МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 15-011

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x + 4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

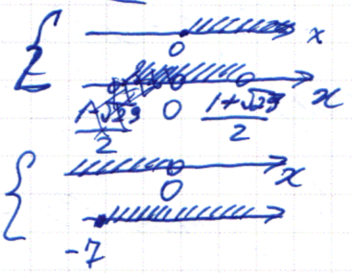
7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

№5. $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

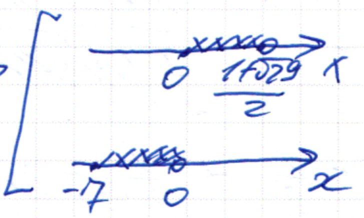
О.Д.З

$$\begin{cases} \sqrt{x+7}-x>0 & (1) \\ \sqrt{x+7}-x\neq 1 & (2) \\ x+4\geq 0 & (3) \\ x\neq -7 \end{cases}$$

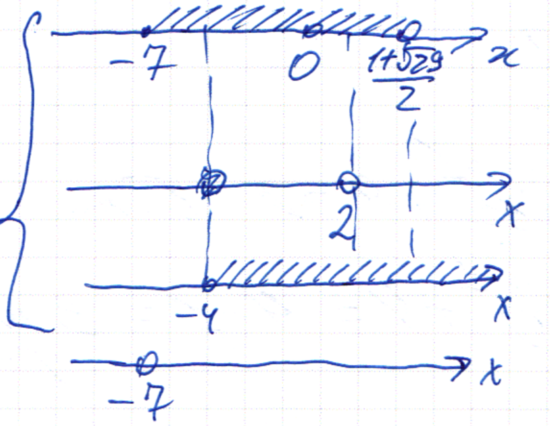
(1) $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+7>x^2 \\ x\geq 0 \end{cases} \boxed{x>0} \\ \begin{cases} x+7\geq 0 \\ x<0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$



$\Leftrightarrow$



$\Leftrightarrow$



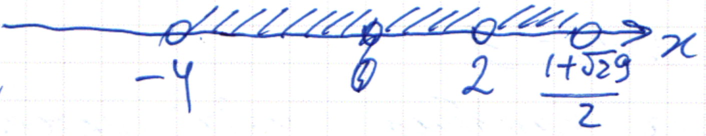
$\sqrt{x+7} \neq 1+x$, при $x\geq -1$

$x+7 \neq 1+2x+x^2 \Leftrightarrow x^2+x-6\neq 0$

$x_{1,2} = \left[\begin{array}{l} 2 \ \checkmark \text{подх.} \\ -3 \ \times \text{ неподход т.к. } x\geq -1 \end{array}\right.$

$x \geq -4$

$\Rightarrow$ О.Д.З



$x \in [-4;0)\cup(0;2)\cup$

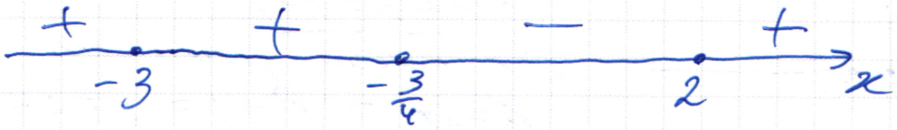
$\cup\left(2;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) - \log_{\sqrt{x+7}-x}\left(\sqrt{x+7}-x\right) \geq 0$

$(\sqrt{x+7}-x-1)(x+4-\sqrt{x+7}+x)\geq 0$

$(x-2)(x+3)(x+3)\left(x+\frac{3}{4}\right)\geq 0$

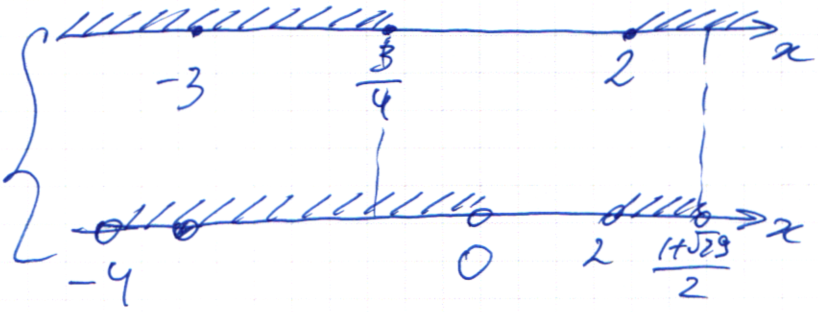
$(x+3)^2(x-2)\left(x+\frac{3}{4}\right)\geq 0$



$x \in \left[-\infty;-\frac{3}{4}\right]\cup$

$[2;+\infty)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)



О.Д.З

Ответ: $x \in [-4; \frac{3}{4}] \cup (2; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$

№2.

$g(x) = \underbrace{\sin 3x \sin 7x}_{\frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 10x)} - \overbrace{\sin^2 x}^{\frac{1-\cos 2x}{2}} + \underbrace{\cos^2 5x}_{\frac{1+\cos 10x}{2}} + 4 = \frac{1}{2}\cos 4x - \cancel{\frac{1}{2}\cos 10x} -$

$- \cancel{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\cos 2x + \cancel{\frac{1}{2}} + \cancel{\frac{1}{2}\cos 10x} + 4 = \frac{1}{2}\cos 4x + \frac{1}{2}\cos 2x + 4$

найти наименьшее и наибольш знач.

Пусть $f(x) = \cos 4x \in [-1; 1]$

$j(x) = \cos 2x \in [-1; 1]$

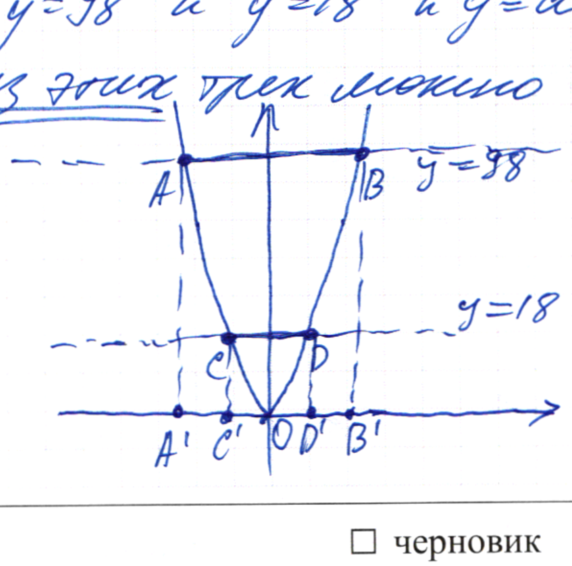
$g(x)max = \frac{1}{2}\overset{1}{\cos 4x} + \frac{1}{2}\overset{1}{\cos 2x} + 4 \Rightarrow 5$. max. ф-и

$g(x) min = \frac{1}{2}\overset{-1}{\cos 4x} + \frac{1}{2}\overset{-1}{\cos 2x} + 4 = 4 - 1 = 3$ min ф-и

Ответ: $g(x)max = 5$

$g(x)min = 3$

№1. Дана парабола $y=2x^2$, которая пересек. прямыми $y=98$ и $y=18$ и $y=a$. При каких знач. парам. a из этих трех можно составить Δ с $\angle 120°$?



1) Найдем точки пересечен. с графиком

$98 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow$

$x = \pm 7$ (т. A'(-7;0) и т. B'(7;0))

$\Rightarrow AB = 14$

2) с другим графиком

$18 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ ↗

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-011

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3. ровно семь "8"

1) рассмотрим случаи, когда семь восьмерок стоят на разных местах

I) в начале $\underline{\quad 7 \text{ "8"} \quad}$, $\underline{\text{"10" цифр}}$ $10 \cdot 10$.

II) со второй цифры $10 \cdot 10$

III) с третьей цифры $10 \cdot 10$.

IV) с четвертой цифры $\underbrace{\_\,\_\,\_\,\_}_{4}$ $\underline{\quad 7 \text{ "8"} \quad}$, 6 цифр $10 \cdot 10$.

V) с 5-ой цифры $\underbrace{\_\,\_\,\_\,\_\,\_}_{5}$ $\underline{\quad 7 \text{ "8"} \quad}$, 5 цифр

VI) с 6-ой цифры $\underbrace{\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_}_{6}$ $\underline{\quad 7 \text{ "8"} \quad}$, 4 цифры

VII) с 7ой цифры $\underbrace{\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_}_{7}$ $\underline{\quad 7 \text{ "8"} \quad}$, 3 цифр

VIII) с 8-ой цифры $\underbrace{\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_}_{7}$ $\underline{\quad 7 \text{ "8"} \quad}$, 2 цифр

IX) с 9-ой цифры $\underbrace{\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_}_{8}$ $\underline{\quad 7 \text{ "8"} \quad}$, 1 цифр

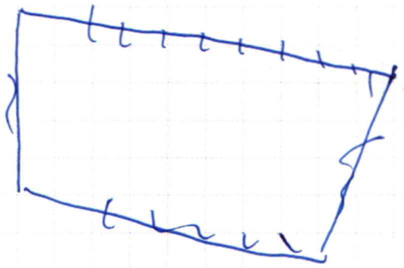
X) последние семь восьмерок $\underbrace{\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_}_{10}$ 7 "8"

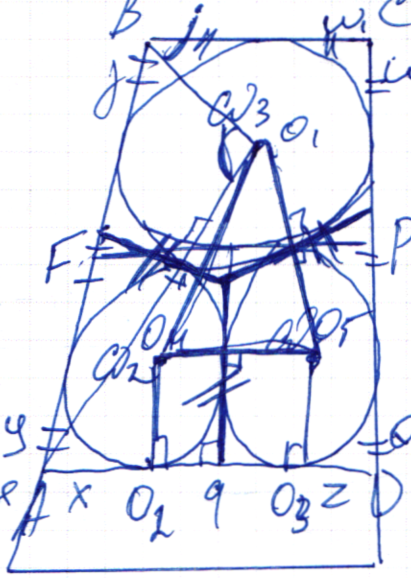
Ответ: 1000

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№4.





$j+\omega=BC$

$j+F+y=AB$

$\omega+p+Q=CD$

$x+q+z=AD$

Дано:

ABCD-четырехугольник а именно ~~трапеция~~ р/б. трапеция (т.к. окр. касаются друг друга, а верхняя касается трех сторон).

а) Найти радиусы окр., если известно, что $AD+BC-AB-CD=12$

б) Найти $\angle AOB$, где O-центр окр. ω_3

~~а) AD и BC - верхнее и нижнее основания трапеции, AB и CD равны по опр. р/б. трап.~~

~~$AD+BC-2\underbrace{AB}_{=CD}=12$~~

~~$\frac{AD+BC}{2}=6+AB$~~ ~~(= h - в р/б трап.)~~

~~$O_2O_3O_4O_5$ - прямоугольник.~~

~~т.к. все окр. касаются, то их общие касательные равны. Общая касательная равна $\frac{1}{2}h \Rightarrow \frac{6+AB}{2}$~~

~~а радиусы окр. равны половине их общей касательной линии соед. центры двух окр.~~

~~касат. $=\sqrt{a^2-(R+r)^2}=l=2R$~~

Ответ: а) $R_{окр.}=6$

$j+\omega_1=BC$

$j+F+y=AB$

$\omega+p+Q=CD$

$x+q+z=AD$

$j=F=y=\omega=p=Q$

$x=y$ $\quad j=j$

$z=Q$ $\quad \omega=\omega_1$

$\overset{=x}{y}+q+\overset{=z}{Q}+j+\omega_1-j-F-\overset{=z}{y}-\omega_1-\overset{=z}{Q}-Q$ $\quad y+F=12$ $\quad 2F=12$ $\quad \boxed{q=6}$, а $O_2O_3O_4O_5$ - прямоугольник $\Rightarrow r=6$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-011

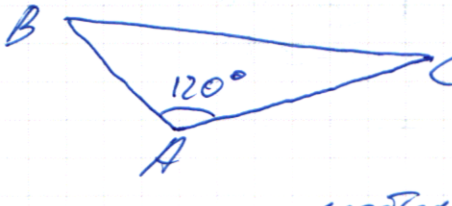
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Продолжение $\boxed{CD=6}$

Рассмотрим два случая



I сл) когда $AB=6$
$AC=14$ т.е.

BC - самая длинная сторона Δ
(~~по не~~ неравенство Δ-ка $AC+BA \geq BC$)
сумма двух любых сторон Δ больше или равна другой стороне
(в нашем случае только больше)

по т. косинусов. $BC^2=BA^2+AC^2-2AC\,BA\cdot\cos 120° \Rightarrow$

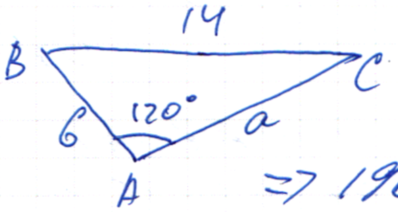
$\Rightarrow BC^2=36+196-2\cdot 6\cdot 14\cdot\cos 120°$ $= -\frac{1}{2}$ $=232+168\cdot\frac{1}{2}=$

$=232+84=316 \Rightarrow BC=\sqrt{316}$

две точки $\left|\frac{\sqrt{316}}{2}\right|$

$y=2x^2 \Rightarrow y=2\cdot\frac{316}{4} \Rightarrow \boxed{y=158}$

II сл) Когда



Пусть $AC=a$

$14^2=36+a^2-6a\cos 120°=$ $-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 196=36+a^2+3a=$

$\Rightarrow 160=a^2+3a \Rightarrow a^2+3a-160=0$ $a>0$ т.к. сторона

$D=9+640=649$

$a_1=\frac{-3\pm\sqrt{649}}{2}=\left[\begin{array}{l}\frac{-3+\sqrt{649}}{2}\ ✓\\ \frac{-3-\sqrt{649}}{2}\ ✗\ \text{т.к.} <0\end{array}\right.$

$\Rightarrow AC=\frac{-3+\sqrt{649}}{2}$

$y=2x^2=2\cdot\frac{9-6\sqrt{649}+649}{16}$ $x=\frac{AC}{2}=\left|\frac{-3+\sqrt{649}}{4}\right|$

$=\frac{658-6\sqrt{649}}{8}=82{,}25-\frac{3\sqrt{649}}{4}$

Ответ: $a=158$

$a=82{,}25-\frac{3\sqrt{649}}{4}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

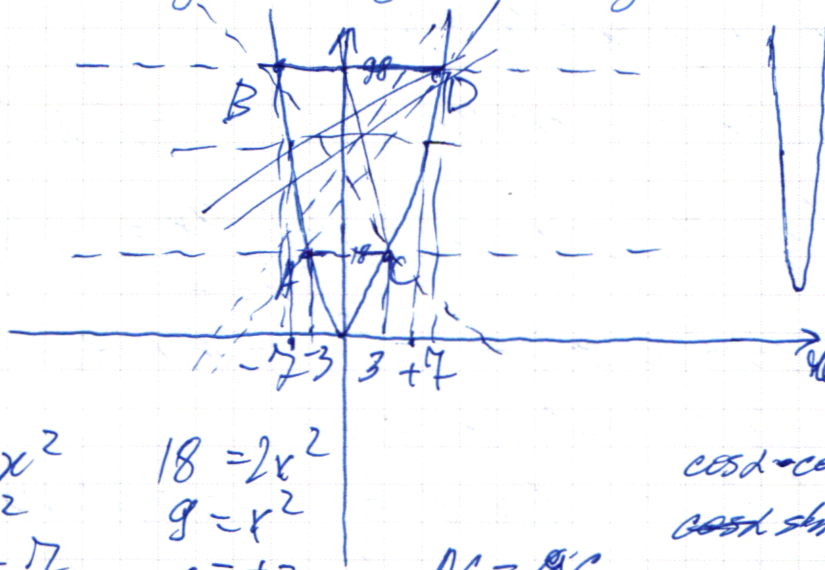
Страница № 3

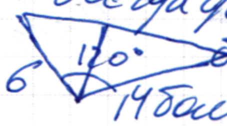
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $y=2x^2$ $y=98$, $y=18$ и $y=a$

неравенство треугольника для двух прямых $AC+BD >$ всех сторон всегда должна быть 14 больше чем длина стороны





$\frac{98}{-8}\Big|\frac{2}{49}$
$\frac{}{18}$

$98=2x^2$
$49=x^2$
$x=\pm 7$

$18=2x^2$
$9=x^2$
$x=\pm 3$

$\cos\alpha\cdot\cos\beta=\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)$
$\cancel{\cos\alpha}\ \sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)$

$AC=\cancel{9}6$
$BD=14$

№2 $g(x)=\underbrace{\sin 3x\cdot\sin 7x}_{}-\sin^2x+\cos^2 5x+4$

$\cos(3-7)x-\cos 10x$

$\cos 4x-\cos 10x-\sin^2x+\cos^2 5x+4$

$g'(x)=(\cos 4x)'-(\cos 10x)'-\cancel{(\sin^2 x)'}+(\cos^2 5x)'=$

$=-4\sin 4x+10\sin 10x-\cancel{(2\cos x\,(1-\cos^2 x))'}$

$\sin^2x=\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)'=\left(\frac{1}{2}\right)'-\left(\frac{1}{2}\cos 2x\right)'=+\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sin 2x$

$=-4\sin 4x+10\sin 10x-\sin 2x-5\sin 10x=$

$=\boxed{-\sin 2x-4\sin 4x+5\sin 10x=0}$

$2x=t$

$-\sin t-4\sin 2t+5\sin 5t=0$

$-\sin t-8(\sin t\cos t)+$

$\cos^2 5x=\frac{1+\cos 10x}{2}=$
$=\left(\frac{1}{2}\right)'+\left(\frac{1}{2}\cos 10x\right)'=$
$=-\frac{1}{2}\cdot 10\sin 10x=$
$=-5\sin 10x$

$$\underbrace{\sin 3x\cdot\sin 7x}\ -\sin^2 x+\cos^2 5x+4$$

$$\frac{1}{2}\cos 4x-\frac{1}{2}\cos 10x-\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)+\left(\frac{1+\cos 10x}{2}\right)+4=$$

$$=\frac{1}{2}\cos 4x-\frac{1}{2}\cos 10x-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 10x\right)+4=$$

$$=\frac{1}{2}\cos 4x-\cancel{\frac{1}{2}\cos 10x}-\cancel{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}\cos 2x+\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\frac{1}{2}\cos 10x}+4=$$

$$=\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\cos 4x+4$$

$$g'(x)=\left(\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\cos 4x+4\right)'=-2\sin 2x\cdot\frac{1}{2}+$$

$$+\frac{1}{2}(-4\sin 4x)=-\sin 2x-2\sin 4x=-\sin t-2\sin 2t=$$

$$2x=t$$

$$=-\sin t-\cancel{2}(\sin t\cos t)=-\sin t-4\sin t\cos t=0$$

$$-(\sin t+4\sin t\cos t)=0$$

$$\sin t(1+4\cos t)=0 \Leftrightarrow \sin 2x(1+4\cos 2x)$$

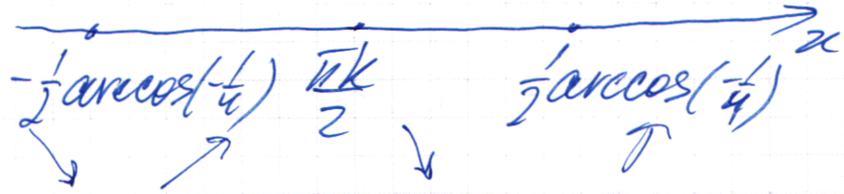
$\sin t=0$ $\qquad$ $4\cos t=-1$

$\sin 2x=0$ $\qquad$ $\cos 2x=-\frac{1}{4}$

$2x=\pi k \quad k\in\mathbb{Z}$ $\qquad$ $2x=\pm\arccos\left(-\frac{1}{4}\right)$

$x=\frac{\pi k}{2}$ $\qquad$ $x=\pm\frac{1}{2}\arccos\left(-\frac{1}{4}\right)$

$f'(x)$



$$\frac{1}{2}\cos 4x+\frac{1}{2}\cos 2x=-4$$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) - \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x) \geq 0$

$(\sqrt{x+7}-x-1)\left((x+4)-(\sqrt{x+7}-x)\right) \geq 0$

$(\sqrt{x+7}-x-1)(x+4-\sqrt{x+7}+x) \geq 0$

$2x+4=\sqrt{x+7}$

$4x^2+16x+16$

$\frac{658}{8} \vee \frac{6\sqrt{849}}{8}$

$658 \vee$

$\sqrt{x+7}=x+1$

$x+7=x^2+2x+1$

$x^2+x-6=0$

$D=1+24=25$

$\sqrt{x+7} \geq x+1$

$\left[\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+7 \geq x^2+2x+1 \end{cases}\right.$

$x_1=\frac{-1+5}{2}=2$

$x \geq 2$

$x \geq -3$

$x_2=\frac{-1-5}{2}=-3$ Не подходит т.к. $x \geq -1$

$\frac{1+\sqrt{29}}{2}+7$

$(x-2)(x+3)(x+3)(x+\frac{3}{4}) \geq 0$

$-\sqrt{x+7}+2x+4 \Leftrightarrow 2x+4=\sqrt{x+7}$

$\sqrt{\frac{15+\sqrt{29}}{2}} - \frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$4x^2+16x+16=x+7$

$4x^2+15x+9=0$

$\sqrt{10} \vee \sqrt{9}$

$D=225-144=81$

$x_1=\frac{-15+9}{8}=-\frac{6}{8}=-\frac{3}{4}$

$x_2=\frac{-15-9}{8}=\frac{-24}{8}=-3$

$\times\begin{array}{r}15\\9\end{array}$

144

$\begin{array}{r}225\\-144\\\hline 81\end{array}$

$(x+3)^2(x-2)(x+\frac{3}{4}) \geq 0$

Ответ: $(-4;-3) \cup (-3;-\frac{3}{4}) \cup (2;\frac{1+\sqrt{29}}{2})$

$+ \quad + \quad - \quad +$

$-3 \quad -\frac{3}{4} \quad 2 \quad x$

$(-\infty;-\frac{3}{4}] \cup [2;+\infty)$ + О.Д.З

$-4 \quad -3 \quad 0 \quad 2 \quad \frac{1+\sqrt{29}}{2} \quad x$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5. $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

О.Д.З

$\begin{cases} \sqrt{x+7}-x>0 \\ \sqrt{x+7}-x \neq 1 \iff \\ x+4 \geq 0 \end{cases}$ $\sqrt{x+7}>x$ $\sqrt{x+7} \neq 1+x$

$\iff \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq 0 \\ x+7>x^2 \end{cases} \\ \begin{cases} x<0 \\ x+7 \geq 0 \end{cases} \end{array}\right.$

$(x+7)^2 \neq 1+2x+x^2$

$x^2+x-6 \neq 0$ ~~9-3-6≠0~~

$D=1+24=25$

$x_1 = \frac{-1 \pm 5}{2} = \left[\begin{array}{l} -3 \\ 2 \end{array}\right.$

$x \geq -4$
$x \neq -7$
$x \neq -3$
$x \neq 2$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq 0 \\ (x+7) > x^2 \end{cases} \\ \begin{cases} x<0 \\ x+7 \geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \iff$ 0; $\frac{1-\sqrt{29}}{2}$ $\frac{1+\sqrt{29}}{2}$; -7

$x \neq -3$
$x \neq 2$
$\iff$

$\sqrt{-3+7}+3 \neq 1$
$2+5 \neq 1$

$\sqrt{f(x)}>g(x)$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x)>g^2(x) \end{cases} \\ \begin{cases} g(x)<0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \end{array}\right.$

$\iff$ 0 $\frac{1+\sqrt{29}}{2}$; -7 x 3 -4 $\Rightarrow$

$x^2-x-7<0$

$D=1+28=29$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2} = \left[\begin{array}{l} \frac{1+\sqrt{29}}{2} \\ \frac{1-\sqrt{29}}{2} \end{array}\right.$

$5<\sqrt{29}<6$

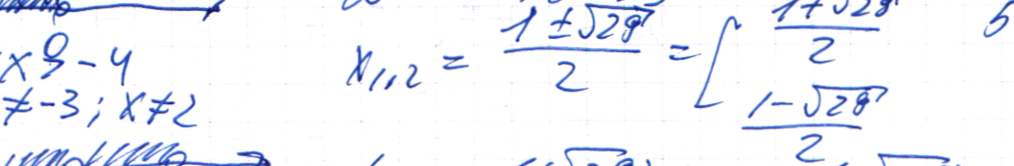
$\begin{cases} x \neq -3;\ x \neq 2 \\ -7 \quad 0 \quad \frac{1+\sqrt{29}}{2} \end{cases}$

$\left(x-\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{29}}{2}\right)<0$

3
75
$\times 4$
300

$\frac{1+2\sqrt{29}+29}{4}$

О.Д.З. 7,5·4



$7{,}5+\frac{\sqrt{29}}{2} \neq \frac{30}{4}+\frac{\sqrt{29}}{2}$

$\frac{1+\sqrt{29}}{2} = \frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$x^2-x-7<0$
$D=1+28=29$

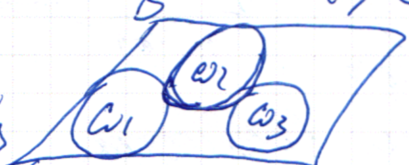
№4. ABCD – четырехугол.

Три окр. один. радиуса

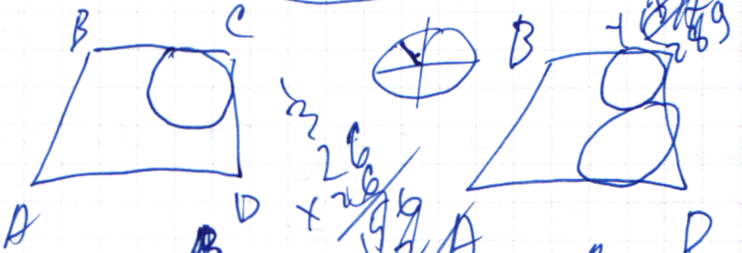
$\omega_1; \omega_2; \omega_3$, причем ω_1 касается сторон AD и DC;

ω_2 касается сторон DC и BC

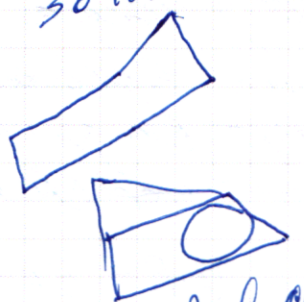
ω_3 касается сторон CB, BA и AD



$$b^2 = 36+196-2\cdot 84\cdot \cos 120^\circ$$

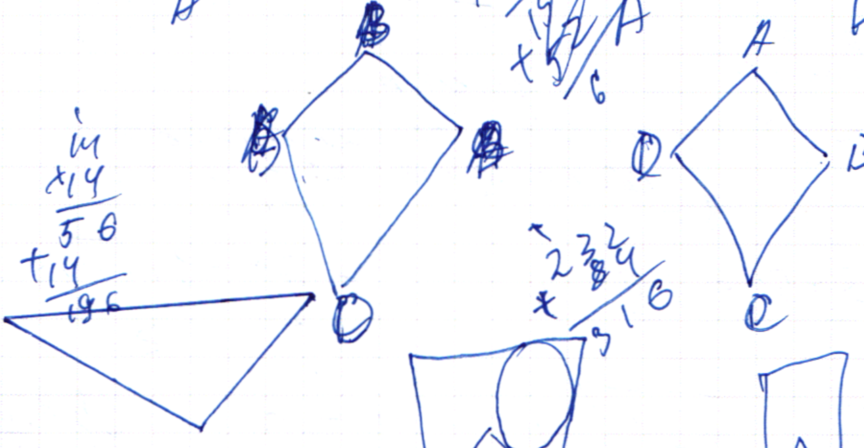


$36+196 = 202$



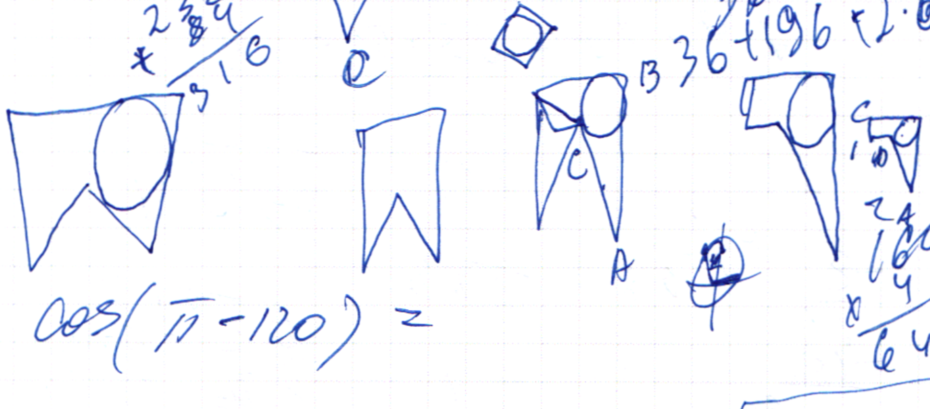
$a^2+b^2-2ab\cdot\cos 120^\circ$

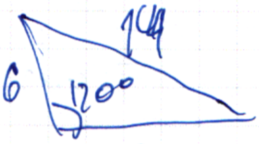
$36+196+2\cdot 6\cdot 14\cdot\frac{1}{2}$



$\cos(\pi-120) =$

$$b^2 = 36+196+168\cdot\frac{\sqrt3}{2} = 202+30+84\sqrt3 = \boxed{\sqrt{232+84\sqrt3}}$$





$$14^2 = 36^2+a^2+6a\cdot\frac{\sqrt3}{2}$$

$$196-36 = a^2+6a\cdot\frac{\sqrt3}{2} \Rightarrow 160 = a^2+$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

МФТИ

15-011

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 17-значн. чисел "6" "7" "8" (каждая цифра встречается хотя бы один раз), таких, что цифр "8" ровно семь и они идут подряд.

$119 \cdot 63$

I сл.) $\underbrace{*******}_{7 \text{ "8"}}\underbrace{\text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}}_{10 \text{ цифр}}$ когда семь восьмерок идут вначале

$\frac{649}{16}$ $649 : 4$, -64, 0, 16

$81{,}25 \vee \frac{3\sqrt{649}}{4}$

$\pm\sqrt{\frac{158}{2}}$

II сл.) когда семь восьмерок идут вподряд ~~начиная~~ ~~середине~~ со второго числа

$\_\underbrace{*******}_{7}\underbrace{\text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_}}_{8 \text{ цифр}}$

$7 \cdot 8 = 56 + 7 = \boxed{63}$, сумма цифр наименьшего семнадцатизначного числа

$\vdots 9 \Rightarrow \vdots 3$

$7 \cdot 9 + 7 \cdot 8 = 63 + 56 = 119 \vdots 3$

$\frac{-3}{2}\left(\frac{-3+\sqrt{649}}{2}\right)^2 =$

$316 : 2 = 158$, -2, 11, -10, 16

$649 + 9 = 658$

$\sqrt{316} \vee$

$y = a$

$658 : 8 = 82{,}25$, -64, 18, -16, 20, -16

$658 : 2 = 329$, -6, 5, -4, 18

$a = 2x^2$

$y = 2x^2$

$329 - 3\sqrt{649}$ $\boxed{y = 158}$

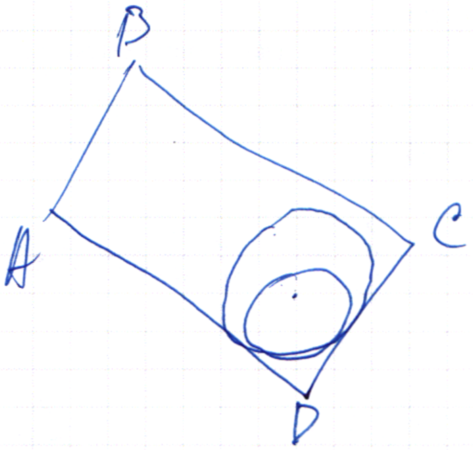
$y = 2 \cdot \frac{316}{4} =$

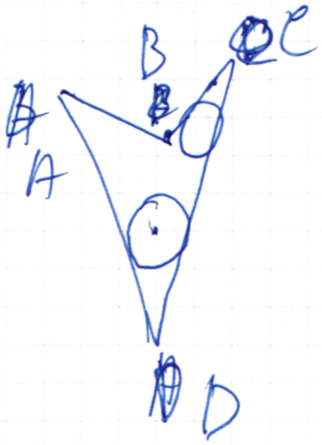
$= \frac{316}{2} =$

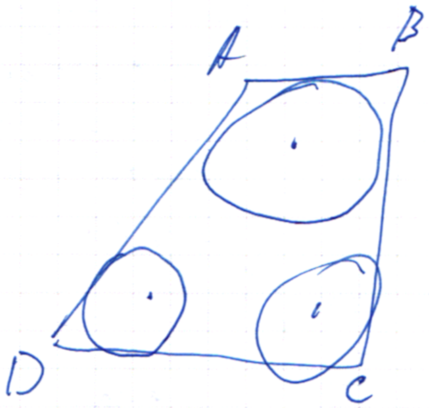
$= \frac{9 - 6\sqrt{649} + 649}{4}$ $= 2\frac{(658 - 6\sqrt{649})}{4_2}$ $\frac{658}{2} - 3\sqrt{649}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)







ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15 - 011
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$160 = a^2 + 3\sqrt{3}a$

$a^2 + 3\sqrt{3}a - 160 = 0$

$D = 27 + 640 = 667$

$a_{1,2} = \frac{-3\sqrt{3} \pm \sqrt{607}}{2} = \left[\begin{array}{l} \boxed{\frac{-3\sqrt{3}+\sqrt{607}}{2} > 0} \checkmark \\ \frac{-3\sqrt{3}-\sqrt{607}}{2} < 0 \times \end{array}\right.$

т.к. сторона не может быть меньше нуля.

$160 \cdot 4 = 640$, 667

$24^2 \le 607 \le 26^2$

$26 \cdot 26 = 156 + 52 = 676$

$98 \cdot 98 = 784 + 882 = 9604$

$\sqrt{232+84\sqrt{3}} \vee 98$

$232+84\sqrt{3} \vee 9604$

$84\sqrt{3} \vee 9372$

$9372 : 84 = 111$
-84
97
-84
132
-84

$y = 2(232+84\sqrt{3})$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2}$

$\frac{232+84\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{232+84\sqrt{3}}}{2}$

$y =$

$y = 2x^2$

$\log_{\sqrt{7}} 4 > 1$

$\sqrt{7} > 0$

$4 - \log_{\sqrt{7}}$

$(\sqrt{7}-1)(4-\sqrt{7})$

$\log_{\sqrt{7}} \sqrt{x+7} \ne 1+x$

$1+x > 0$

$x > -1$

$x+7 \ne 1+2x+x^2$

x^2+x-6, $D = 1+24 = 25$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \left[\begin{array}{l} -3 \\ 2 \end{array}\right.$

$x^2 - x - 7$

$D = 1 + 28 = 29$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2}$

$\left(x - \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{29}}{2}\right) \ge 0$

$\frac{1-\sqrt{29}}{2}$, $\frac{1+\sqrt{29}}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)