МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2 ШИФР 13-009

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

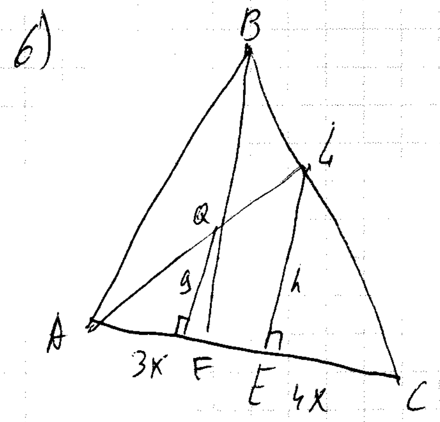
5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1;35]$, $[36;70]$, $[71;105]$, $[106;140]$, $[141;175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6)



$\frac{AF}{FC} = \frac{3x}{4x}$ $S_{BQL} = \frac{1}{16} S_{BAC}$

$\frac{S_{BAF}}{S_{ABC}} = \frac{AB \cdot 3x}{AB \cdot 7x} = \frac{3}{7}$

$S_{BAF} = \frac{3}{7} S_{ABC}$

$S_{BAF} - S_{AQF} + S_{BQL} + S_{ALC} = S_{BAC}$

$\frac{S_{AQF}}{S_{ALC}} = \frac{g \cdot 3x}{h \cdot 7x} = \frac{3g}{7h} = \frac{AQ \cdot 3x}{AL \cdot 7x} = \frac{AQ \cdot 3}{AL \cdot 7}$

1) $\frac{3}{7} S_{BAC} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot 3x + \frac{1}{16} S_{BAC} + \frac{1}{2} h \cdot 7x = S_{BAC}$

$\frac{S_{BAQ}}{S_{BAL}} = \frac{AB \cdot AQ}{AB \cdot AL} = \frac{AQ}{AL} = \frac{\frac{3}{7} S_{BAC} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot 3x}{\frac{3}{7} S_{BAC} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot 3x + \frac{1}{16} S_{BAC}} \Rightarrow \frac{S_{BAL} - S_{ABQ}}{S_{ABQ}} = \frac{S_{BQL}}{S_{ABQ}} = \frac{QL}{AQ}$

$\frac{S_{ABQ}}{S_{ABF}} = \frac{AB \cdot BQ}{AB \cdot BF} = \frac{\frac{3}{7} S_{ABC} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot 3x}{\frac{3}{7} S_{ABC}}$

$\frac{S_{ABF}}{S_{BAL}} = \frac{\frac{3}{7} S_{ABC}}{\frac{3}{7} S_{BAC} - \frac{1}{2} g \cdot 3x + \frac{1}{16} S_{BAC}}$ $\frac{S_{BQL}}{S_{AQF}} = \frac{BQ \cdot QL}{AQ \cdot QF}$

по т. Менелая в $\triangle CAL$ $\frac{4x}{3x} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{BL}{BC} = \frac{4}{3} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{S_{ABL}}{S_{ALC}} = 1$

Так как $\frac{S_{ALC}}{S_{ABC}} = \frac{AC \cdot CL}{AC \cdot BC} = \frac{CL}{BC}$ $\frac{S_{ABC}}{S_{ALC}} = \frac{S_{ALC} + S_{ABL}}{S_{ALC}} = \frac{CL}{CL} + \frac{S_{ABL}}{S_{ALC}} = \frac{BC}{CL} \Rightarrow \frac{S_{ABL}}{S_{ALC}} = \frac{BL}{CL}$

$\frac{4}{3} \cdot \frac{S_{ABQ}}{S_{BQL}} \cdot \frac{S_{ABL}}{S_{ALC}} = 1$

2) $\frac{4}{3} \cdot \frac{\frac{3}{7} S_{ABC} - \frac{27}{2} x}{\frac{1}{16} S_{BAC}} \cdot \frac{\frac{3}{7} S_{BAC} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot 3x + \frac{1}{16} S_{BAC}}{\frac{h \cdot 7x}{2}} = 1$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

13 - 009

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

ОДЗ: $\begin{cases} x > -5, \\ x \geq -3, \\ \sqrt{x+3} - x \neq 1, \\ \sqrt{x+3} - x > 0. \end{cases}$

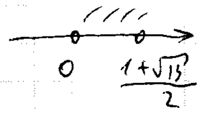
$\sqrt{x+3} > x$

$\begin{cases} x \leq 0, \\ x+3 \geq 0. \end{cases} \Rightarrow x \in [-3; 0]$

$\begin{cases} x > 0, \\ x+3 > x^2. \end{cases}$ $x^2 - x - 3 < 0$

$D = 1 + 12 = 13$

$x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$ $x_2 < 0$



значит ОДЗ: $x \in [-3; \frac{1+\sqrt{13}}{2})$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x) \geq 0$

$(\sqrt{x+3} - x - 1)(x + 5 - \sqrt{x+3} + x) \geq 0$

$(\sqrt{x+3} - x - 1)(\sqrt{x+3} - 2x - 5) \leq 0$

$x + 3 - 2x\sqrt{x+3} - 5\sqrt{x+3} - x\sqrt{x+3} + 2x^2 + 5x - \sqrt{x+3} + 2x + 5 \leq 0$

$-3x\sqrt{x+3} - 6\sqrt{x+3} + 2x^2 + 8x + 8 \leq 0$

$3x\sqrt{x+3} + 6\sqrt{x+3} - 2(x+2)^2 \geq 0$

$3\sqrt{x+3}(x+2) - 2(x+2)^2 \geq 0$

$(x+2)(\sqrt{x+3} - (\frac{2x}{3} + \frac{4}{3})) \geq 0$

если $\frac{2x}{3}+\frac{4}{3}\le 0$;=> $x\le -2$, то $(x+2)\ge 0$; => $x\ge -2$

значит $x=-2$.

допустим $\sqrt{x+3}-\frac{2x}{3}-\frac{4\cancel{x}}{3}=0$

$3\sqrt{x+3}=2x+4$

$9x+27=4x^2+16x+16$

$4x^2+7x-11=0$

$D=49+176=15^2$ $\quad x=\frac{-7+15}{8}=1$ (не подходит по ОДЗ)

$x=-\frac{22}{8}=-\frac{11}{4}$, $2x+4\ge 0$, тогда $x=-\frac{11}{4}$ не подходит

значит $\sqrt{x+3}-\frac{2x}{3}-\frac{4x}{3}\ne 0$.

если $\left(\frac{2x}{3}+\frac{4}{3}\right)\ge 0$, то $x\ge -2$, то

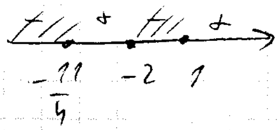
$(x+2)\left(x+3-\left(\frac{2x}{3}+\frac{4}{3}\right)^2\right)\ge 0$

$(x+2)(9x+27-4x^2-16x-16)\ge 0$

$(x+2)(-4x^2-7x+11)\ge 0$

$(x+2)(4x^2+7x-11)\le 0$

$(x+2)(x-1)\left(x+\frac{11}{4}\right)\le 0$

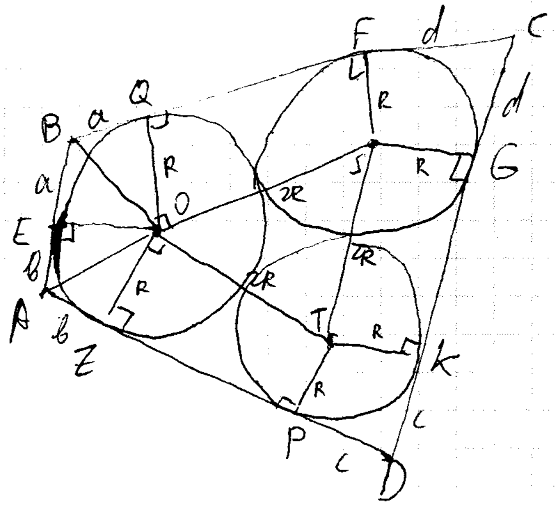


$x\in[-2;1]$, но по ОДЗ $1\ne x$

Ответ: $[-2;1)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4)



расст между центрами двух окр - 2R

$QF = GK = ZP = 2R$, т.к. $QOSF$, $SGKT$, $PZOT$ - прямоугольники (две стороны равные R равны и параллельны, перпендикулярны общей прямой).

$BE = BQ = a$, $EA = AZ = в$, $PD = DK = c$, ~~EC = CG~~ $FC = CG = d$.

Поэтому $AD + BC - AB - CD = 10$

$2R + в + c + a + d + 2R - a - в - d - c - 2R = 10$

$2R = 10$ а) $\underline{R = 5}$.

$\triangle OST$ - равноб-ный со стороной $2R$, поэтому все углы в нём $60°$.

$\angle QOZ = 360° - \angle SOT - \angle QOS - \angle TOZ = 360° - 60° - 90° - 90° = 120°$

$\triangle BEO = \triangle BQO$ по трём сторонам, поэтому $\angle BOE = \angle BOQ$

$\triangle EOA = \triangle ZOA$ по трём стор., поэтому $\angle EOA = \angle AOZ$

Значит б) $\angle BOA = \angle BOE + \angle EOA = \frac{\angle QOZ}{2} = \frac{120°}{2} = 60°$

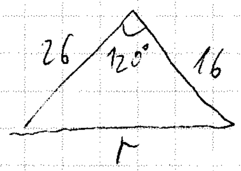
$S_{\triangle BOA} = \frac{1}{2} \cdot \sin\angle BOA \cdot BO \cdot OA = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 42 = AB \cdot R \cdot \frac{1}{2}$

в) $AB = \frac{21\frac{\sqrt{3}}{2}}{5 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{21\sqrt{3}}{5}$

Ответ: а) 5 б) $60°$ в) $\frac{21\sqrt{3}}{5}$.

1) $y = x^2 = 169$; => $x = 13$, $x = -13$, длина стороны значит $2 \cdot 13 = 26$

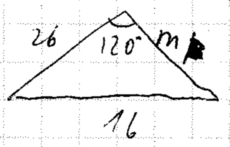
$y = x^2 = 64$; => $x = 8$, $x = -8$, длина стороны $2 \cdot 8 = 16$



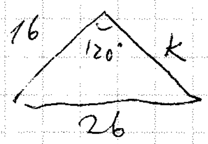
$r = \sqrt{676 + 256 + 2 \cdot 26 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{932 + 416} = \sqrt{1348} = 2\sqrt{337}$

значит ~~$x = \sqrt{337}$ и $x = -$~~ $2|x| = 2\sqrt{337}$

$|x| = \sqrt{337}$ $y = a = 337$



— такого быть не может, т.к против 120° ~~должен~~ должна лежать большая сторона (120° - больший угол)



$676 = 256 + k^2 + 2 \cdot 16k \cdot \frac{1}{2}$

$k^2 + 16k - 420 = 0$

$D = 256 + 1680 = 1936 = 44^2$

$k_1 = \frac{-16 + 44}{2} = 14$ $k_2 < 0$

$2|x| = 14$ $|x| = 7$ $y = a = 49$

Ответ: 337; 49.

2) ~~$g'(x) = \cos 5x \cdot \sin 9x - \cos 7x \cdot \sin 7x - \sin 7x \cos 7x - 2 \sin x \cos x = 0$~~

$g'(x) = \cos 5x \cdot \sin 9x + \sin 5x \cos 9x - \cos 7x \cdot \sin 7x - \sin 7x \cos 7x - 2 \sin x \cos x = 0$

$\sin 14x - \sin 14x - 2 \sin x \cos x = 0$

$\sin x \cos x = 0$

$\sin x = 0$ $\cos x = 0$

$x_1 = \pi n, k \in Z$ $x_2 = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$g(x_1) = 0 - 0 - 0 - 1 - 3 = -4$ при любом n, $n \in Z$

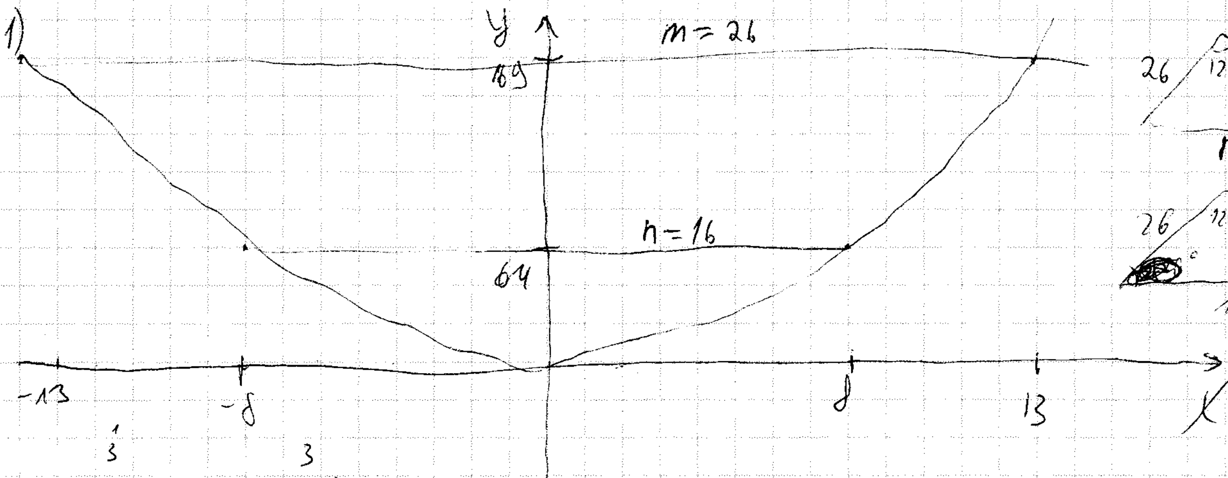
$g(x_2) = 1 - 1 - 0 - 3 = -3$ при любом k, $k \in Z$.

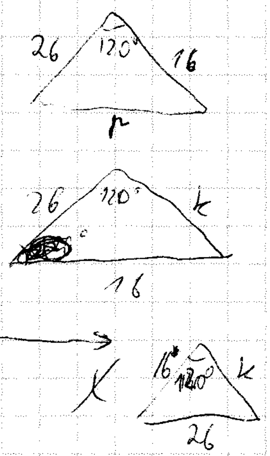
Ответ: наибольшее значение — -3

наименьшее значение — -4.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)





$26 \cdot 26 = 676$, $16 \cdot 16 = 256$

$r = \sqrt{676 + 256 + 2 \cdot 26 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{932 + 416} = \sqrt{1348} = 2\sqrt{337}$

$26 \cdot 16 = 416$, $932 + 416 = 1348$, $1348 : 4 = 337$

$x = \sqrt{337} \Rightarrow y = a = \underline{337}$

$256 = 676 + k^2 + 52k \cdot \frac{1}{2}$ $\qquad k^2 + 26k + 420 = 0$

$D = 676 - 420 \cdot 4 < 0$

$676 = 256 + k^2 + 32k\frac{1}{2}$ $\qquad k^2 + 16k - 420 = 0$

$D = 256 + 1680 = 1936 = 44^2$

$k_1 = \frac{-16+44}{2} = 14$ $\quad k_2 < 0$

~~$y = a = 7$~~ $\quad x = 7 \quad y = a = \underline{49}$

$1936 : 4 = 484$, $484 : 4 = 121$

$1936 = 44^2$

$44 \cdot 44 = 1936$

2) $g'(x) = \cos 5x \cdot \sin 9x + \sin 5x \cdot \cos 9x - \cos 7x \cdot \sin 7x - \sin 7x \cos 7x - 2\sin x \cos x = 0$

$\sin 7x \cdot \sin 7x = \cos 7x \cdot \sin 7x + \sin 7x \cos 7x$

$\cos^2 x = \cos x \cdot \cos x = -\sin x \cdot \cos x + \cos x(-\sin x) = -2\sin x \cos x$

$\sin 14x - \sin 14x - 2\sin x \cos x = 0$

$\sin\frac{5\pi}{2} =$

$\frac{5\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2} \cdot 5 = \frac{15\pi}{2}$

$\sin x \cos x = 0$ $\sin x = 0$ $\cos x = 0$ $x = \pi n, n \in Z$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

$n=0$ $g(\pi n) = 0 - 0 - 1 - 3 = -4$

$n=1$ $g(\pi n) = 0 - 0 - 1 - 3 = -4$ min

$n=0$ $g(\frac{\pi}{2} + \pi n) = 1 \cdot 1 - 1 - 0 - 3 = -3$

$n=1$ $g(\frac{\pi}{2} + \pi n) = (-1) \cdot (-1) - 1 - 0 - 3 = -3$ max

3) 0 5 9 5 есть 6 раз

$\underbrace{5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5}_{6}\ \underbrace{\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot}_{12}$

0 и 9

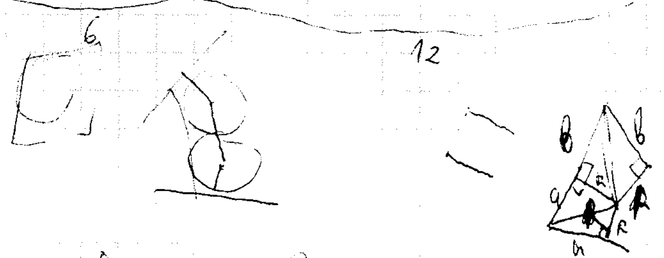
11 по 0
1 по 9 — 12 случаев

11 по 9
1 по 0 — 12

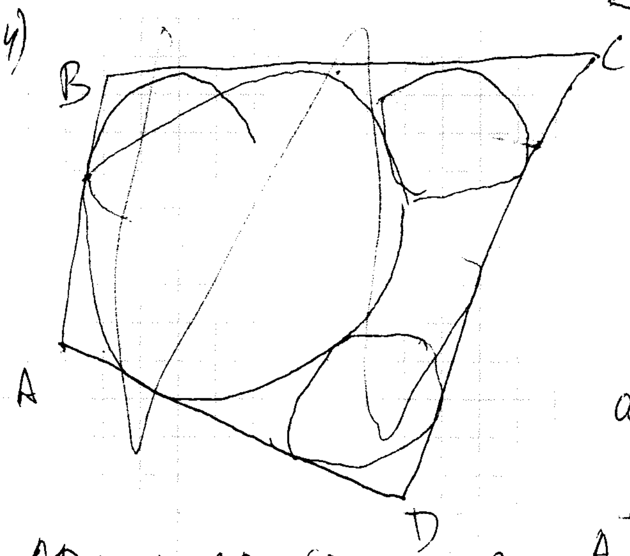
10 по 0
2 по 9 — $\overbrace{11+10+0}^{20}+8+\overbrace{7+6+5+4}^{10}+3+2+1$ 66

10 по 9
2 по 0 — 66

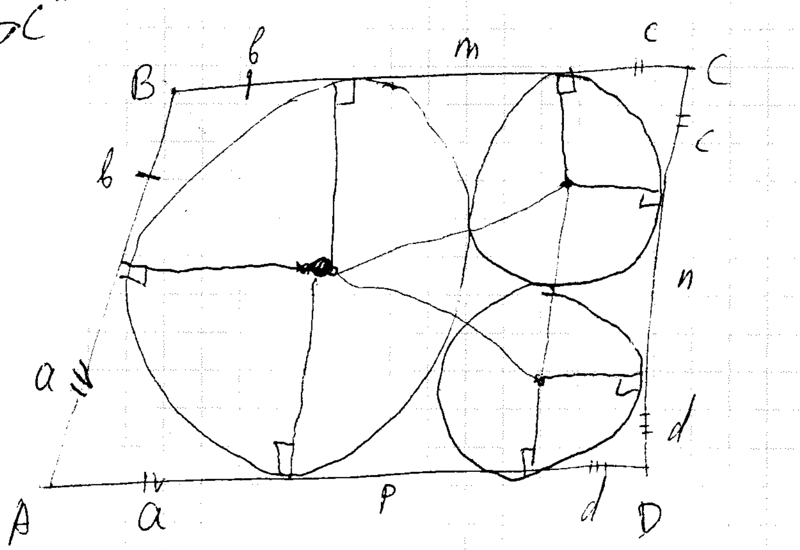
9 по 0
3 по 9 — $10+9+9+3 \cdot 8+3 \cdot 7+3 \cdot 6+3 \cdot 5+3 \cdot 4+3 \cdot 2+3$

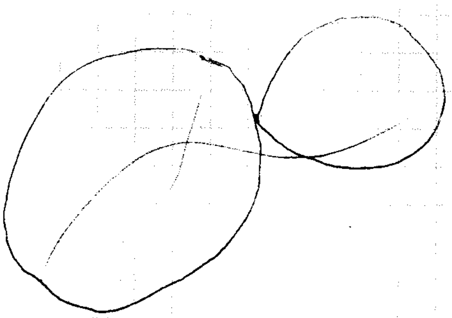


4)



$AD + BC - AB - CD = 10$ $R = ?$





☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

13-009

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

если $\left(\frac{2x}{3}+\frac{4}{3}\right) \geq 0$ $x \geq -2$, то $(x+2)\left(x+3-\left(\frac{2x}{3}+\frac{4}{3}\right)^2\right) \geq 0$

$(x+2)\left(x+3-\frac{1}{9}(4x^2+16x+16)\right) \geq 0$

$(x+2)(9x+27-4x^2-16x-16) \geq 0$

$(x+2)(-4x^2-7x+11) \geq 0$

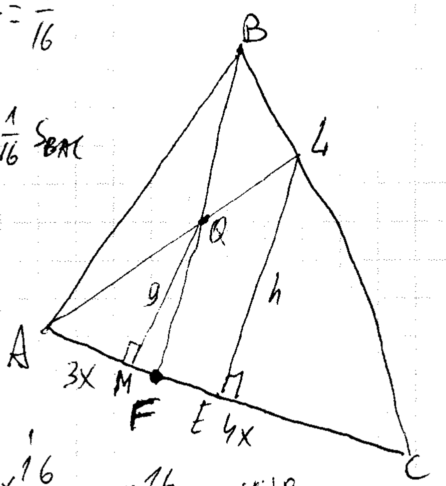
$(x+2)(4x^2+7x-11) \leq 0$

$(x+2)(x-1)(x+\frac{11}{4}) \leq 0$ $-\frac{11}{4}$ -2 1

$[-2;1]$ - ответ

$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{1}{16}$ $QM=9$ $LE=?$

$S_{BQL} = \frac{1}{16} S_{BAC}$



$\frac{S_{BAF}}{S_{ABC}} = \frac{AB \cdot 3x}{AB \cdot 7x} = \frac{3}{7}$ $S_{BAF} = \frac{3}{7} S_{BAC}$

~~$S_{ABL} = S_{BAF} - S_{AQF} - \frac{3}{7} S_{BAC}$~~

$S_{BAF} - S_{AQF} + S_{BQL} + S_{ALC} = S_{BAC}$

$\frac{3}{7} S_{BAC} - \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3x + \frac{1}{16} S_{BAC} + \frac{57}{112} S_{BAC} = S_{BAC}$

$\frac{48}{112} S_{BAC} - \frac{27}{2}x + \frac{7}{112} S_{BAC} + \frac{57}{112} S_{BAC} - \frac{112}{112} S_{BAC} = 0$

$S_{ALC} = S_{BAC} - S_{ABF} - S_{BLQ} = S_{BAC} - \frac{3}{7} S_{BAC} - \frac{1}{16} S_{BAC} =$

$= S_{BAC}\left(\frac{112}{112} - \frac{48}{112} - \frac{7}{112}\right) = \frac{57}{112} S_{BAC}$

$16 \times 7 = 112$ $16 \times 3 = 48$ 16×7 $112 - 55 = 57$

$\frac{S_{AQF}}{S_{ALC}} = \frac{9 \cdot 3x}{h \cdot 7x} = \frac{27}{7 \cdot h} = \frac{AQ \cdot 3x}{AL \cdot 7x} = \frac{AQ \cdot 3}{AL \cdot 7}$

$\frac{1}{2} h \cdot 7x - \frac{1}{2} 9 \cdot 3x$ $S_{BAQ} =$

$\frac{S_{BAQ}}{S_{BAL}} = \frac{AB \cdot AQ}{AB \cdot AL} = \frac{AQ}{AL} = \frac{\frac{3}{7} S_{BAC} - \frac{1}{2} 9 \cdot 3x}{\frac{3}{7} S_{BAC} - \frac{1}{2} 9 \cdot 3x + \frac{1}{16} S_{BAC}} =$

$\frac{S_{ABQ}}{S_{BAL}} = \frac{S_{ABL} - S_{BQL}}{S_{BAL}} = \frac{AQ}{AQ} - \frac{QL}{AL} =$

$= \frac{AQ}{AQ} - \frac{QL}{AQ+QL}$

$\frac{S_{BAL}}{S_{ABQ}} = \frac{AQ+QL}{AQ} = 1 + \frac{QL}{AQ}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

13-009

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

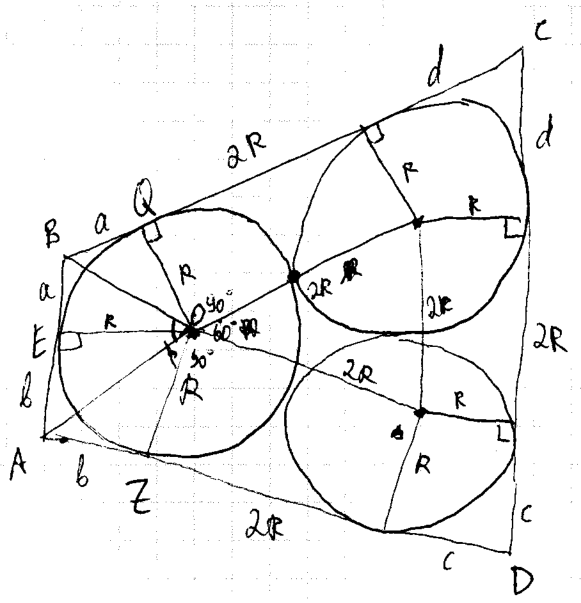
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

13-009

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$AD+BC-AB-CD=10$

$2R+\cancel{b}+\cancel{c}+\cancel{2R}+\cancel{a}+\cancel{d}-\cancel{a}-\cancel{b}-\cancel{2R}-\cancel{d}-\cancel{c}=10$

$2R=10 \quad R=5$

$\angle QOZ=360°-60°-90°-90°=120°$

$\angle BOE=\angle QOB, \ \angle EOA=\angle ZOA$

$\angle BOA=\frac{\angle QOZ}{2}=60°$

$AO\cdot BO=42 \quad AB=?$

$\sqrt{R^2+b^2}\cdot\sqrt{R^2+a^2}=42$

$42\cdot 42$: 84, 168, 1764; $25\cdot 25$: 125, 50, 625

$(25+b^2)\cdot(25+a^2)=1764$

$S=\frac{1}{2}AO\cdot BO\cdot\sin\angle BOA=\frac{1}{2}\cdot 42\cdot\frac{\sqrt3}{2}=21\cdot\frac{\sqrt3}{2}=\frac{5\cdot(a+b)}{2}$

$625+25a^2+25b^2+a^2b^2=1764$

$a+b=\frac{21\sqrt3}{5}=AB$

$a^2+2ab+b^2=\frac{9\cdot 49\cdot 3}{25}$

$a^2+b^2=\frac{9\cdot 49\cdot 3}{25}-2ab$

$625+25\cdot\left(\frac{9\cdot 49\cdot 3}{25}-2ab\right)+a^2b^2-1764=0$

$625+9\cdot 49\cdot 3-50ab+a^2b^2-1764=0$

$-1139+1323-50ab+a^2b^2=0$

$a^2b^2-50ab+184=0$

$D=2500-736=1764=42^2$

$ab=\frac{50+42}{2}=46 \quad ab=4$

$1323-1139=184$; $1764-625=1139$; $27\cdot 49$: 243, 108, 1323

$184\cdot 4=736$; $2500-736=1764$; $38\cdot 38$: 304, 114, 1444

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

5) $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x) \geq 0$

ОДЗ: $\cancel{x \geq 0}$ $\sqrt{x+3}-x \neq 1$

$x \geq -3$ $x \neq 1$ $\cancel{x \neq -2}$

$\sqrt{x+3}-x>0$

$\log_3 3 - \log_3 3 \geq 0$

$x+3 \neq x^2+2x+1$

$x^2+x-2 \neq 0$

$D = 1+8 = 3^2$

$x = \frac{-1+3}{2} = 1$ $x = \frac{-4}{2} = -2$

-3 0

ОДЗ: $x>-5$

$x \geq -3$ $\sqrt{x+3}-x \neq 1$

$\cancel{\sqrt{x+3}-x \neq 1}$ $\sqrt{x+3}-x>0$

$\cancel{\sqrt{x+3} \neq x+1 \quad (x+1 \geq 0}$

$\cancel{\text{I } x \geq 0}$ $\cancel{(x+3=x^2) \geq 0}$

$\sqrt{x+3} \neq x+1$

$x \neq 1$

ОДЗ: $[-3; 1) \cup (1; \frac{1+\sqrt{13}}{2})$

$\sqrt{x+3} > x$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \leq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \\ \cancel{\begin{cases} x=0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}} \\ \begin{cases} x>0 \\ x+3>x^2 \end{cases} \end{array}\right.$

$x \in [-3; 0]$

$x > -3$

$x^2-x-3<0$

$D = 1+12 = 13$

$x = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

0 $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$x \in [-3; \frac{1+\sqrt{13}}{2})$

$(\sqrt{x+3}-x-1)(x+5-\sqrt{x+3}+x) \geq 0$

$(\sqrt{x+3}-x-1)(\sqrt{x+3}-2x-5) \leq 0$

$x+3-2x\sqrt{x+3}-5\sqrt{x+3}-x\sqrt{x+3}+2x^2+5x-\sqrt{x+3}+2x+5 \leq 0$

$-3x\sqrt{x+3}-6\sqrt{x+3}+2x^2+8x+8 \leq 0$

$2(x^2+4x+4)$

$2\cdot(x+2)^2$

$3x\sqrt{x+3}+6\sqrt{x+3}-2(x+2)^2 \geq 0$

$3\sqrt{x+3}(x+2)-2(x+2)^2 \geq 0$

$(x+2)(3\sqrt{x+3}-2x-4) \geq 0$

$(x+2)(\sqrt{x+3}-(\frac{2x}{3}+\frac{4}{3})) \geq 0$

$(x+2)(\sqrt{x+3}-(\frac{2x}{3}+\frac{4}{3})) \geq 0$

$\frac{121}{16}-\frac{77}{4}-\frac{44}{4}=$

если $\frac{2x}{3}+\frac{4}{3} \leq 0$ $x \leq -2$, то $x+2 \geq 0$

$x \geq -2$

значит $x=-2$

$\cancel{2\sqrt{x+3}=2x+}$

$3\sqrt{x+3}=2x+4$

$\cancel{9}(x^2+6x+9)=4x^2+16x+16$

$9x+27=4x^2+16x+16$

$-\frac{22}{4}+\frac{16}{4}$

$4x^2+7x-11=0$

$D = 49+176 = 225 = 15^2$

$-\frac{11}{4}+\frac{12}{4}$ $\frac{1}{2}-(-\frac{22}{12}+\frac{16}{12})=$

$x = \frac{-7+15}{8} = 1$ $x = \frac{-22}{8} = -\frac{11}{4}$

$-\frac{1}{2}+\frac{8}{12}=0$

при $x=-\frac{11}{4}$ $2x+4<0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)