МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2 ШИФР 5-007

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-007

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.

Рассмотрим точки пересечения прямых с $y = x^2$:

$A_1 (13; 169)$ $A_2 (-13; 169)$ $A_3 (8; 64)$ $A_4 (-8; 64)$ $A_5 (\sqrt{a}; a)$ $A_6 = (-\sqrt{a}; a)$

Очевидно, что $A_1A_2 = 26$ и, $A_4A_3 = 16$, $A_5A_6 = 2\sqrt{a}$. Теперь рассмотрим два случая:

1) наибольшая из A_1A_2, A_3A_4, A_5A_6 — это A_1A_2.

Тогда если угол ~~между A_3A_4, A_5A_6 равен~~ в требуемом треугольнике равен $120°$, то по теореме косинусов $c^2 = a^2 + b^2 + ab$

$26^2 = 16^2 + 4a + 32\sqrt{a} \Rightarrow 4a + 32\sqrt{a} - 420 = 0 \Rightarrow a + 8\sqrt{a} - 105 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (\sqrt{a} + 15)(\sqrt{a} - 7) = 0 \Rightarrow$ т.к. $\sqrt{a} > 0$, $\sqrt{a} = 7$ и $a = 49$.

2) наибольшая из A_1A_2, A_3A_4, A_5A_6 — A_5A_6.

Аналогично по теореме косинусов

$4a = 26^2 + 16^2 + 26 \cdot 16 \Rightarrow 4a = 676 + 256 + 416 = 1348 \Rightarrow a = 337$.

Ответ: 49; 337.

N3

Рассмотрим несколько случаев

1) 555555 находится в начале числа

Тогда количество способов выбрать оставшиеся цифры равно $2^{12} - 2$ (количество способов просто расставить две цифры в 12 мест — 2^{12}, но есть два случая, когда использована только одна цифра или только другая).

2) 555555 находится не в начале числа.

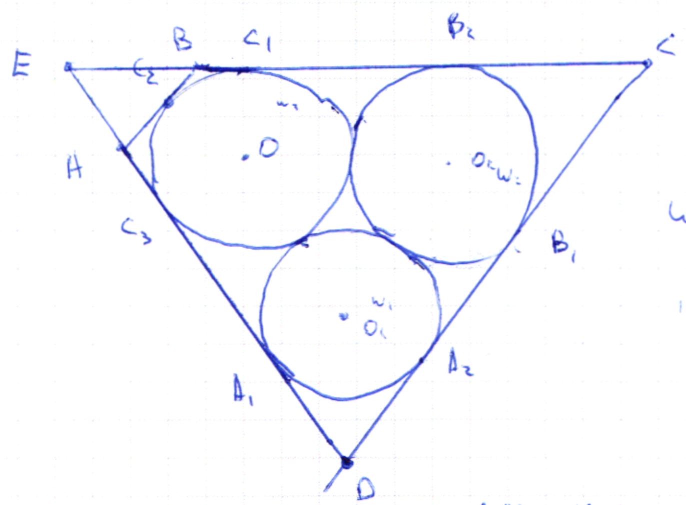
Осталось 12 способов, как можно поставить блок 555555, чтобы он не стоял в начале числа. Т.к. первая цифра не может быть 0, она равна 9, и имеется $2^{11} - 1$ способов расставить цифры в оставшиеся свободные места (2^{11} просто расс-

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле) ставим 2 цифры в 11 мест, но ~~кон~~ кроме способа, когда использованы только 9). Значит, для каждого выбора ~~Ве~~ блока 555555 имеется $2^{11}-1$ способов количество всех способов в этом случае — $12(2^{11}-1)$.

Тогда суммарный ответ: $\cancel{2^{12}+12}$ $2^{12}-2+12(2^{11}-1)=7\cdot 2^{12}-14$

Ответ: $7\cdot 2^{12}-14$.

№4



Обозначим точки касания w_1 с AD и DC — A_1 и A_2

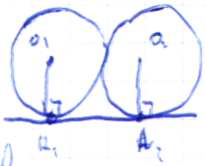
w_2 с CD и CB — B_1 и B_2

w_3 с BC, HB и HD — C_1, C_2 и C_3

, центр w_3 — O, центр w_1 — O_1, центр w_2 — O_2

а) Лемма. Общая касательная двух касающихся окружностей равного радиуса R имеет длину $2R$.

Доказательство.



Заметим, что т.к. $O_1A_1 \parallel O_2A_2$ и $O_1A_1=O_2A_2$, $O_1O_2A_2A_1$ — параллелограмм. Тогда $A_1A_2=O_1O_2=2R$, т.к. линия центров проходит через точку касания окружностей $\square$

а) $AD+BC-HB-CD=(AC_3+C_3A_1+A_1D)+(BC_1+C_1B_2+B_2C)-(HC_2+C_2B)-(DA_2+A_2B_1+B_1C)=$

$=(AC_3-AC_2)+(A_1D-DA_2)+(BC_1-C_2B)+(B_2C-CB_1)+C_3A_1+C_1B_2-A_2B_1=$

$=C_3A_1+C_1B_2-A_2B_1$ (т.к. отрезки касательных равны). По Лемме 1

$C_3A_1+C_1B_2-A_2B_1=2R+2R-2R=2R \Rightarrow 2R=10 \Rightarrow R=5$.

б) Пусть $AD\cap BC=E$. Т.к. $OO_1=OO_2=O_2O_1=2R$, $\angle OO_1O_2=\angle OO_2O_1=\angle O_2OO_1=60^\circ$

Т.к. $OO_1A_1C_3$ и $O_1A_2B_1O_2$ — параллелограммы и $O_1A_1\perp AD$, $O_1A_2\perp CD$, это прямоугольники $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle OO_1A_1=\angle O_2O_1A_2=90^\circ$. Тогда $\angle A_1O_1A_2=360^\circ-(180^\circ+60^\circ)=120^\circ \Rightarrow \angle A_1DA_2=60^\circ$. Аналогично

$\angle B_2CB_1=60^\circ$. Тогда из $\triangle EDC$ получаем, что $\angle HEC=60^\circ$. HO и BO · биссектрисы $\angle DAB$ и $\angle CBA \Rightarrow$

$\angle HOB=180^\circ-(\angle OHB+\angle OBH)=180^\circ-(90^\circ-\frac{\angle EHB}{2}+90^\circ-\frac{\angle EBH}{2})=\frac{\angle EHB+\angle EBH}{2}=90^\circ-\frac{\angle HEB}{2}=60^\circ$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

в) $S_{AOB} = \frac{AO\cdot BO\cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{AO\cdot BO\cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{21\sqrt{3}}{2}$

Также $S_{OAB} = \frac{OC_2\cdot AB}{2} = \frac{R\cdot AB}{2} = \frac{5AB}{2}$.

Тогда $5AB = 21\sqrt{3} \Rightarrow AB = \frac{21\sqrt{3}}{5}$.

Ответ: а) 5

б) 60°

в) $\frac{21\sqrt{3}}{5}$

N5

Рассмотрим 2 случая:

1) $\sqrt{x+3} - x > 1$. (очевидно, что $x \geq -3$).

Тогда нужно доказать, что $x+5 \geq \sqrt{x+3} - x$.

$\sqrt{x+3} - x > 1 \Rightarrow \sqrt{x+3} - x - 3 > -2 \Rightarrow (x+3) - \sqrt{x+3} - 2 < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (\sqrt{x+3}+1)(\sqrt{x+3}-2) < 0 \Rightarrow \sqrt{x+3} < 2 \Rightarrow x+3<4 \Rightarrow x<1 \Rightarrow x\in[-3;1)$

$x+5 \geq \sqrt{x+3} - x \Rightarrow 2x+5 \geq \sqrt{x+3} \Rightarrow 2(x+3) - \sqrt{x+3} - 1 \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (\sqrt{x+3}-1)(\sqrt{x+3}+\frac{1}{2}) \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+3} \geq 1 \Rightarrow x+3 \geq 1 \Rightarrow x \geq -2$.

Значит, в этом случае подходят $x \in [-2; 1)$

2) $0 < \sqrt{x+3} - x < 1$. (очевидно, что $x \geq -3$).

$\sqrt{x+3} - x > 0 \Rightarrow \sqrt{x+3} - x - 3 > -3 \Rightarrow (x+3) - \sqrt{x+3} - 3 < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1-\sqrt{13}}{2} < \sqrt{x+3} < \frac{1+\sqrt{13}}{2} \Rightarrow 2\sqrt{x+3} < \sqrt{13}+1 \Rightarrow 4(x+3) < 14+2\sqrt{13} \Rightarrow$

$\Rightarrow x+3 < \frac{\sqrt{13}+7}{2} \Rightarrow x < \frac{\sqrt{13}+1}{2}$

$\sqrt{x+3} - x < 1 \Rightarrow \sqrt{x+3} - x - 3 < -2 \Rightarrow (x+3) - \sqrt{x+3} - 2 > 0 \Rightarrow (\sqrt{x+3}+1)(\sqrt{x+3}-2) > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x+3} > 2 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x \in (1; \frac{\sqrt{13}+1}{2})$

Тут нужно доказать, что $x+5 \le \sqrt{x+3} - x$

$x+5 \le \sqrt{x+3} - x \Rightarrow 2x+5 \le \sqrt{x+3} \Rightarrow 2(x+3) - \sqrt{x+3} - 1 \le 0 \Rightarrow$

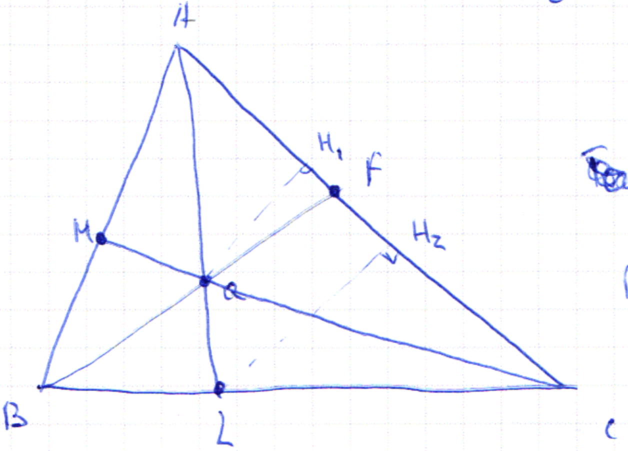
$\Rightarrow (\sqrt{x+3}-1)(\sqrt{x+3}+\frac{1}{2}) \le 0 \Rightarrow \sqrt{x+3} \le 1 \Rightarrow x+3 \le 1 \Rightarrow x \le -2.$

~~Т.к. $\frac{\sqrt{13}+1}{2} > 2$, в этом случае подходят $x \in (1; 2]$~~ т.к. $-2 < 1$, в этом случае нет реш.

Тогда итоговый ответ: $x \in [-2; 1)$ ~~$\cup (1;2]$~~

Ответ: $x \in [-2; 1)$

N6



Пусть $\frac{CL}{BL} = x$ и $CQ \cap AB = M$

Тогда $S_{ABL} = S_{ABC} \cdot \frac{BL}{BC} = S_{ABC} \cdot \frac{1}{x+1}$

По теореме Менелая для $\triangle ALC$ и прямой BF: $\frac{AF}{FC} \cdot \frac{CB}{BL} \cdot \frac{LQ}{AQ} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AQ}{QL} = \frac{AF}{FC} \cdot \frac{CB}{BL} = \frac{3(x+1)}{4}$.

Тогда $\frac{AL}{QL} = \frac{3(x+1)+4}{4}$

$S_{BQL} = S_{ABL} \cdot \frac{QL}{AL} = S_{ABC} \cdot \frac{1}{x+1} \cdot \frac{4}{(3(x+1)+4)}$.

По условию $S_{BQL} = S_{ABC} \cdot \frac{1}{16}$. Тогда $\frac{4}{(x+1)(3(x+1)+4)} = \frac{1}{16} \Rightarrow$

$\Rightarrow (x+1)(3(x+1)+4) = 64 \Rightarrow 3(x+1)^2 + 4(x+1) = 64 \Rightarrow$

$3(x+1)^2 + 4(x+1) - 64 = 0$. $D = 16 + 768 = 784 \Rightarrow (x+1) = \frac{-4 \pm 28}{6} =$

$= 4 \Rightarrow x = 3$.

Пусть QH_1 и LH_2 – перпендикуляры к AC. Тогда из подобия $\triangle QAH_1$ и LAH_2,

$\frac{LH_2}{QH_1} = \frac{AL}{QA} =$ ~~$\frac{3(x+1)+4}{4}$~~ т.к. $\frac{QL}{AL} = \frac{4}{3(x+1)+4}$, $\frac{AQ}{AL} = \frac{3(x+1)}{3(x+1)+4} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{LH_2}{QH_1} = \frac{3(x+1)+4}{3(x+1)} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$, $LH_2 = \frac{4QH_1}{3} = 12$.

Ответ: 12

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

МФТИ

5-007

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

~~Пусть~~ Рассмотрим числа вида $35k+r$, где $1 \le r \le 35$.

Тогда очевидно, что ~~...~~ такое число лежит в $(k+1)$-ой группе.

Если у каких-то двух чисел $35k+r_1$ и $35k+r_2$ $r_1=r_2$, то их разность делится на 35. Рассмотрим сумму всех чисел S. Пусть i-ое число ~~$S=\sum_{i=0}^{4}\sum_{j=1}^{35} 35i+j$~~ имеет вид $35k+r_i$

$$S=\sum_{i=0}^{4}\sum_{j=1}^{5} 35i+r_{5i+j} = \sum_{i=0}^{4} 5\cdot 35i + \sum_{j=1}^{25} r_j =$$

$= 5\cdot 350 + \sum_{j=1}^{25} r_j$. Т.к. все r_i попарно различны, минимально сумма

когда это числа от 1 до 25. Значит минимальное

$$S = 5\cdot 350 + \frac{25\cdot 26}{2} = 1450 + 325 = 2075.$$

Ответ: 2075.

№2

$$\sin 5x\cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3 = \frac{\cos 4x - \cos 14x}{2} - 1 + \cos^2 7x - \cos^2 x - 3 =$$

$$= \frac{\cos 4x - \cos 14x + 2\cos^2 7x - 2\cos^2 x - 8}{2} = \frac{\cos 4x - \cos 14x + (2\cos^2 7x - 1) - (2\cos^2 x - 1) - 8}{2} =$$

$$= \frac{\cos 4x - \cos 2x - 8}{2} = \frac{2\cos^2 2x - \cos 2x - 9}{2} = \cos^2 2x - \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{9}{2}.$$

~~Возьмём~~ Заметим, что у квадратного трёхчлена $y^2 - \frac{1}{2}y - \frac{9}{2}$ ~~...~~ на отрезке $[-1;1]$ минимум в точке $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{4}$, а максимум либо в точке -1, либо в точке 1, т.к. от -1 до $\frac{1}{4}$ он убывает и от $\frac{1}{4}$ до 1 он возрастает.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле) в -1 его значение равно -3 (в точке, когда $\cos 2x = -1$).

в 1 его значение равно -4. $\to$ ~~минимум равен~~ максимум равен -3 (~~в точке, когда~~ $\cos 2x = 1$)

минимум равен $\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} - \frac{9}{2} = \frac{1}{16} - \frac{2}{16} - \frac{9}{2} = -\frac{1}{16} - \frac{72}{16} = -\frac{73}{16}$. (~~когда~~ $\cos$

(когда $\cos 2x = \frac{1}{4}$)

Ответ: -3 и $-\frac{73}{16}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-007

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(13, 169) (8, 64) $(-\sqrt{a}, a)$

(-13, 169) (-8, 64) $(\sqrt{a}, a)$

26 16 $2\sqrt{a}$

$c^2 = a^2 + b^2 + ab$

1 $26^2 = 16^2 + 4a + 32\sqrt{a}$

$4a + 32\sqrt{a} - 420 = 0$

$a + 8\sqrt{a} - 105 = 0$

$D = 64 + 420 = 484$

$\sqrt{a} = \frac{-8 \pm 22}{2} = 7$

$a = 49$

$4a^2 = 676 + 256 + 416$

$4a = 1348$

$26 \cdot 26 = 676$, $676 - 256 = 420$, $16 \cdot 26 = 416$, $676 + 256 = 932$, $932 + 416 = 1348$, $1348 : 4 = 337$, 42

$\frac{22-8}{2}$

$\sin^2 7x = \sin 7x \cdot \sin 7x = 2(\sin 7x \cdot 7\cos 7x) = 14 \sin 7x \cos 7x$

$\cos^2 x = \cos x \cdot \cos x = -2\sin x \cos x$

$\sin\alpha \sin\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)}{2}$

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

$g'(x) = 5\sin 9x \cdot \cos 5x + 9\sin 5x \cos 9x - 14\sin 7x \cos 7x + 2\sin x \cos x$

$\sin 5x = 1$

$\sin 9x = 1$

$\sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - 4 + \sin^2 x$

$\frac{2^{12} - 2}{} +$

$\frac{\cos 4x - \cos 14x}{2}$

$+ 13(2^{11} - 1)$

555555

$\frac{\cos 4x - \cos 14x + 2\cos^2 7x - 2\cos^2 x - 8}{2} =$

1 ... 6 13 ... 18

$\frac{\cos 4x - 2\cos^2 x - 7}{2}$

$\frac{\cos 14x - \cos 4x}{2} - \frac{\cos 4x - \cos 14x}{2} - 1 + \cos^2 7x - \cos^2 x - 3 =$

$= \frac{\cos 4x - \cos 14x}{2} + \cos^2 7x - \cos^2 x - 4 =$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$S_{HBL} =$

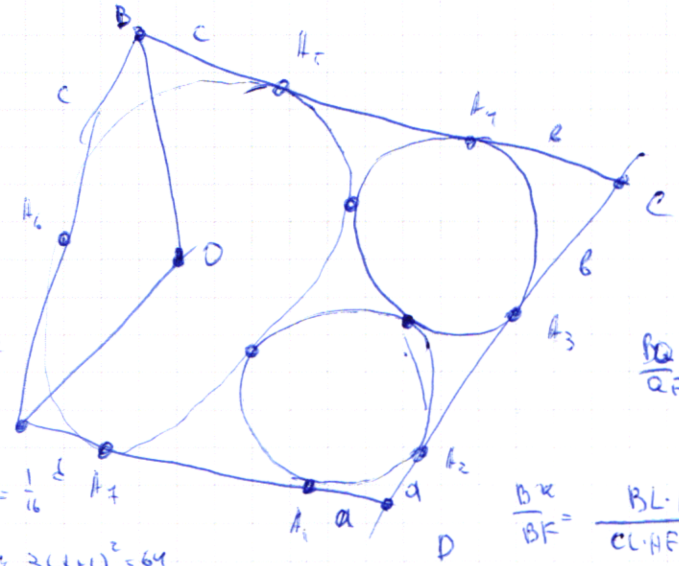
$= S_{HBC} \cdot \frac{BL}{BC} =$

$= \frac{S_{HBC}}{x+1}$

$S_{BQL} =$

$= S_{HBL} \cdot \frac{LQ}{AQ} \cdot \frac{4(x+1)}{3}$

$= \frac{4}{3(x+1)^2} = \frac{1}{16}$

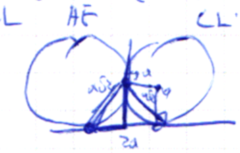


$\frac{AF}{FQ}$

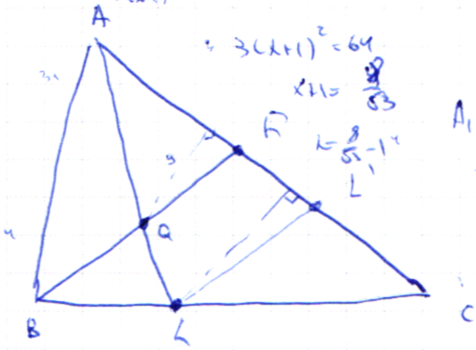
$\frac{FA}{AC} \cdot \frac{CL}{LB} \cdot \frac{BQ}{QF} = 1$

$\frac{CL}{LB} \cdot \frac{BQ}{QF} = \frac{7}{3}$

$\frac{BQ}{QF} = \frac{BL}{CL} \cdot \frac{AC}{AF} = \frac{BL \cdot AC}{CL \cdot AF}$



$\frac{BQ}{BF} = \frac{BL \cdot AC}{CL \cdot AF + BL \cdot AC}$



$3(x+1)^2 = 64$

$x+1 = \frac{8}{\sqrt{3}}$

$A_1H_1 + A_4H_5 - A_2H_3 = 10$

$2R + 2R - 2R = 10$

$R = 5$

$x \cdot \frac{4}{7} = \frac{1}{16}$

$S_{BFC} = \frac{4}{7} S_{ABC}$

$\frac{BQ}{BF} \quad \frac{BL}{BC} = \frac{1}{64}$

$\frac{AQ}{QL} = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} \cdot \frac{BL}{LC}$

$\frac{QF}{LQ} = \frac{9}{2}$

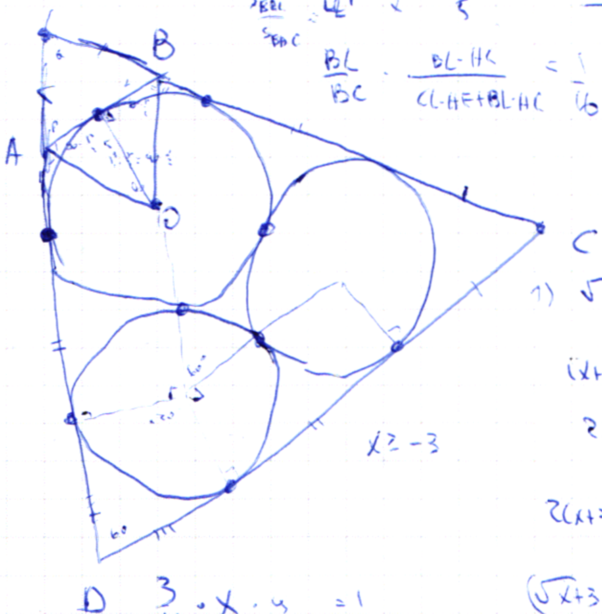
$\frac{AO \cdot BO \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{AB \cdot R}{2}$

$21\sqrt{3} = A$

$\frac{BL}{BC} \cdot \frac{BL \cdot AC}{CL \cdot AF + BL \cdot AC} = \frac{1}{16}$

$\frac{S_{BQL}}{S_{BHC}} = \frac{1}{16}$

$\frac{CB}{BL} \cdot \frac{LQ}{QA} = \frac{4}{3}$



$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

$\frac{BL}{BC} = \frac{FL'}{FC}$

1) $\sqrt{x+3} - x \geq 1$

$(x+5) \geq \sqrt{x+3} - x$

$2x+5 \geq \sqrt{x+3}$

$D = 9$

$\frac{1 \pm 3}{4} = 1; -\frac{1}{2}$

$x \geq -3$

$\frac{CL}{BL} = x$

$\frac{CL}{BL} = \frac{x}{1}$

$\frac{BC}{BL} = x+1$

$2(x+3) - \sqrt{x+3} - 1 \geq 0$

$(\sqrt{x+3} - 1)(\sqrt{x+3} + \frac{1}{2}) \geq 0$

$\frac{3}{4} \cdot x \cdot 4 = 1$

$= \frac{4}{3x}$

$\sqrt{x+3} \quad (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$

$\sqrt{x+3} - x \geq 1$

$\sqrt{x+3} - (x+3) \geq -2$

$\sqrt{x+3} = 2$
$x+3 = 4$
$x = 1$

$(x+3) - \sqrt{x+3} - 2 \leq 0$

$(\sqrt{x+3}+1)(\sqrt{x+3}-2) \leq 0$

$-1 \leq \sqrt{x+3} \leq 2$

$\sqrt{x+3} \geq 1$

$x+3 \geq 1$

$x \geq -2$

$0 \leq \sqrt{x+3} - 1 \leq 1$

$0 \leq x+3 \leq 4$

$-3 \leq x \leq 1$

$-2 \leq x \leq 1$

$\frac{AQ}{QL} \cdot \frac{LB}{BC} \cdot \frac{1}{3} = 1$

$\frac{AQ}{QL} = \frac{3}{4} \cdot \frac{BC}{BL} = \frac{3}{4(x+1)}$

$\frac{AQ}{QL} = \frac{3}{4} + \frac{3x}{4} = \frac{12 - 12x}{16} =$

$= \frac{3+3x}{4}$

$5(210+140) = 2 \cdot 350$

$140 \cdot 5 + 105 \cdot 5 + 70 \cdot 5 + 35 \cdot 5 + 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-007

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)