МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР S-009

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры “0”, “7” и “8” (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр “8” ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

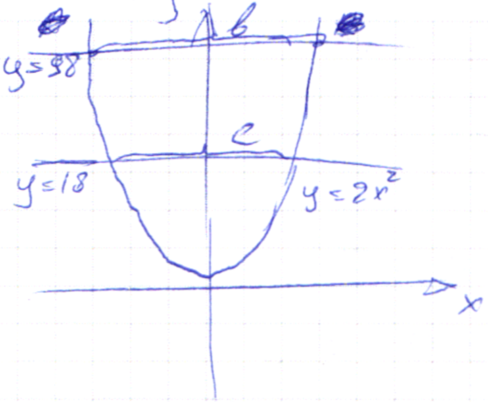
N1

$y=2x^2$

$y=98$

$y=18$

$y=a$



Т.к. парабола симметрична относительно Oy, то:

$2x^2=98$

$x=\pm 7$

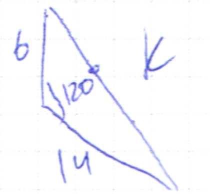
$b=2\cdot 7=14$

$2x^2=18$

$x=\pm 3$

$c=6$

1 случай



$$\cos\gamma=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

$$-\frac{1}{2}=\frac{36+196-k^2}{168}$$

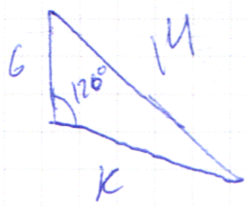
$$-84=232-k^2$$

$$k^2=316 \Rightarrow k=\sqrt{316}$$

$$x=\frac{\sqrt{316}}{2} \Rightarrow y=2\cdot\frac{316}{4}=158 \qquad y=2x^2$$

$a=158$

2 случай



$$-\frac{1}{2}=\frac{36+k^2-196}{2\cdot 6\cdot k}$$

$$k^2+6k-160=0$$

$$D=36+640=26^2$$

$$k=\frac{-6+26}{2}=10 \Rightarrow y=2\cdot\frac{100}{4}=50$$

$$k=\frac{-6-26}{2} \text{ — не подходит}$$

$a=50$

Ответ: $a=158$ или $a=50$

N2.

$$g(x)=\sin 3x\cdot\sin 7x-\sin^2 x+\cos^2 5x+4$$

$$-2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}=\cos\alpha-\cos\beta$$

$$g(x)=\sin\frac{10x-4x}{2}\sin\frac{10x+4x}{2}-\sin^2 x+\cos^2 5x+4.$$

$g(x) = -\frac{1}{2}(\cos 10x - \cos 4x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$g(x) = \underline{-\frac{1}{2}\cos^2 5x} + \underline{\frac{1}{2}\sin^2 5x} + \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 x \underline{+\cos^2 5x} + 4$

$g(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 x + 4 = \frac{1}{2}\cos 4x + \cos^2 x + 3{,}5$

$g'(x) = -2\sin 4x - 2\sin x$

$-2\sin 4x - 2\sin x = 0$

$\sin 4x + \sin x = 0$

$2\sin 2x \cos 2x + \sin x = 0$

$4\sin x \cos x \cos 2x + \sin x = 0$

$\sin x\,(4\cos x\cos 2x + \cancel{\sin x}\,1) = 0.$

$\sin x\,(4\cos x(2\cos^2 x - 1) + 1) = 0$

$\sin x\,(8\cos^3 x - 4\cos x + 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \cancel{\sin x = 0} \\ \cancel{\cos x = \frac{1}{2}} \end{array}\right.$

$\cos x = a$

$8a^3 - 4a + 1 = 0 \quad a = \frac{1}{2}$

$(a - \frac{1}{2})(8a^2 + 4a - 2) = 0$

$(2a-1)(4a^2 + 2a - 1) = 0$

$D = 4 + 16 = 20$

$\left[\begin{array}{l} a = \frac{-2+2\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \\ a = \frac{-2-2\sqrt{5}}{8} = \frac{-\sqrt{5}-1}{4} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{ll} 1. & \sin x = 0 \\ 2. & \cos x = \frac{1}{2} \\ 3. & \cos x = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \\ 4. & \cos x = \frac{-(\sqrt{5}+1)}{4} \end{array}\right.$

$g(x) = \frac{1}{2}\cos 4x + \cos^2 x + 3{,}5 =$

$= \frac{1}{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) + \cos^2 x + 3{,}5 =$

$= \frac{1}{2}(2\cos^2 2x - 1) + \cos^2 x + 3{,}5 = \cancel{\cos^2 2x + \cos^2 x + 3} =$

$= \cancel{8\cos^2 x + 2}\ \cos^2 2x + \cos^2 x + 3 =$

$= (2\cos^2 x - 1)^2 + \cos^2 x + 3$

при 1.

$g(x) = 5$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-009

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

при 2

$g(x) = \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 + \frac{1}{4} + 3 = 3,5$

при 3:

$g(x) = \left(2 \cdot \frac{6-2\sqrt{5}}{16} - 1\right)^2 + \frac{3-\sqrt{5}}{8} + 3 =$

$= \left(\frac{3-\sqrt{5}}{4} - 1\right)^2 + \frac{3-\sqrt{5}}{8} + 3 = \frac{6+2\sqrt{5}}{16} + \frac{6-2\sqrt{5}}{16} + 3 = 3\frac{3}{4} =$

$= 3,75.$

при 4:

$g(x) = \left(\frac{6+2\sqrt{5}}{8} - 1\right)^2 + \frac{3+\sqrt{5}}{8} + 3 = \frac{6-2\sqrt{5}}{16} + \frac{6+2\sqrt{5}}{16} + 3 =$

$= 3,75$

Ответ: $g_{max} = 5$; $g_{min} = 3,5$

№3

"0", "7" и "8"

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

Всего 17 мест:

т.к "8" стоят подряд и их ровно семь, то они образуют единый блок, рассматриваемый как одно целое.

1 случай: блок ставят на 1 место, тогда остается 10 мест

Всего способов расстановки: $\underbrace{C_{10}^1}_{\text{место для "7"}} \cdot \underbrace{C_9^1}_{\text{место для "0"}} \cdot 2^8 = 90 \cdot 2^8$

2 случай: блок ставит на какое-то место с 2 по 11

$C_{10}^{1} \cdot 1 \cdot C_{9}^{1} \cdot 2^{8} = 90 \cdot 2^{8}$

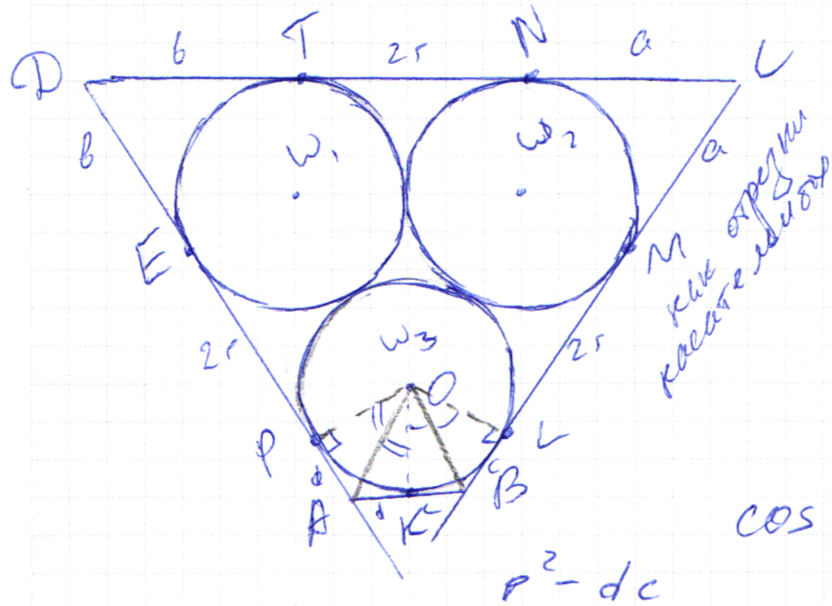
место для блока

однозн. заполнение 1 места "9"

место для "0"

Всего: $180 \cdot 2^{8} = \underline{46080}$

N4.



а). $AD + BC - AB - CD = 12$

$2r + \cancel{d} + \cancel{b} + \cancel{2r} + \cancel{c} + \cancel{a} -$

$- \cancel{c} - \cancel{d} - \cancel{a} - \cancel{b} - \cancel{2r} = 12$

$2r = 12 \Rightarrow \underline{r = 6}$

б). $\angle AOB$ - ?

$AO^2 = r^2 + d^2$

$OB^2 = r^2 + c^2$

$\cos AOB = \dfrac{r^2 + \cancel{d^2} + r^2 + \cancel{c^2} - \cancel{c^2} - \cancel{d^2} - 2dc}{2\sqrt{r^2+c^2}\sqrt{r^2+d^2}} =$

$= \dfrac{r^2 - dc}{\sqrt{r^2+c^2}\sqrt{r^2+d^2}}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

ОДЗ: $x+4>0$
$x>-4$
$\sqrt{x+7}-x>0$

1. $\sqrt{x+7}-x>1$

$\sqrt{x+7}>x+1$

• $x>-1$

$x+7 \geq x^2+2x+1$

$x^2+x-6<0$

-3, 2 $\Rightarrow x \in (-1;2)$

• $x \leq -1$
всё ОДЗ $x \in (-4;-1]$

$\Rightarrow x \in (-4;2)$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

$x+4 \geq \sqrt{x+7}-x$

$2x+4 \geq \sqrt{x+7}$

$x \geq -2$

$4x^2+15x+9 \geq 0$

-3, $-3/4$ $\quad (-\infty;-3] \cup [-3/4;+\infty)$

$x \in [-3/4;+\infty)$

$x<-2$
нет решений

2. $\begin{cases} \sqrt{x+7}-x>0 \\ \sqrt{x+7}-x<1 \end{cases}$

$x \geq -1$

$x^2+x-6>0$

-3, 2 $\quad (2;+\infty)$

$\sqrt{x+7}>\cancel{x}$

$x>0$

$x+7>x^2$

$x^2-x-7<0$

$\frac{1-\sqrt{29}}{2}$, $\frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$(-4;\frac{1+\sqrt{29}}{2})$

$x \in (2;\frac{1+\sqrt{29}}{2})$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

$x+4 \leq \sqrt{x+7} - x$

$2x+4 \leq \sqrt{x+7}$

• $x < -2$ — все ОДЗ

$(-4; -2)$

• $x \geq -2$

$4x^2+16x+9 \leq 0$

$+ \quad - \quad +$

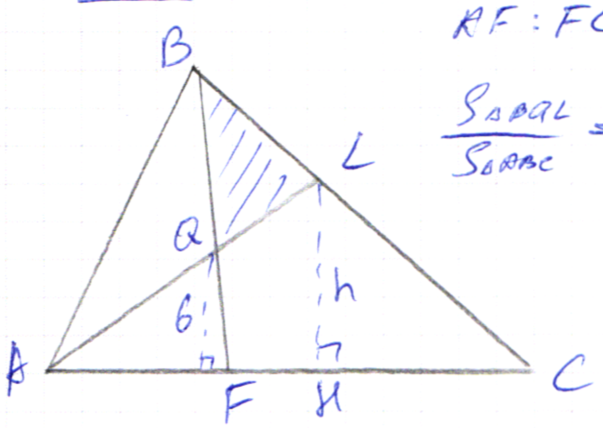
$-3 \qquad -3/4$

$[-2; -3/4]$

$\Rightarrow x \in (-4; -3/4]$

нет реш.

Ответ: $[3/4; 2)$



AF : FC = 2 : 5

$\frac{S_{\Delta BQL}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{5}{12}$

по Т. Менелая:

$\frac{CF}{AF} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{BL}{BC} = 1$

$\frac{AQ}{QL} \cdot \frac{BL}{BC} = \frac{2}{5}$

$\frac{CL}{LB} \cdot \frac{BQ}{QF} = \frac{7}{2}$

Пусть $LH = h$ из ΔAQE и ΔALH

$\frac{b}{h} = \frac{2}{7} = \frac{AQ}{AL}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. $\begin{cases} \sqrt{x+7} - x > 0 \\ \sqrt{x+7} - x < 1 \end{cases}$

$\sqrt{x+7} > x$ $\quad (-4; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$

$x > 0$

$x+7 > x^2$

$x^2 - x - 7 < 0$

$\frac{1-\sqrt{29}}{2}$, $\frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$\sqrt{x+7} < x+1$

$x \geq -1$

$x+7 < x^2+1+2x$

$x^2+x-6 > 0$

-3, 2 $\quad (2; +\infty)$

$x \in (2; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

$x+4 \leq \sqrt{x+7} - x$

$2x+4 \leq \sqrt{x+7}$

$x \leq -2$ — все ОДЗ

$(-4; -2]$

$x \geq -2$

$4x^2+16+16x \leq x+7$

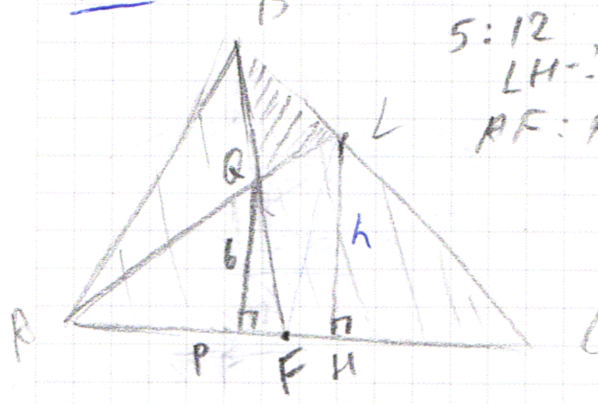
$4x^2+15x+9 \leq 0$

-3, $-3/4$ $\quad [-2; -3/4]$

нет реш.

Ответ: $[-3/4; 2)$

N6



5 : 12

LH - ?

AF : FC = 2 : 5

$\frac{CL}{LB} \cdot \frac{BQ}{QF} \cdot \frac{AF}{AC} = 1$

$\frac{CL}{LB} \cdot \frac{BQ}{QF} = \frac{7}{2}$

~~$\frac{H_B}{QP} = \frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle AQF}}$~~

$\frac{H_B \cdot AC}{QP \cdot AF} = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AQF}}$

$\frac{QP \cdot AF}{LH \cdot AC} = \frac{S_{\triangle AQF}}{S_{\triangle ALC}}$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{S_{\Delta BQL}}{S_{\Delta BFC}} = \frac{BL\cdot BQ}{BC\cdot BF}$$

$$\cancel{\frac{S_{ABC}}{S_{\Delta AQF}}} = \frac{S_{ABC}}{S_{CAL}} = \frac{BC\cdot \cancel{AL}}{CL\cdot \cancel{AL}} = \frac{BC}{CL}$$

$$\frac{S_{AQF}}{S_{AAL}} = \frac{6\cdot AF}{h\cdot AC} = \frac{12}{7h}$$

$$\frac{S_{\Delta BFC}}{S_{ABC}} = \frac{CF}{AC} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{S_{BFC}}{S_{CAL}} = \frac{BC\cdot CF}{CL\cdot AC}$$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}} = \frac{5\,BL\cdot BQ}{7\,BC\cdot BF} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{CAL}} = \frac{LB\cdot BQ\cdot CF\cdot \cancel{BC}}{\cancel{BC}\cdot BF\cdot CL\cdot AC} =$$

$$\frac{BL\cdot BQ}{7BC\cdot BF} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{S_{\Delta BQL}}{S_{ABL}} = \frac{LQ}{AQ}$$

$$\cancel{\frac{B}{2}}\cdot\frac{AQ}{QL}\cdot\frac{BL}{CL} = \cancel{\frac{2}{5}}$$

$$\frac{S_{ABL}}{S_{ABC}} = \frac{BL}{BC}$$

$$\frac{CL}{LB}\cdot\frac{BQ}{QF} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{6\cdot \cancel{7}2}{h\cdot\cancel{7}} = \frac{12}{7h} = \frac{AQ\cdot 7}{AL\cdot 7} \qquad \frac{AQ\cdot BQ}{QL\cdot QF} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{BQ}{BF-BQ} = \frac{7QL}{5AQ}$$

$$\frac{AQ}{AL} = \frac{6}{h} \qquad AQ = \frac{6AL}{h}$$

$$QL = AL - \frac{6AL}{h} = \frac{(h-6)AL}{h}$$

$$\frac{BL}{7BC} = \frac{BF}{12BQ}$$

$$\cancel{\frac{BQ}{BF-BQ}} \quad \frac{BQ}{QF} = \frac{7QL}{5AQ} = \frac{7\cdot(h-6)\cancel{AL}\cancel{h}}{\cancel{h}\cdot 6\cancel{AL}} = \frac{7(h-6)}{6}$$

$$\frac{BL}{BC} = \frac{7}{12}\cdot\frac{BF}{BQ} = \frac{7}{12}\left(1+\frac{QF}{BQ}\right) = \frac{7}{12}\left(1+\frac{6}{7(h-6)}\right) =$$

$$= \left(\frac{7h-42+6}{7(h-6)}\right)\frac{7}{12} = \frac{7h-36}{12(h-6)}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-009
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 10 цифр "8" подряд

0; 7; 8

1 2 3 4 5 6 7 | 8 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

① Пусть блок из "8" с 1 места — 2^{10} способов (1–10)

② Пусть не с 1 места:
Тогда блок ~~стоит~~ начинается с 2 по 10 место
C_9^1 – выбор места
2^9 – заполнение остальных

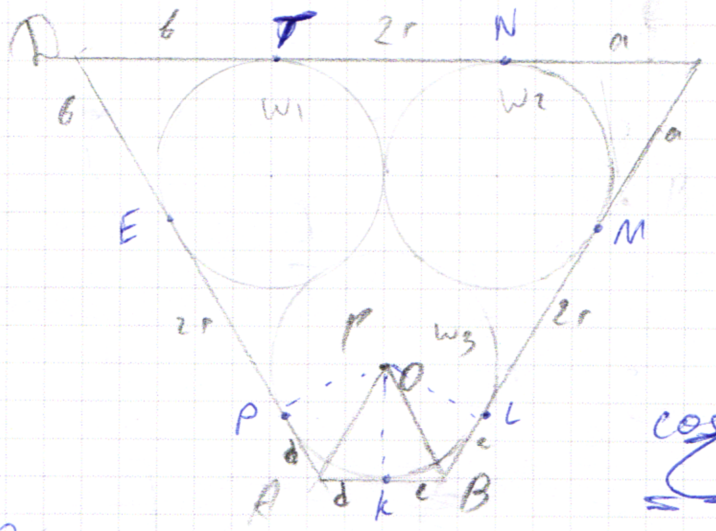
Всего: $9 \cdot 2^9 + 2^{10} = 2^9 \cdot 11 = 11 \cdot 2^9$

$2^9 = 512$ Ответ: $512 \cdot 11 = \underline{5632}$

$$\begin{array}{r} 512 \\ \times\ 11 \\ \hline 512 \\ 512\ \ \\ \hline 5632 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times\ 32 \\ \hline 64 \\ 96\ \ \\ \hline 1024 \end{array}$$

№4



а). $AD + BC - AB - CD = 12$

$2r + \cancel{b} + \cancel{d} + \cancel{2r} + \cancel{a} + \cancel{c} -$

$- \cancel{d} - \cancel{c} - \cancel{b} - \cancel{a} - \cancel{2r} = 12$

$2r = 12 \Rightarrow \underline{r = 6}$

б). ~~$AO^2 = r^2 + d^2$~~
~~$OB^2 = r^2 + c^2$~~
~~$AB = 2c$~~

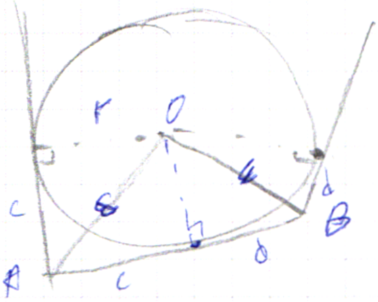
~~$\cos AOB = \frac{AO^2 + OB^2 - AB^2}{2 \cdot AO \cdot DB} =$~~

~~$= \frac{2r^2 - 2c^2}{2(r^2 + c^2)} = \frac{r^2 - c^2}{r^2 + c^2}$~~

$$\begin{array}{r} 256 \\ \times\ 180 \\ \hline 20480 \\ 256\ \ \\ \hline 46080 \end{array}$$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$AO^2 = r^2 + c^2$

$OB^2 = r^2 + d^2$

$AB = (c + d)$

$$\cos AOB = \frac{r^2 + c^2 + r^2 + d^2 - c^2 - d^2 - 2cd}{2\sqrt{r^2+d^2}\sqrt{r^2+c^2}} =$$

$$= \frac{2r^2 - 2cd}{2\sqrt{r^2+d^2}\sqrt{r^2+c^2}} =$$

$$\sin\alpha = \frac{2S_\Delta}{OB \cdot OA} = \frac{2 \cdot r \cdot (c+d)}{\sqrt{r^2+d^2}\cdot\sqrt{r^2+c^2}}$$

№5.

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1.$

ОДЗ:

$\boxed{\begin{matrix} x+4>0 \\ x>-4. \end{matrix}}$

$\sqrt{x+7} - x > 0 \quad \neq 1$

$\sqrt{x+7} > x$

$x + 7 > x^2$

$x^2 - x - 7 < 0.$

$D = (\sqrt{29})^2$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2}$

1. $\sqrt{x+7} - x > 1$

$\sqrt{x+7} > x+1$

$x > -1$

$\cancel{x+7 > x^2+2x+1}$

$x^2 + x - 6 < 0$

$x^2 + x - 6 < 0$

$-3 \quad 2$

$\cancel{x \in (-3; 2)}$

$-1; 2)$

$x \leq -1$ все значения ОДЗ

$(-4; -1] \cup (-4; 2)$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

$x + 4 \geq \sqrt{x+7} - x$

$2x + 4 \geq \sqrt{x+7}$

$4x^2 + 16 + 16x \geq x + 7$

$4x^2 + 15x + 9 \geq 0$

$D = 225 - 144 = 81$

$\begin{cases} x = \frac{-15+9}{8} = -\frac{3}{4} \\ x = \frac{-15-9}{8} = -3 \end{cases}$

$\frac{16}{\cdot 9}$
144

$2x + 4 > 0$

$x \geq -2$

$-3 \quad -3/4$

$(-\infty; -3] \cup [3/4; +\infty)$

$[3/4; +\infty)$

$\cancel{x \in (-4; -3] \cup -3/4;}$

$x \in [-3/4; 2)$

$\boxed{[-3/4; 2)}$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

S-009

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{CE}{FA}\cdot\frac{AQ}{QL}\cdot\frac{BL}{BC}=1$$

$$\frac{5}{2}\cdot\frac{6\cancel{AL}}{\cancel{h}}\cdot\frac{\cancel{h}}{(h-6)\cancel{AL}}\cdot\frac{(7h-36)}{\cancel{7}2(h-6)}=1$$

$$\frac{5(7h-36)}{4(h-6)^2}=1$$

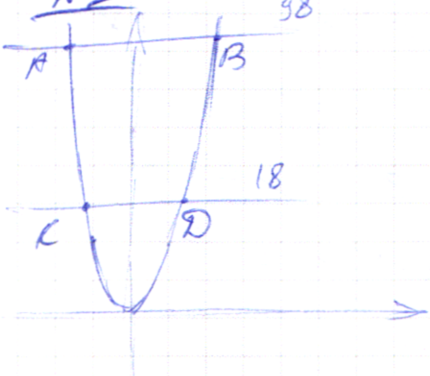
$$35h-\underset{36\cdot5}{\cancel{180}}=4h^2+36\cdot4-48h$$

$$4h^2-\cancel{936}-83h-36\cdot9=0$$

$$D=6889+1296=8185$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1



$2x^2 = 98$

$x^2 = 49$

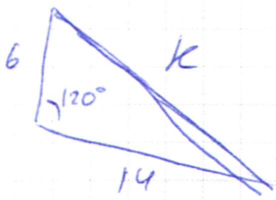
$x = \pm 7 \Rightarrow AB = 14$

$2x^2 = 18$

$x^2 = 9 \quad x = \pm 3 \quad CD = 6.$

$\cancel{\cos 120^\circ =}$ $\quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

1 случ



$\cos 120^\circ = \dfrac{6^2 + 14^2 - k^2}{2 \cdot 6 \cdot 14}$

$-\dfrac{1}{2} = \dfrac{36 + 196 - k^2}{168}$

$-84 = 232 - k^2$

$k^2 = 316$

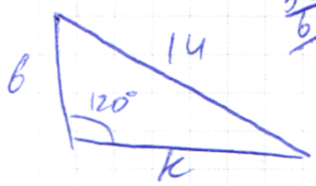
$14 \cdot 14 = 56 + 14 = 196 \qquad 14 \cdot 12 = 28 + 14 = 168$

$196 + 36 = 232 \qquad 232 + 84 = 316$

$a = 2 \cdot \dfrac{k^2}{4} = k^2/2 =$

$= \underline{158}$

2 случ



$26 \cdot 26$: 156, 52, 676

$-\dfrac{1}{\cancel{2}} = \dfrac{36 + k^2 - 196}{\cancel{2} \cdot 6 \cdot k}$

$-6k = k^2 - 160$

$160 \cdot 4 = 640$

$k^2 + 6k - 160 = 0$

$D = 36 + 640 = 676 = 26^2$

$k = \dfrac{-6 + 26}{2} = 10.$

$\Rightarrow a = \cancel{2 \cdot 25} = \dfrac{k^2}{2} = \underline{50}$

N2

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \cancel{\sin 2x} + \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$g'(x) = \cancel{\sin 3x - \sin 7x}$

$\sin 3x \cdot \sin 7x = \sin\dfrac{10x - 4x}{2} \sin\dfrac{10x + 4x}{2}$

$6x = 10 - 4 \qquad -2\sin\dfrac{\alpha - \beta}{2} \sin\dfrac{\alpha + \beta}{2} = \cos\alpha - \cos\beta$

$14x = 10 + 4 \qquad g(x) = -1/2(\cos 10x - \cos 4x) - \sin^2 x +$

$+ \cos^2 5x + 4$

$\cancel{g(x) = -2\cos 10x + 2\cos 4x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4} =$

$= -2(\cancel{\cos^2 5x - \sin^2 5x}) + 2\cos 4x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$

$= \cancel{-2\cos^2 5x + 2\sin^2 5x + 2\cos 4x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4} =$

-1

$= \cancel{2\sin^2 5x - \cos^2 5x + 2\cos 4x - \sin^2 x} + 4$

$\cancel{g'(x) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \cos 5x + 10\sin 5x - 8\sin 4x - 2\cos x}$

$\cancel{g'(x) = 20\cos 5x + 10\sin 5x - 8\sin 4x - 2\cos x}$

$\cancel{20\cos 5x + 10\sin 5x - 8\sin 4x - 2\cos x} = 0.$

$\cancel{10 \cdot \cos 5x + 5\sin 5x - 4\sin 4x - \cos x} = 0$

$\cancel{10\cos(4x+x) + 5\sin(4x+x)}$

$g(x) = -\frac{1}{2}\cos 10x + \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$

$= -\frac{1}{2}\cos^2 5x + \frac{1}{2}\sin^2 5x + \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$

$= \frac{1}{2}\cos^2 5x + \frac{1}{2}\sin^2 5x + \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 x + 4 =$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 x + 4 =$

$= \frac{1}{2}\cos 4x + \cos^2 x + 3{,}5.$

$g'(x) = -2\sin 4x - 2\sin x =$

$g'(x) = 0$

$\sin 4x + \sin x = 0.$

$2\sin 2x \cos 2x + \sin x = 0$

$4\sin x \cos x \cos 2x + \sin x = 0$

$\sin x(8\cos^3 x - 4\cos x + 1) = 0$

$\left\{\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1\right.$

$\sin x(4\cos x \cos 2x + 1) = 0.$

$\sin x(4\cos x(2\cos^2 x - 1) + 1)$

$8 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{8} - 2\sqrt{2} + 1$

$8a^3 - 4a + 1 = 0$

$8a^3 - 4a + 1 \mid a - 0{,}5$

$8a^2 + 4a - 2$

$-\ 8a^3 - 4a^2$

$4a^2 - 4a + 1$

$-\ 4a^2 - 2a +$

$-2a + 1$