2OO_1 = \angle K_7OO_2 = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle K_2OK_7 = 120^\circ$

$\triangle OK_2B = \triangle OK_1B$, т.к. по равным катетам и общей гипотенузе $\Rightarrow \angle K_2OB = \angle K_1OB$

Аналогично $\angle K_7OA = \angle K_1OA$

$\left\{\begin{array}{l} \angle BOA = \angle BOK_1 + \angle AOK_1 \\ \angle K_2OK_7 = 2\angle BOK_1 + 2\angle AOK_1 \end{array}\right. \Rightarrow \angle K_2OK_7 = 2\angle BOA$

$\angle BOA = 60^\circ$

Рассмотрим $\triangle BOA$.

Его площадь будет: $OK_1 \cdot AB \cdot \frac{1}{2} = S = r \cdot AB \cdot \frac{1}{2} = 3AB$

Но, также его площадь будет: $\frac{1}{2}\underbrace{AO \cdot OB}_{} \cdot \sin 60^\circ =$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 58 = \frac{\sqrt{3} \cdot 29}{2} \Rightarrow$

по условию в) равно 58.

$\Rightarrow \frac{29\sqrt{3}}{2} = 3AB \Rightarrow AB = \frac{29\sqrt{3}}{6}$

~~$AB = \frac{29\sqrt{3}}{6}$~~

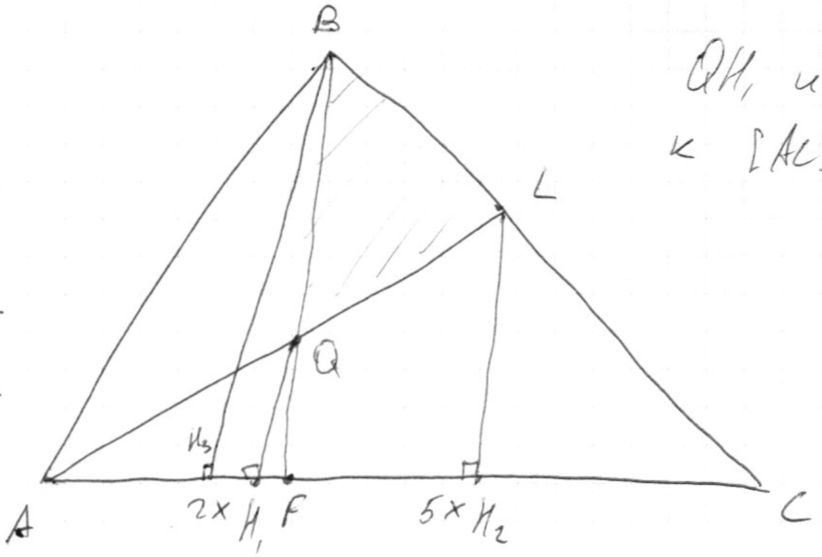
Ответ: а) $r = 6$ б) $\angle AOB = 60$ в) $AB = \frac{29\sqrt{3}}{6}$

№6.

QH₁ и LH₂ – высоты к [AC]

$\frac{AF}{FC}=\frac{2}{5}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}}=\frac{5}{12}$



$\rho(Q;AC)=6$

$\rho(L;AC)$ – ?

по теор. об отнош. площадей треугольников с равными углами:

$\frac{S_{BLQ}}{S_{BLA}}=\frac{LQ}{LA}$; Аналогично $\frac{S_{ALB}}{S_{ABC}}=\frac{BL}{BC}$ =>

из усл.

=> $S_{BLA}=\frac{BL}{BC}S_{ABC}$ => $\frac{S_{BLQ}}{S_{ABC}}=\frac{LQ}{LA}\cdot\frac{BL}{BC}=\frac{5}{12}$

Треугольник $\triangle AQH_1 \sim \triangle ALH_2$, т.к. $\angle LAC$ – общий, а $\angle AH_1Q=\angle AH_2L=90^\circ$ =>

(1) => $\frac{AQ}{AL}=\frac{6}{LH_2}$ => $\frac{QL}{AL}=1-\frac{AQ}{AL}=1-\frac{6}{LH_2}$

$\angle C$ общий у $\triangle ACL$ и $\triangle ACB$ => $\frac{S_{\triangle ACL}}{S_{ACB}}=\frac{CL}{BC}$

у $\triangle ABF$ и $\triangle ABC$ – общая высота $[BH_3]$ => => их площади относятся как основания, т.е. $\frac{S_{ABF}}{S_{ABC}}=\frac{2}{7}$; => $S_{FQLC}=S_{ABC}-S_{BQL}-S_{ABF}=$

см. след. стр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$= S_{ABC}\left(1-\frac{5}{12}-\frac{2}{7}\right) = S_{ABC}\left(\frac{12-5}{12}-\frac{2}{7}\right) = S_{ABC}\left(\frac{7}{12}-\frac{2}{7}\right) =$

$= S_{ABC}\,\frac{49-24}{12\cdot 7} = \frac{25}{12\cdot 7}\,S_{ABC}$ (2)

Также $S_{FQLC} = S_{ALC} - S_{AQF}$

по теореме об площадях Δ с общим $\angle$ =>

=> $\frac{S_{AQF}}{S_{ALC}} = \cancel{\frac{AQ}{AL}} \cancel{\frac{AL}{AC}}\ \frac{AQ\cdot AF}{AL\cdot AC} = \frac{2}{7}\cdot\frac{AQ}{LC}$

из условий (1) => $\frac{S_{AQF}}{S_{ALC}} = \frac{2}{7}\cdot\frac{6}{LH_2}$ =>

=> $S_{FQLC} = S_{ALC}\left(1-\frac{2}{7}\cdot\frac{6}{LH_2}\right)$ (3)

поделим (2) на (3)

$1 = \frac{S_{ABC}}{S_{ALC}}\cdot\frac{\frac{25}{12\cdot 7}}{1-\frac{2}{7}\cdot\frac{6}{LH_2}}$

$\frac{S_{ALC}}{S_{ABC}} = \frac{CL}{BC} = \frac{25}{12\cdot 7 - 24\cdot\frac{6}{LH_2}}$ => $\frac{BL}{BC} = 1 - \frac{25}{12\cdot 7 - 24\cdot\frac{6}{LH_2}}$ =>

$$\Rightarrow \frac{5}{12} = \left(1 - \frac{6}{LH_2}\right)\left(1 - \frac{25}{12\cdot 7 - 24\cdot \frac{6}{LH_2}}\right)$$

пусть $\frac{6}{LH_2} = t$

$$\frac{5}{12} = (1-t)\left(1 - \frac{25}{12\cdot 7 - 24t}\right)$$

$$\frac{5}{12} = (1-t)\cdot \frac{12\cdot 7 - 24t - 25}{12\cdot 7 - 24t}$$

$$\frac{5}{12} = (1-t)\cdot \frac{84 - 25 - 24t}{12(7-2t)}$$

$$5 = (1-t)\cdot \frac{59 - 24t}{7-2t}$$

$$5\cdot(7-2t) = (1-t)(59-24t)$$

$$35 - \underline{10t} = 59 - \underline{24t} - \underline{59t} + 24t^2$$

$$0 = 24t^2 - 73t + 24$$

$$0 = t^2 - \frac{73}{24}t + 1$$

вернемся к $\frac{6}{LH_2}$

$$0 = \frac{36}{LH_2^2} - \frac{73}{24}\cdot\frac{6}{LH_2} + 1$$

$$0 = 36 - \frac{73}{4}\cdot LH_2 + LH_2^2$$

$$D = \frac{5329}{16} - 4\cdot 36 = \frac{5329 - 2304}{16} = \frac{5^2\cdot 11^2}{4^2};\ D>0$$

см. след. стр.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-036

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$LH_2 = \frac{\frac{73}{4} - \frac{55}{4}}{\ldots}$ не возможно, т.к. длина ≥ 0 должна быть~~

~~$LH_2 = \frac{\frac{73}{4}}{\ldots} \frac{2}{4}$~~

$$\left[\begin{array}{l} LH_2 = \dfrac{\frac{73}{4} - \frac{55}{4}}{2} = \dfrac{9}{4} = 2{,}25 \\ LH_2 = \dfrac{73+55}{8} = 16 \end{array}\right.$$

$-$ не возможно, т.к. лежат на сторонах, и пересекаются отрезки, а не их продолжения.

Ответ: $LH_2 = 16$.

№2.

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

~~$g(x) = \frac{1}{2}(2\sin 3x \cdot \sin 7x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$~~

~~$g(x) = \frac{1}{2}(\cos 5x - \cos 2x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$~~

~~$g(x) = +\frac{1}{2}\cos 5x - \frac{1}{2}(1 -$~~

$g(x) = -\frac{1}{2}(\sin(-3x)\sin 7x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$g(x) = \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 5x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$g(x) = \frac{1}{2}(1 - 2\sin^2 x) + \frac{1}{2}\cos 5x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$g(x) = \frac{1}{2} + \sin^2 x + \frac{1}{2}\cos 5x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

~~$g(x) = \cos^2 5x + \frac{1}{2}\cos 5x + 3{,}5$~~

~~$g(x) = \cos^2 5x$~~

$$g(x) = \cos^2 5x + \frac{1}{2}\cos 5x + 3{,}5$$

$$g'(x) = 2\cos 5x \cdot (-\sin 5x)\cdot 5 - \frac{1}{2}\sin 5x \cdot 5 + 0$$

$$g'(x) = -10\cos 5x \cdot \sin 5x - \frac{5}{2}\sin 5x$$

$$g'(x) = -5\sin 5x\left(2\cos 5x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin 5x = 0 \Rightarrow 5x = 0 + \pi n;\ n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 0 + \frac{\pi}{5}n;\ n \in \mathbb{Z} \\ 2\cos 5x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos 5x = -\frac{1}{4} \Rightarrow 5x = \pm\arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + 2\pi n;\ n \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

$$x = \frac{\pm\arccos\left(-\frac{1}{4}\right)}{5} + 2\pi n;\ n \in \mathbb{Z}$$

№7.

Очевидно, что числа стоит брать разные, т.к.

0 ⋮ 45, и с наименьшим "шагом", т.е.
разность чисел также не должна быть ⋮ 45.
значит возьмем α в первом мн-ве
из второго мн-ва наименьшее число
не ⋮ 45 — $\alpha + 45$, где α ⋮̸ 45
=> Аналогично получим для всех
6-ти чисел, а т.к. нужен минимум

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-036

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

то возьмем по порядку:

$\alpha = 1$ 46

$\beta = 2$ 47

$\gamma = 3$ 48 ч.т.д.

$\delta = 4$ 49

$\varepsilon = 5$ 50

$\tau = 6$ 51

мн-во 1 мн-во 2

вся сумма будет.

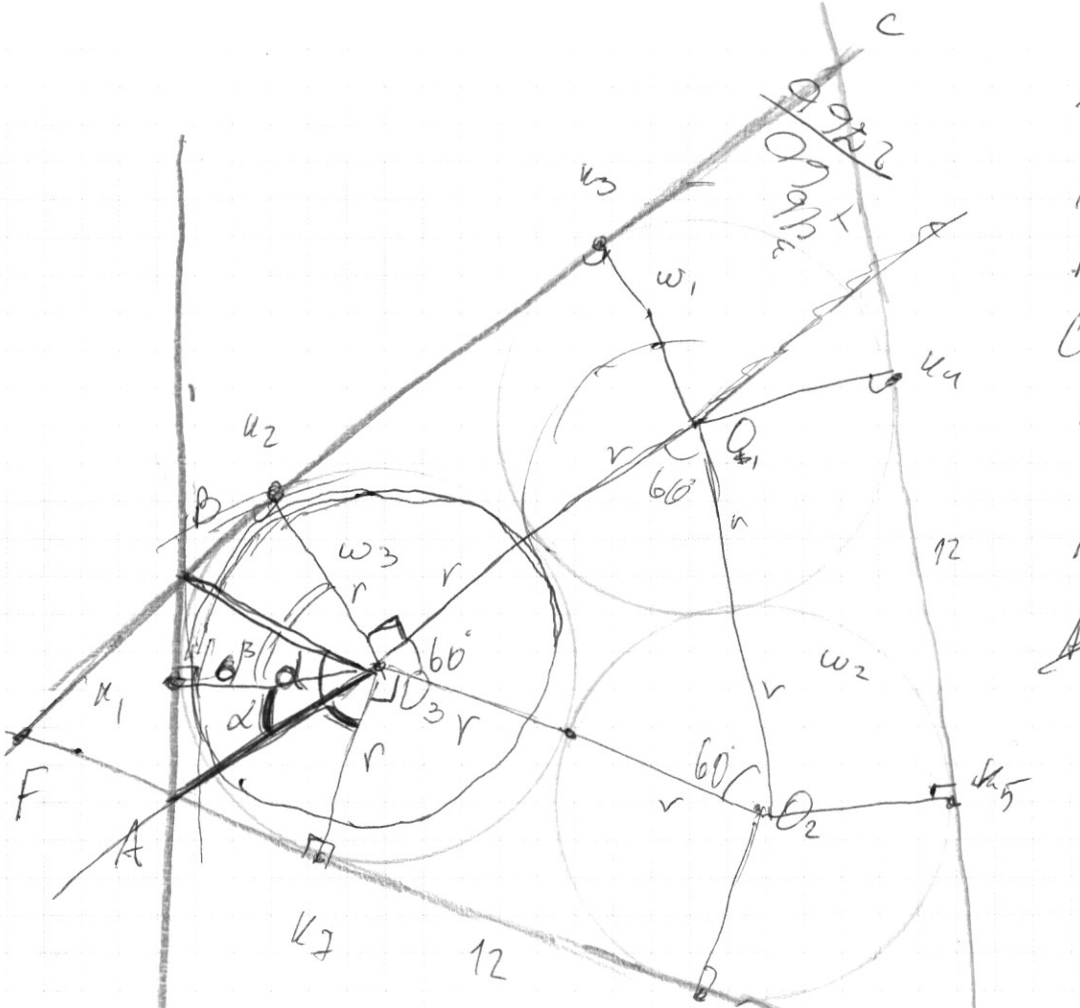
$1+5+46\cdot(4+3+2+1)\cdot 6+2\cdot 5+3\cdot 5+4\cdot 5+5\cdot 5+$
$+6\cdot 5 = 5+46\cdot 10\cdot 6+10+15+20+25+$
$+30 = 20+46\cdot 60+10+20+25+30 =$
$= 105+2760 = 2865$

Ответ: 2865.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)



$2(\alpha+\beta) = 360° - 60° - 180°$

$2(\alpha+\beta) = 120°$

$\alpha+\beta = 60°$

$\frac{1}{2} AO \cdot BO \cdot \sin 60° = 6 \cdot AB \cdot \frac{1}{2}$

$58 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6 \cdot AB$

$\frac{29\sqrt{3}}{6} = AB$

$AK_1 = AK_7$

$BK_1 = BK_2$

$CK_3 = CK_4$

$DK_5 = DK_6$

$AD + BC - AB - DC = 12$

$\cancel{AK_7} + \cancel{K_7K_6} + \cancel{K_6D} + \cancel{BK_2} + K_2K_3 + \cancel{K_3C} - \cancel{BK_1} - \cancel{AK_1} - \cancel{DK_5} - \cancel{K_5K_4} - \cancel{CK_4} = 12$

$K_2K_3 = 12$

$2r = 12$

$r = 6$

$\sin 3x \cdot \sin 7x$

$-\frac{1}{2}(-2\sin 3x \cdot \sin 7x)$

$-\frac{1}{2}(\cos 5x - \cos 2x)$

$-\frac{1}{2}\cos 5x + \frac{1}{2}\cos 2x$

$-\sin(-3x)\sin 7x$

$\frac{1}{2}(-2\sin(-3x)\sin 7x)$

$-\alpha + \beta = -3x$

$\alpha + \beta = 7x$

$\alpha = -3x + \beta$

$-3x + 2\beta = 7x$

$\sin x^2 + \sin x^2$

$\sin^2 x - \cos^2 x$

$2\cos 5x$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-036

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left[\begin{cases}\sqrt{x+7}-x \geq 1 \\ (x+4) \geq \sqrt{x+7}-x\end{cases}\right.$$ ①

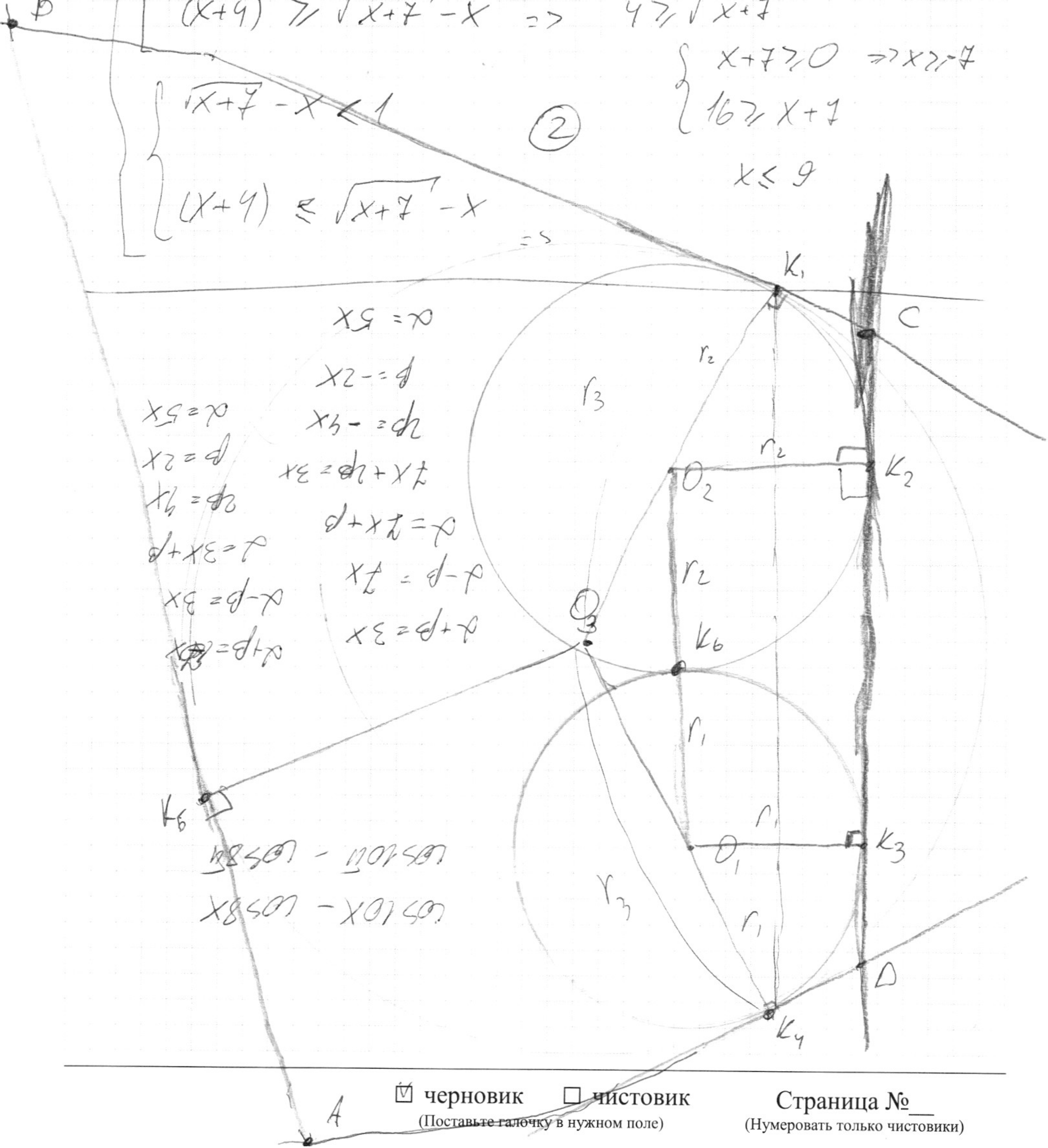
$\Rightarrow\ 4 \geq \sqrt{x+7}$

$$\begin{cases} x+7 \geq 0 \Rightarrow x \geq -7 \\ 16 \geq x+7 \end{cases}$$

$x \leq 9$

$$\begin{cases}\sqrt{x+7}-x < 1 \\ (x+4) \leq \sqrt{x+7}-x\end{cases}$$ ②

$\Rightarrow$



$\cos 10x - \cos 8x$

$\cos 10x - \cos 8x$

№2. Черн 3.

$\sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$\frac{1}{2} \cdot 2\sin\frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\frac{\cos 10x + 1}{2} = \cos^2 5x$

$\alpha - \beta = 6x \Rightarrow \alpha = 6x + \beta$

$\alpha + \beta = 14x$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$6x + 2\beta = 14x$

$2\beta = 8x$

$\beta = 4x \Rightarrow \alpha = 10x$

$-\frac{1}{2}\cos 10x + \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 x + \frac{1}{2}\cos 10x + \frac{1}{2} + 4 =$

$= \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 x + \frac{1}{2} + 4$

№3.

пусть ~~...~~ $\underbrace{8888888}_{\alpha}$ => 11 значное число, одно из которых - альфа.

11 способов разместить α

№5.

$\log_{\sqrt{x+7} - x}(x+4) \geq 1$

$\log_{\sqrt{x+4+3} - (x+4 - 4)}(x+4) \geq 1$

~~$\log \sqrt{t+3}$~~ $\log_{\sqrt{t+3} - t + 4} t \geq 1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-036

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y=2x^2$

$y=98$

$y=18$

$y=a$

$\alpha=120^\circ$!

1) $98=2x^2$

$49=x^2 \Rightarrow x=\pm 7 \Rightarrow (-7;98);(7;98)$

$\boxed{l=14}$

2) $18=2x^2$

$x=\pm 3 \Rightarrow \boxed{b=6}$

3) $y=a=2x^2$

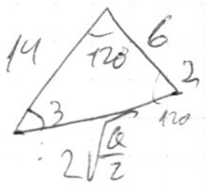
$x=\pm\sqrt{\frac{a}{2}} \Rightarrow l=2\sqrt{\frac{a}{2}}$

$14 \cdot 14 = 56 + 140 = 196$

$14 \cdot 6 = 84$; $84+36=120$; $120+196=316$

$316 : 2 = 158$; $158 : 2 = 79$

1) $4\cdot\frac{a}{2}=14^2+6^2+2\cdot14\cdot6\cdot\frac{1}{2}$

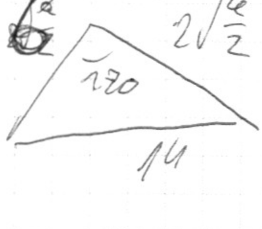


$2a=196+36+84$

$2a=316$

$a=158 \Rightarrow l_{31}=2\sqrt{\frac{158}{2}}$

2) $196=36+4\cdot\frac{a}{2}+2\cdot2\sqrt{\frac{a}{2}}\cdot6\cdot\frac{1}{2}$



$160=2a+12\sqrt{\frac{a}{2}}$

$\boxed{a\le 80}$

$80=a+6\sqrt{\frac{a}{2}}$

$(80-a)^2=36\cdot\frac{a}{2}$

черн. 1.

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

~~$\sqrt{x+7}-x$~~

$x+4\geq 0$

$x>-4$

$\sqrt{x+7}-x>0$

$\sqrt{x+7}>x$

1) $x<0$

$x+7\geq 0$

$x\geq -7$

$\Rightarrow x\in[-7;0)$

2) $x\geq 0$

$x+7\geq 0$

$x\geq -7$; $x+7>x^2$

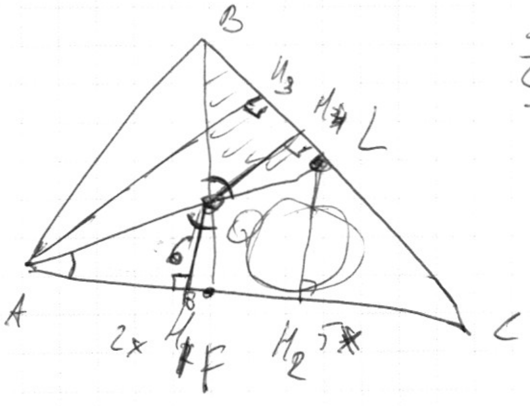
$0>x^2-x-7$

$D=1+28=29$

$x\in\left[0;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$1=\log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x)$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}\frac{x+4}{\sqrt{x+7}-x}\geq 0$



$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}}=\frac{5}{12}$

$\frac{LQ}{LA}=\frac{QH_4}{QH_3}$

$\frac{QH_4\cdot LB}{QH_3\cdot CB}=\frac{5}{12}$

~~$\frac{AQ^2}{AL^2}$~~

$\frac{S_{\triangle BLQ}}{S_{\triangle BLA}}=\frac{LQ}{LA}$

$\frac{S_{ABL}}{S_{ABC}}=\frac{BL}{BC}\Rightarrow S_{ABL}=\frac{BL}{BC}S_{ABC}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$6400 - 160a + a^2 = 18a$

$a^2 - 178a + 6400 = 0$

$D = 31684 - 25600 = 6084 = 2^3 \cdot 3 \cdot 13^2$

$$178 \cdot 178 = 1424 + 1246 + 178 = 31684$$

$$6400 \cdot 4 = 25600$$

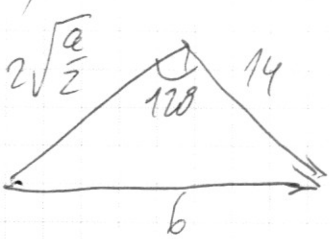
Чему?

$$31684 - 25600 = 6084$$

$6084 \mid 2$, $3042 \mid 2$, $1521 \mid 3$, $507 \mid 2$, $169 \mid 13^2$

$\left[\begin{array}{l} a = \dfrac{\cancel{178} + 26\sqrt6}{2} \text{ — не уд. усл.} \\ a = \dfrac{178 - 26\sqrt6}{2} = 89 - 13\sqrt6 \end{array}\right.$ $a \le 80$

3)



$36 = 196 + 4 \cdot \frac{a}{2} + 2 \cdot \frac12 \cdot 2\sqrt{\frac a2} \cdot 14$

$-160 = \underbrace{2a}_{\geq 0} + \underbrace{28\sqrt{\frac a2}}_{\geq 0}$ — не возм.

Ответ: $\left[\begin{array}{l} a = 89 - 13\sqrt6 \\ a = 158. \end{array}\right.$

$S_{ABL} = \frac{BL}{BC} A_{ABC}$

$12-5=7$

$S_{ABL} = \left(1 - \frac{CL}{BC}\right) A_{ABC}$

$\frac{7}{12} - \frac{2}{7} =$

$S_{ABL} = \left(1 - \frac{LH_2 \cdot 3{,}5x}{S_{ABC}}\right) S_{ABC}$

$= \frac{49-24}{12 \cdot 7}$

$36 \times 4 = 144$

144×16

$\frac{S_{ABF}}{S_{ABC}} = \frac{2}{7}$

73×73: $219 + 511 = 5329$

$\left(1 - \frac{2}{7} - \frac{5}{12}\right) S_{ABC} = S_{FQLC}$

144×16: $864 + 144 = 2304$

$84 - 25 = 59$

$\left(\frac{1-}{S_{ALC}} S_{AQF}\right) = S_{FQLC}$

$59 + 24 = 83$

$83 - 10 = 73$

$S_{ALC}\left(1 - \frac{6}{LH_2} \cdot \frac{2}{7}\right) = S_{FQLC}$

$59 - 35 = 24$

$1 = \frac{S_{ABC}}{S_{ALC}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{2}{7} - \frac{5}{12}\right)}{\left(1 - \frac{6}{LH_2} \cdot \frac{2}{7}\right)}$

$12 \times 7 = 84$

$\frac{CL}{BC} = \frac{\left(1 - \frac{2}{7} - \frac{5}{12}\right)}{\left(1 - \frac{6}{LH_2} \cdot \frac{2}{7}\right)}$

$5329 - 2304 = 3025$

$3025,\ 605,\ 121 \mid 5,\ 5,\ 11^2$

$73 - 55 = 18$

$\frac{18}{2}$ $\quad \frac{18}{8}$

6.

$\cos 0 - \cos 0$

$73 + 55 = 128$

$\frac{128}{8} = \frac{2^7}{2^3} = 2^4$

$128 : 8 = 16$

~~ответ~~

-0

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-036
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{S_{BLQ}}{\frac{BL}{BC}\cdot S_{ABC}}=\frac{LQ}{LA}$$

$$\frac{S_{ABF}}{S_{ABC}}=\frac{5}{7}$$

$$\frac{S_{ABF}}{S_{ABC}}=\frac{2}{7}$$

$$\frac{S_{BLQ}}{S_{ABC}}=\frac{LQ}{LA}\cdot\frac{BL}{BC}=\frac{5}{12}.$$

$$S_{ALC}=S_{ABC}-\frac{BL}{BC}S_{ABC}=S_{ABC}\left(1-\frac{BL}{BC}\right)$$

$$\frac{S_{AQF}}{S_{ALC}}=\frac{6}{LH_2}\cdot\frac{2\cancel{x}}{7\cancel{x}}=\frac{6}{LH_2}\cdot\frac{2}{7}\Rightarrow$$

$$\frac{AQ}{QL}=\frac{6}{LH_2}$$

$$\frac{S_{AQF}}{S_{BQL}}=\frac{FQ}{BQ}\cdot\frac{AQ}{LQ}$$

$$S_{AQF}=\frac{5}{12}\cdot\frac{FQ}{BQ}\cdot\frac{AQ}{LQ}\,S_{ABC}$$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{BFC}}=\frac{BQ}{BF}\cdot\frac{BL}{BC}$$

$$S_{AQF}=\frac{5}{2}\cdot\frac{FQ}{BQ}\cdot\frac{1}{LH_2}\cdot S_{ABC}$$

$$\frac{AQ}{AL}=\frac{6}{LH_2}$$

!

$$\frac{S_{AQF}}{S_{ALC}}=\frac{2}{7}\cdot\frac{AQ}{AL}$$

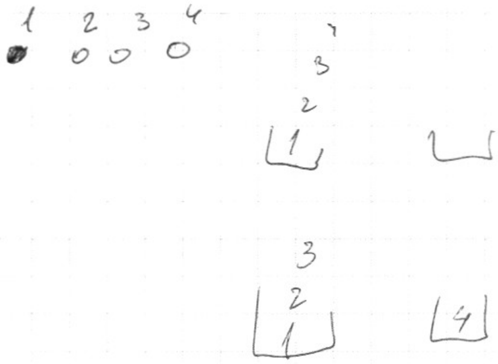
$$S_{AQF}=\frac{2}{7}\frac{AQ}{AL}\cdot S_{ALC}$$

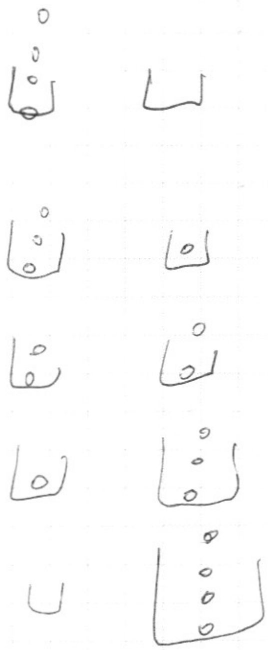
$$\frac{LH_2\cdot 7x\cdot\frac{1}{2}}{S_{ABC}}=\frac{CL}{BL}$$

$$\frac{LH_2\cdot 7x\cdot\frac{1}{2}}{S_{ABC}}=\frac{CL}{BC}$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)





$$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$$

$$\begin{cases} x+4>0 \\ x>-4 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+7}-x \neq 1$$

$$x+7 \neq x^2+2x+1$$

$$0 = x^2+x-6$$

$$D=1+24=25$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{-1+5}{2} = 2 \\ x = \frac{-1-5}{2} = -3 \end{array}\right) \; !$$

$$\sqrt{x+7}-x>0$$

$$\sqrt{x+7}>x$$

1) $x<0$

$\Downarrow$

$x+7\geq 0$

$x\geq -7$

$x\in[-7;0)$

2) $x\geq 0$

$x+7>x^2$

$0>x^2-x-7$

$D=1+28=29$

$x\in\left[0;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$$x\in\left[-7;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \to x\in[-7;-3)\cup(-3;2)\cup\left(2;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

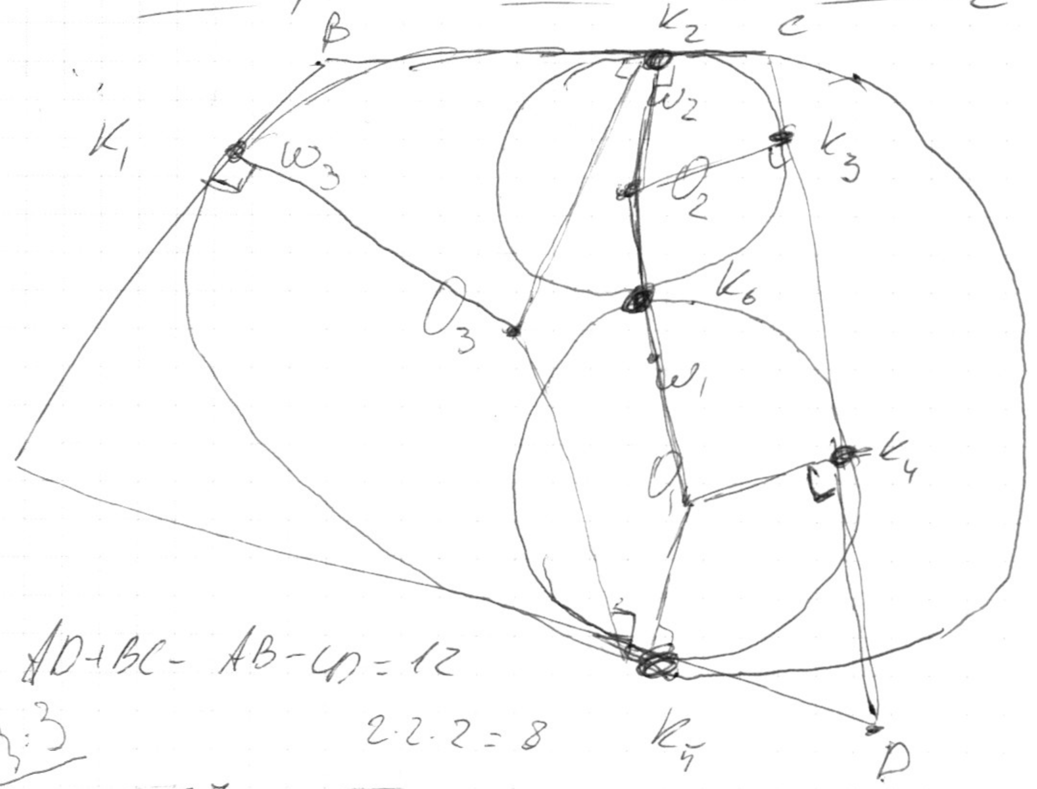
15-036

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$



112
121
211
221
212
122
222
111
12

$AD + BC - AB - CD = 12$

$3^3\cdot 3^3 : 3$

$2\cdot2\cdot2 = 8$

27

$C_4^2 = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{3\cdot4}{2} = 6$

11 вар для α

1) α . . . . $\cancel{C_n^k = C_{10}^2 = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2!\,8!}}$

$2^{10} = 1024 - 2$

1022 $\quad C_9^2 =$

2-11) 7 . . . . α . . . . .

10 свободных клеток
1 – семерка } => 9 своб.

$\times\,511 \cdot 10 = 5110$

$+\,5110 + 1022$

$2^9 = 512 - 1$

6132

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-036

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$BK_1 = BK_5$

$CK_1 = CK_2$

$DK_3 = DK_4$

$AK_4 = AK_5$

$AD + BC - AB - CD = 12$

$\cancel{AK_4} + \cancel{K_4D} + \cancel{BK_1} + \cancel{K_1C} - \cancel{AK_5} - \cancel{BK_5} - \cancel{CK_2} - K_2K_3 - \cancel{DK_3} = 12$

$-K_1K_3 = 12$

$BC = BK_1 + K_1C$

$CD = CK_2 + K_2K_3 + K_3D$

$DA = DK_4 + K_4A$

$AB = AK_5 + BK_5$

1; 2; 3

1 2 3

1 3 2

2 1 3

2 3 1

3 1 2

3 2 1

$C_3^3 =$

1, 2

1 1 1 2

1 1 2 1

1 2 1 1

2 1 1 1

$AK_4 + K_4D + BK_1 + K_1C - BK_5 - K_5A$

$\sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

1: 2:

$\alpha + 46 \quad + 46 \cdot 2 \quad + 46 \cdot 3 \quad + 46 \cdot 4 \quad + 46 \cdot 5 +$

$\beta + 46$

$\gamma + 46$

$\delta + 46$

$\varepsilon + 46$

$\tau + 46$

$46\alpha(1 - n)$

1: 46α

2: $46 \cdot 2\alpha$

3: $46 \cdot 3\alpha$

4: $46 \cdot 4\alpha$