МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 9-23

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом 120°?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры “0”, “7” и “8” (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр “8” ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

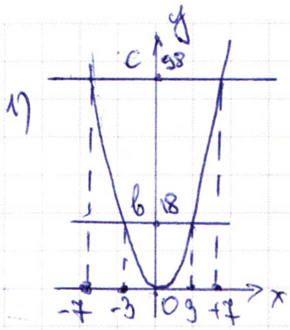
5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



Рассмотрим два случая:

1) Когда прямая $y=a$ $a>98$

2) $18<a<98$

Случай с $a<18$ будет идентичен по ходу решения со 2.

Сперва найдем длины отрезков отсеченной функцией $y=2x^2$.

Найдя точки пересечения, по оси Ox найдем длину.

$y=98$ $y=2x^2$

$98=2x^2$

$x^2=49$ $(x-7)(x+7)=0$

$x=\pm7$

Назовем отрезок, отсеченный от $y=98$ (c).

$c = |-7|+|7| = 14$.

Идентичным образом находим отрезок, отсеченный от $y=18$. Назовем его (b)

$18=2x^2$ $x^2=9$ $x=\pm3$

$b=|-3|+|3|=6$.

Отрезки c, b, l - не совпадают.

Рассмотрим случай 2 $(18<a<98)$

Назовем отрезок, отсеченный от $y=a$ (l) $l>0$!

По теореме косинусов с учетом, что $\cos120^\circ=-\frac{1}{2}$

$$c^2=l^2+b^2-2bl\cos120^\circ$$

$$c^2=l^2+b^2+\cancel{2}bl\left(+\frac{1}{\cancel{2}}\right) \rightarrow c^2=l^2+b^2+bl$$

$$14^2=l^2+6^2+6l \qquad l^2+6l+(6-14)(6+14)=0.$$

$l^2+6l-160=0$

$l=10$

$l=-16$ - не подходит

если $l=10$, то точки пересечения в силу симметрии функции $y=2x^2$ относительно OY: $5; -5$. $a=2x^2=2\cdot5^2=$ $=\underline{50}$

Тепер рассмотрим случай с ~~8~~ $l > 14$ $(a > 98)$

По теореме косинусов, с учетом, что $\cos 120° = -\frac{1}{2}$

$$l^2 = c^2 + b^2 + 2cb\left(-\frac{1}{2}\right) \qquad l^2 = c^2 + b^2 + cb$$

$$l^2 = 14^2 + 6^2 + 14 \cdot 6$$

$$l^2 = 196 + 36 + 84 = 196 + 120 = 316.$$

$$l = \sqrt{316} = \sqrt{4 \cdot 79} = 2\sqrt{79}$$

А значит точки на оси Ox:

$-\sqrt{79}$; $\sqrt{79}$.

$y = a \qquad y = 2x^2 = 2(\sqrt{79})^2 = 2 \cdot 79 =$

$= 158.$

Ответ: $y = 158$ $(a = 158)$; $y = 50$ $(a = 50)$.

2. $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 9$ — const

Возьмем производную от $g(x)$, приравняем 0 и найдем x_{min}, x_{max} (x_{min} — минимум; x_{max} — максимум

$$g'(x) = (\sin 3x)' \sin 7x + \sin 3x (\sin 7x)' - (\sin^2 x)' + (\cos^2 5x)' + 0 =$$

$$= 3\cos(3x)\sin(7x) + 7\cos(7x)\sin(3x) - 2\sin(x)\cdot\cos(x) + 2\cos(5x) \times$$

$$\times (-\sin(5x)) \cdot 5 =$$

$$= 3\cos 3x \sin 7x + 7\cos 7x \sin 3x - \sin 2x - 5\sin 10x.$$

$$g'(x) = 0.$$

$$3\cos 3x \sin 7x + 7\cos 7x \sin 3x - \sin 2x - 5\sin 10x = 0.$$

Уравнение довольно-таки сложное, однако видим явные корни

1) $x = 0 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$:

$3 \cdot 1 \cdot 0 + 7 \cdot 1 \cdot 0 - 0 - 0 = 0.$

2) ~~$x = \frac{\pi}{2}$~~ и $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ $\qquad$ 3) $x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

$3 \cdot 0 \cdot 1 + 7 \cdot 0 \cdot 1 - 0 - 0 = 0 \qquad 3 \cdot 0 \cdot 1 + 7 \cdot 0 \cdot 1 - 0 - 0 = 0.$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \ n \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение задачи 2.

4) $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$3\cdot(-1)\cdot 0 + 7\cdot(-1)\cdot 0 - 0 - 0 = 0.$

В итоге имеем:

$$\left[\begin{array}{l} x_{min} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x_{max} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} y_{min} = (-1)\cdot 1 - 1 + 0 + 4 = -1 - 1 + 4 = 2. \\ y_{max} = 0 - 0 + 1 + 4 = 5 \end{array}\right.$$

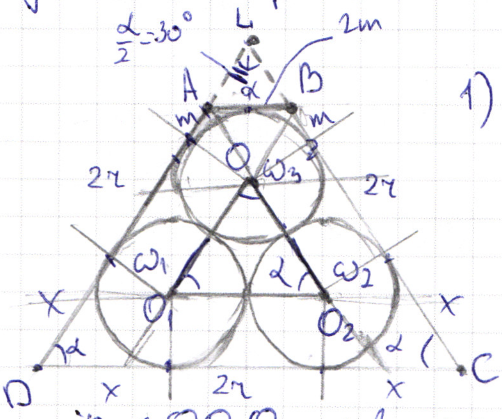
$g(x)$ будем обозначать y

Объединим случаи 1) и 4)

$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $g(x)_{min} = 2$; $g(x)_{max} = 5$.

4. Три окружности с одинаковым радиусом, касающиеся между собой одновременно, создают равносторонний треугольник в расстояниях между радиусами.



1) Так как одна из окружностей, одновременно трех сторон, две из которых это боковые стороны $\triangle LCD$ значит $ABCD$ - усеченный равносторонний треугольник.

А значит $ABCD$ - равнобокая трапеция.

Касательные к окружностям, проведенные с вершин $\triangle LCD$, будем называть x.

$AB \parallel CD \Rightarrow \angle LAD = \angle ADC = \alpha$.

$\triangle LAB \sim \triangle LDC$ (равносторон.)

Назовем касательные, проведенные с A и B m.

$\triangle OO_2O_1$ - равносторонний

$\alpha = \angle OO_2O_1 = 60^\circ$

$\triangle DLB$ подобен $\triangle OO_2O_1$ по трем углам, а значит является тоже равносторонним.

Далее будем называть радиус окружностей r ($\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$)

Тогда будет выполняться такое условие, которое выходит из
$AD + BC - AB - CD = 12$

Расстояние между центрами окружностей обозначим r.

Тогда: $\cancel{m} + \cancel{2r} + \cancel{x} + \cancel{m} + 2r + \cancel{x} - \cancel{2m} - \cancel{x} - \cancel{2r} - \cancel{x} = 12$

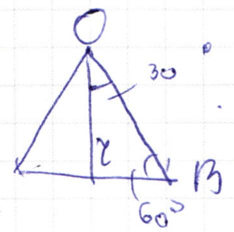
$2r = 12 \qquad r = 6.$

2) $OO_1 \parallel AD$; $OO_2 \parallel BC$

Продолжим отрезки OO_1 и OO_2, в силу того, что $\angle AOB$ и $\angle O_1OO_2$ – вертикальные, то $\angle AOB = 60°$.

3). $AO \cdot BO = 58$

$\triangle AOB$ – равносторонний



Смотрите стр 7 чистовик

$AO = BO = x$

$x \cdot \cos 30° = r$

Ответ: $\sqrt{58}$. $x = \frac{2r}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 6 \cdot \sqrt{3}}{3} = \underline{4\sqrt{3}}$. (возможно в условие ошибка).

5. $\log_{\sqrt{x+7} - x}(x+4) \geq 1.$ ОДЗ: $\begin{cases} x+4 > 0 \\ x+7 \geq 0 \end{cases}$ $\underline{x > -4}$.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0 < \sqrt{x+7} - x < 1 \\ x+4 \leq \sqrt{x+7} - x \end{cases} \\ \begin{cases} \sqrt{x+7} - x > 1 \\ x+4 \geq \sqrt{x+7} - x \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+7} > x \\ \sqrt{x+7} < 1+x \\ 2x+4 \leq \sqrt{x+7} \end{cases} \text{(1) – система 1} \\ \begin{cases} \sqrt{x+7} > x+1 \\ 2x+4 \geq \sqrt{x+7} \end{cases} \text{(2) – система 2} \end{array}\right.$$

Решим отдельно (1).

$\sqrt{x+7} > x$

$\begin{cases} \cancel{x>0}\; x+7 > 0 \\ x+7 > x^2 \end{cases}$

$\sqrt{x+7} \geq \underset{2(x+2)}{2x+4}$

$\begin{cases} \cancel{x \geq -2} \quad x \geq -7 \\ x+7 \geq 4(x^2+4x+4) \end{cases}$

$x+7 \geq 4x^2 + 16x + 16$

$4x^2 + 15x + 9 \leq 0.$

$4x^2 + 15x + 9 \leq 0$

$x_1 = -\frac{12}{4} = -3$

$x_2 = -\frac{3}{4}$

$\underline{x \in [-\frac{3}{4}; -3]}.$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-23

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{x+7} < 1+x$

$\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ x+7 \geq 0 \\ x+7 < 1+2x+x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq -7 \\ x^2+x-6 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x > -1 \\ (x+3)(x-2) > 0 \end{cases}$

$x=-3$

$x=2$

$-3 \quad -1 \quad 2$

~~$x \in (-7$~~ $x \in (2; +\infty)$.

(1) – дает $\varnothing$.

Решим систему (2)

$\begin{cases} \sqrt{x+7} > x+1 \\ 2x+4 \geq \sqrt{x+7} \end{cases}$ — $\begin{cases} x+7 \geq 0. \\ x+7 \geq 4(x^2+4x+4) \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -7. \\ x^2+x-6 \leq 0 \end{cases}$

$x+7 > 4x^2+16x+16$

$4x^2+15x+9 < 0$.

$x \in [-\frac{3}{4}; -3]$. $[-3; -\frac{3}{4})$

$x \in [-3; 2]$.

$\sqrt{x+7} - x \neq 1$.

$x+7 \neq (1+x)^2$ $\quad x+7 = x^2+2x+1$ $\quad x^2+x-6=0$

$x=-3 \quad -\frac{3}{4}$

$x=2$

$1+x \geq 0$

$x \geq -1$.

~~Ответ: $x \in [-3; 2)$.~~

$[-1, -\frac{3}{4}]$

$\begin{cases} \sqrt{x+7} > x+1 \\ 2(x+2) \geq \sqrt{x+7} \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -7 \\ x+7 > x^2+2x+1 \end{cases}$

$\begin{cases} \begin{cases} x \geq -7 \\ x^2+x-6 < 0 \end{cases} \\ 4x^2+16x+16 \geq x+7 \end{cases}$ $\quad x \geq -7$, $\quad x \in (-3; 2)$

$4x^2+15x+9 \geq 0$

$x \in (-\infty; -3] \cup [-\frac{3}{4}; +\infty)$.

$x \in [-\frac{3}{4}; 2) \cup (2; +\infty)$.

Ответ: $x \in [-\frac{3}{4}; 2) \cup (2; +\infty)$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(1) Чтобы разность не давала делимость на 45, то надо, что бы была минимальная сумма, остатка от деления на 45 были минимален, а значит 1. ~~И чтобы разн~~ А значит разность между числами будет минимальной при разност в 46.

Х будет начинать с самого начала:

							Sum
1	2	3	4	5	6	+46	– 21
52	53	54	55	56	57	+46	327
103	104	105	106	107	108	+46	– 633
154	155	156	157	158	159	+46	– 939
205	206	207	208	209	210		– 1245
							3165.

$45 \cdot 1 = 45$

$45 \cdot 2 = 90$

$45 \cdot 3 = 135$

$45 \cdot 4 = 180$

Ответ: 3 165

(3.) Возможно вообще $\cancel{10}$ 11 чисел, где будет 7 „8" подряд, но в 1 случае, „0" не может стоять первым.

$11 \cdot 10 \cdot 9$

(все разы стоит I)

Все случаи, когда „0" может стоя первым

$11!$

Отнимаем по разу при смещении 7-ти „8"

$11! - 10.$

Ответ: $11! - 10$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 6

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-23

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. Дополнение к задаче 4.

По теореме косинусов и (AO = BO)

$AB = \sqrt{58 + 58 - 2 \cdot 58 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{58}$

Ответ: $\sqrt{58}$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

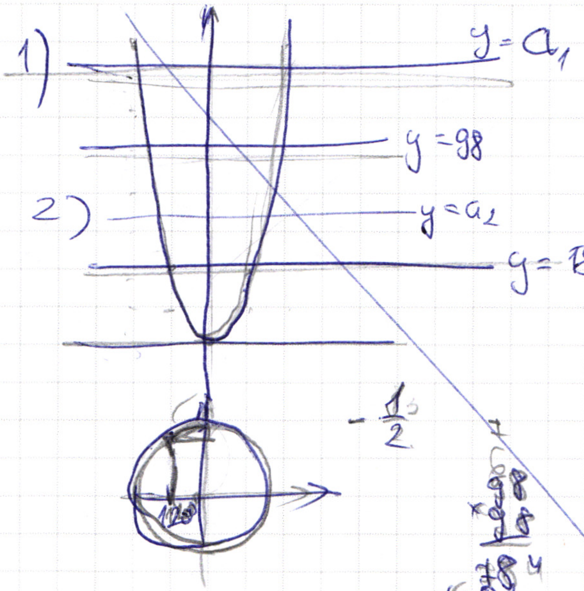
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

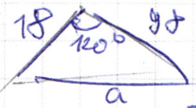
9-23

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$\alpha = 120°$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$

$c = \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos 120°}$

$c = \sqrt{98^2+18^2+2\cdot 98\cdot 18\cdot\frac{1}{2}}$

$c = \sqrt{98^2+18^2+98\cdot 18}$

$c = \sqrt{(49\cdot 2)^2+(18)^2+49\cdot 2\cdot 18}$

$98\cdot 98 = 9504$, $18\cdot 18 = 324$, $49\cdot 36 = 1764$, $9504+1764+324 = 10592$, $26\cdot 26 = 676$

$c = a$

$c = \sqrt{98^2+18^2+2\cdot 98\cdot 18\cdot\frac{1}{2}} = \sqrt{98(18+98)+18^2} =$

$= 98\cdot 1771 + 18\cdot 18$

$98+18 = 116$

$98^2 = a^2+18^2+2\cdot a\cdot 18\cdot(-\frac{1}{2})$

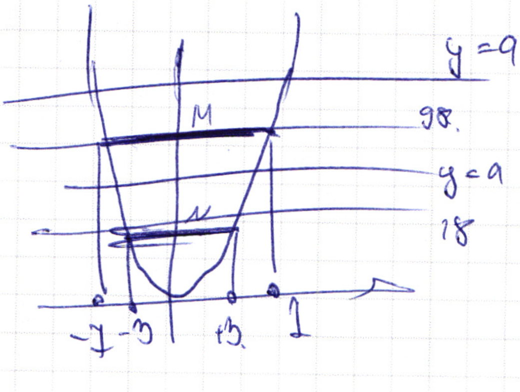
$a^2 - 18a + 18^2 - 98^2 = 0$

$a^2 - 18a + (18-98)(18+98) = 0$

$a^2 - 18a + ((-80)(116) = 0$

$a^2 - 18a +$

Задача 1.



M, N - длины отрезков $y=98$ $y=18$

$2x^2 = 98$

$x^2 = 49$ $x = \pm 7$

$M = 14$.

$2x^2 = 18$ $x^2 = 9$

$N = 6$. $x = \pm 3$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

$y = a \cdot \cancel{4}$ $\quad a > 98.$ $\quad l_4\, a^2 = \cancel{88} \sqrt{14^2 + 6^2 + 2 \cdot 14 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}}$

$l_4 = \sqrt{14^2 + 6^2 + 14 \cdot 6}$

$l_4 = \sqrt{196 + 36 + 84}$

$l_4 = \sqrt{316}$

l_4 – длина отрезка

$y = a.$

$\begin{cases} a < 98 \\ \cancel{a \geq 8} \\ \cancel{a < 18} \end{cases}$

$l > 14.$

$l = \sqrt{316}.$

$2x^2 = 2\sqrt{79}$

$x = \sqrt[4]{79}.$

$l = 14^2 + 6^2$

$\cancel{2 \cdot \sqrt{316}}$

$14^2 = l^2 + 6^2 + 2l \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}$

$l^2 + 6l + 6^2 - 14^2 = 0.$

$\cancel{2x}\; 2 \cdot (\sqrt{79})^2 =$

$= 2 \cdot 79$

$l^2 + 6l + ((-8) \cdot 20) = 0.$

$l^2 + 6l - 80 = 0.$

$D = 36 + 320 = 0$

$= 356$

$l^2 = 14^2 + 6^2 + 14 \cdot 6.$

$y = 2x^2 =$

$= 2 \cdot 1010$

$l^2 = 196 + 36 + 84 =$

$= 196 + 120 =$

$= 316.$

$2x^2 =$

$x = 5.$

$l = \sqrt{316}.$

$l = 2 \cdot 5 \cdot 5 =$

$= 50$

$14^2 = l^2 + 6^2 + 6l$

$l^2 + 6l + 6^2 - 14^2 = 0.$

$l^2 + 6l + (6 - 14)(6 + 14) = 0.$

$l^2 + 6l - (14 - 6)(6 + 14) = 0$

$l^2 + 6l - 8 \cdot 20 = 0$

$l^2 + 6l - 160 = 0.$

$l = 10 \qquad l = 10.$

$l = -16 \cdot 1$ – не может

$l^2 = 14^2 + 6^2 + 14 \cdot 6.$

$l^2 = 196 + 36 + 84 =$

$= 196 + 120 =$

$= \sqrt{316}.$

$14^2 = 6^2 + 6^2 + 6^2$

$196 = 36 + 36 + 36$

$= \sqrt{2 \cdot 158} =$

$= \sqrt{4 \cdot 79} =$

$= 2\sqrt{79}.$

$14 \times 14 = 196$

$196 + 120 = 316$

$316 : 2 = 158$

$2 \quad 158$

$4 \quad 79$

$196 + 36 = 232$

$- 84$

$316.$

$\cancel{16 \times 16}$

$10 \cdot 8$

$20 \cdot 4.$

$16 \cdot 5.$

$40 \cdot 2$

$80 \cdot 1.$

$84 : 6 = 14.$

$14 \times 14 = 196$

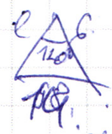
$14 \times 6 = 84$

$20 \cdot 8.$

$40 \cdot 4,$

$10 \cdot 16, \ldots$

79×2



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2 $g(x) = \sin 3x \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$$g'(x) = (\sin 3x)'\sin 7x + \sin 3x(\sin 7x)' - (\sin^2 x)' + (\cos^2 5x)' =$$

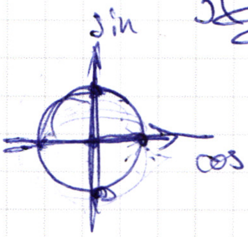
$$= 3\cos 3x \sin 7x + 7\cos 7x \sin 3x - 2\sin x \cdot \cos x +$$

$$+ 2\cos 5x \cdot (-\sin 5x) \cdot 5 =$$

$$= 3\cos 3x \sin 7x + 7\cos 7x \sin 3x - \sin 2x - \cancel{2}\sin 10x \cdot 5$$

$$3\cos 3x \sin 7x + 7\cos 7x \cdot \sin 3x - \sin 2x - \cancel{10}\, 5 \sin 10x = 0.$$

$\cancel{3\cos 3x}$ $3\cos 3x \sin 7x + 7\cos 7x \sin 3x - \sin 2x - 5\sin 10x = 0.$



$x = 0 + 2\pi n,\ n \in Z$

$3 \cdot 1 \cdot 0 + 7 \cdot 1 \cdot 0 - 0 - 0 = 0.$

$x = \frac{3\pi}{2}$ $3 \cdot 0 \cdot 1 + 7 \cdot 0 - 0 - 0$, $x = 0.$

$x = \frac{\pi}{2}$ $3 \cdot \cancel{\cos} 0 \cdot 1 + 7 \cdot 0 - 0 - 0 = 0.$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pi$ $3 \cdot (-1) \cdot 0 + 7 \cdot (-1) \cdot 0 - 0 \cdot 0 =$

$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$

$$\boxed{\begin{gathered} x_{min} = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z \\ x_{max} = \pi n,\ n \in Z \end{gathered}}$$

$\sin 0 \sin 0 - \sin^2 0 + \cos^2 0 + 4 =$
$= 0 - 0 + 1 + 4 = 5.$

$\cancel{g(x)}$

$\cancel{8}$ $g(x)_{min} = \sin\frac{3\pi}{2} \cdot \sin\frac{7\pi}{2} - \left(\sin\frac{\pi}{2}\right)^2 + \left(\cos\frac{5\pi}{2}\right)^2 + 4 =$

$= (-1 \cdot 1) - 1 + 0 + 4 = -1 - 1 + 4 = \underline{2}$

$g(x)_{max} = \sin 3\pi \cdot \sin 7\pi - \sin^2 \pi + \cos^2 5\pi + 4 =$

$= 0 - 0 + 1 + 4 = 5.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Первая цифра

3.

0000000

10	8
9	7
8	7
7	7
6	7
5	7
4	7
3	7
2	7
1	7
0	7.

1+

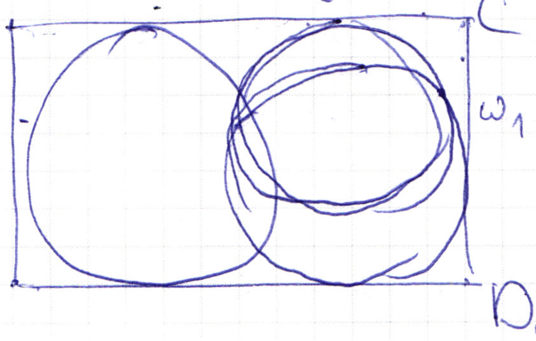
11·

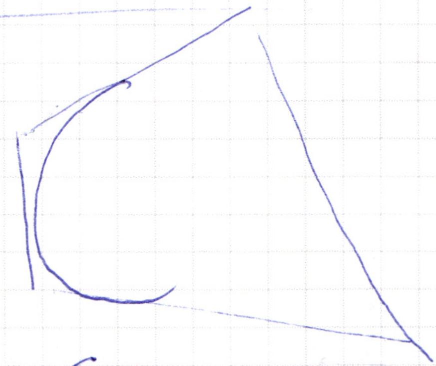
$16 \times 3 = 48$

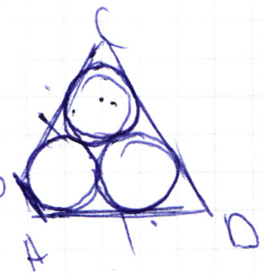
11·10

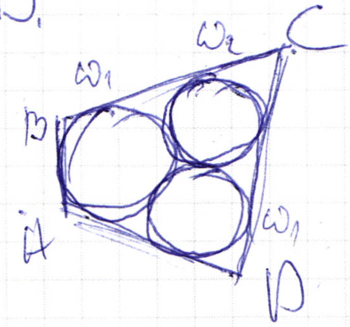
$m + 2r + x + m + 2r + x - 2m$

4.

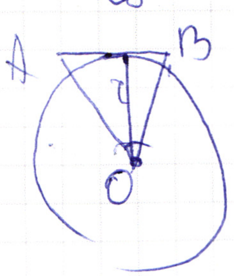


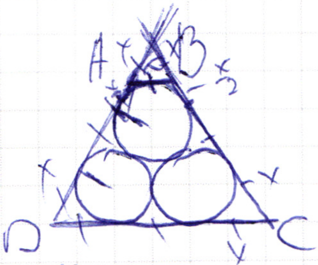




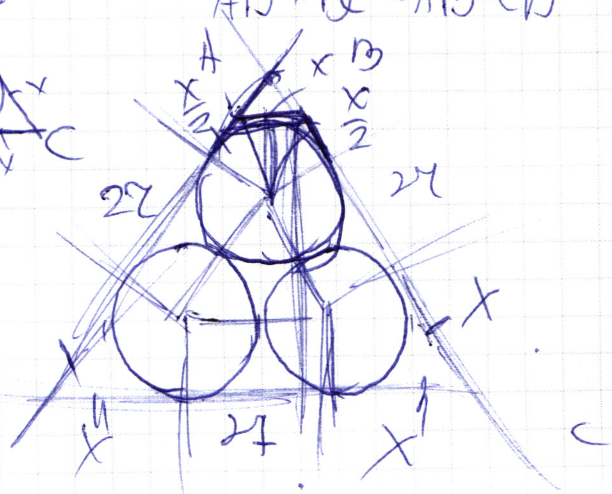


$AO \cdot BO = 58$





$AD + BC - AB - CD = 12.$



x

x

$x \sqrt{7} \cdot x$

30

$S = \frac{1}{2} AO\,BO \cdot \sin\alpha$

$\sin\alpha\,(AO\,\sin + BO\,\sin)\,r = S \cdot 12.$

$\frac{1}{2} AO\,BO \cdot \sin\alpha - AO\,BO \sin^2 r$

$\frac{1}{2} AO\,BO \sin\alpha$

$AO = BO =$

$\cancel{x} + \frac{x}{2} + 2r + \frac{x}{2} + x + 2r - \cancel{x} - 2x - 2r = 12.$

$2r = 12 \quad \underline{r = 6}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-23

ШИФР

(заполняется секретарём)

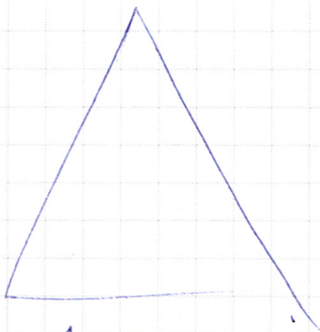
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

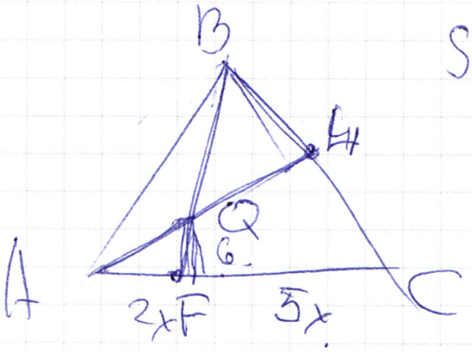
$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$ $\quad x>-4$

$x+4>0 \qquad x>-4$

$x+7 \geq 0 \qquad x \geq -7$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0<\sqrt{x+7}-x<1 \\ x+4 \leq \sqrt{x+7}-x \end{cases} \\ \begin{cases} \sqrt{x+7}-x>1 \\ x+4 \geq \sqrt{x+7}-x \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+7}-x>0 \\ \sqrt{x+7}-x<1 \\ 2x+4 \leq \sqrt{x+7} \end{cases} \\ \begin{cases} \sqrt{x+7}>x+1 \\ \cancel{x+4}\ 2x+4 \geq \sqrt{x+7} \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+7}>x \\ \sqrt{x+7}<1+x \\ 2x+4 \leq \sqrt{x+7} \end{cases} \\ \begin{cases} \sqrt{x+7}>x+1 \\ 2x+4 \geq \sqrt{x+7} \end{cases} \end{array}\right.$$





$S_{BQ4} : S_{BAC} = 5 : 12$.

$4x^2+15x-19 \geq 0$

$x = -\frac{12}{4} = -3$

$x = -\frac{3}{4}$

$x \in [-3; -\frac{3}{4}]$.

$-3+4 = 1 \geq 5$.

$- \quad 2+3$.

$\sqrt{6}+1 \leq 3$. $\quad \cancel{\sqrt{6} \leq 2}$

$x \in (-\infty; -3$

$x+4 \geq \sqrt{x+7}-x$

$2(x+2)^2 \geq x+7$

$4x^2+16x+18 \geq x+7$

$4x^2+15x+9 \geq 0$,

46.
181.

1 47 93 139 ~~184~~5

$\underbrace{\quad}_{46}$ $\underbrace{\quad}_{46}$ $\underbrace{\quad}_{46}$ $\underbrace{\quad}_{46.}$

47-1 = 46
93-47-46

1 2 3 4 5
47 48 49 50 51
97 98 99 100 101
147 148 149 150 151.
197 198 199 200 201.

45·1 = 45
45·2 = 90
45·3 = 135.

1 2 3 4 5 +46.
51 52 53 54 55 +46.
101 102 103 104 105 +46.
151 152 153 154 155 +46.
201 202 203 204 205.

1 2 3 4 5.
51 52 5

205 - 90 - 115

1 2 3 4 5 6.
52 53 54 55 56 57

$4\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}$ $2\sqrt{3}$.
2

AB 58 = 29.2
29.2

$AB = 4\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2} =$
$AB = 4\sqrt{3}$

136 137 138 139 140 141. -46.
181 182 183 184 185 186
130 141 142 1

-46.
327-21 =
= 306.

46 × 6 = 276

211 × 3 = 633

313 × 3 = 939

633-3

415 × 3 = 1245

1245 + 939 = 2184
2184 + 633 = 2817
2817 + 327 = 3144
3144 + 21 = 3165

1245
939
+ 633

$l^2 = 58 + 58 - 2\cdot 58\cdot\frac{1}{2}$
$l = \sqrt{\ } =$

☑ черновик ☐ чистовик Страница № 6
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-23

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

181 182 183 184 185 186 — 46.

~~140~~ 135 136 137

$181 - 46 = 135$.

182 183 184 185 186 187

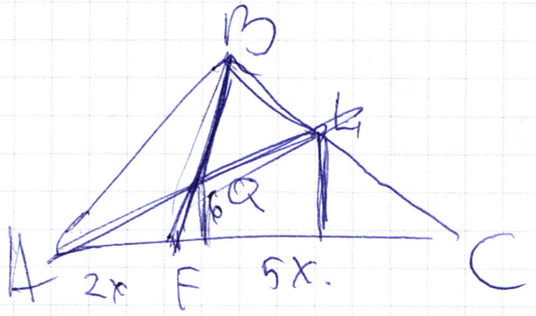
136 ~~137~~ 135 134. — 46.

186 185 184 183 182 181. — 46.

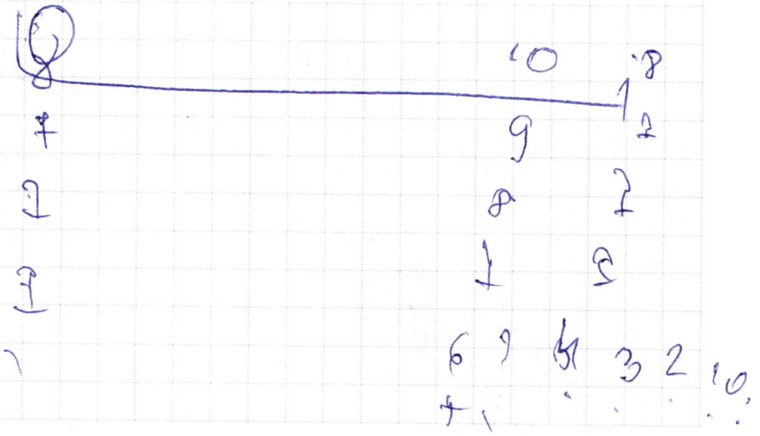
1 2 3 4 5 6.

47 48 49

$S_{\triangle BQL} : S_{\triangle BAC} = 5:12$.



11·10.

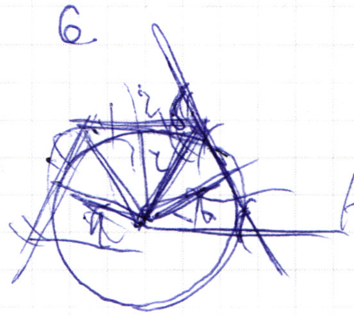


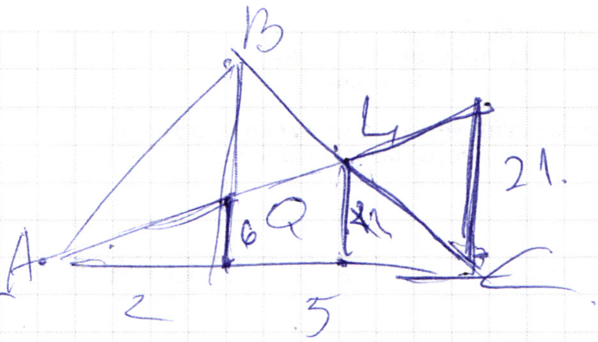
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7

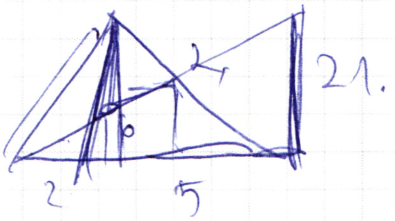
(Нумеровать только чистовики)





A

$2 : 7 = 6 : x.$



$\frac{2}{7} = \frac{6}{x}$ $2x = 42$

$x = 21$

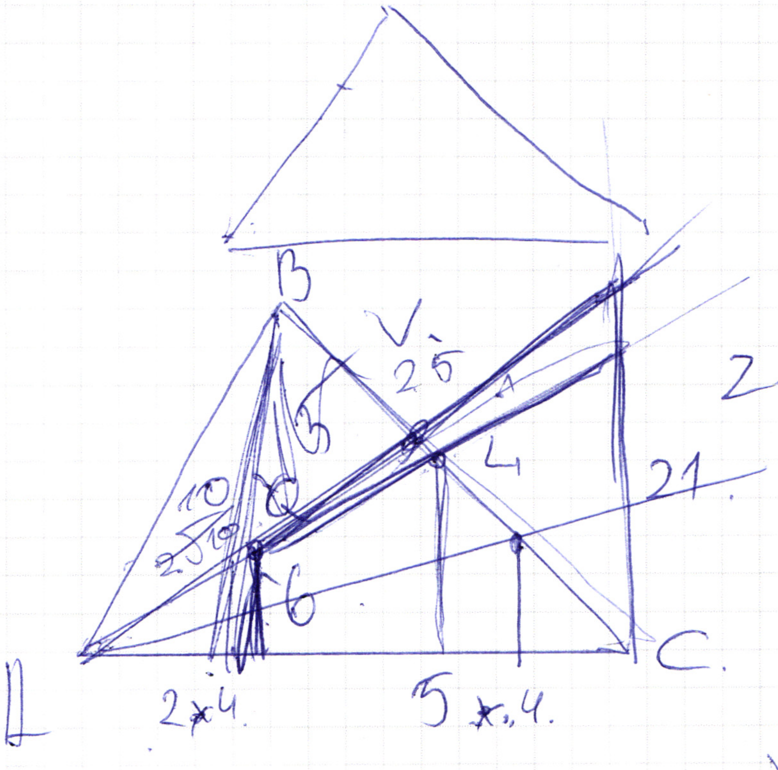
AB = 6.

~~AO =~~

$\sqrt{36+4} = 20$

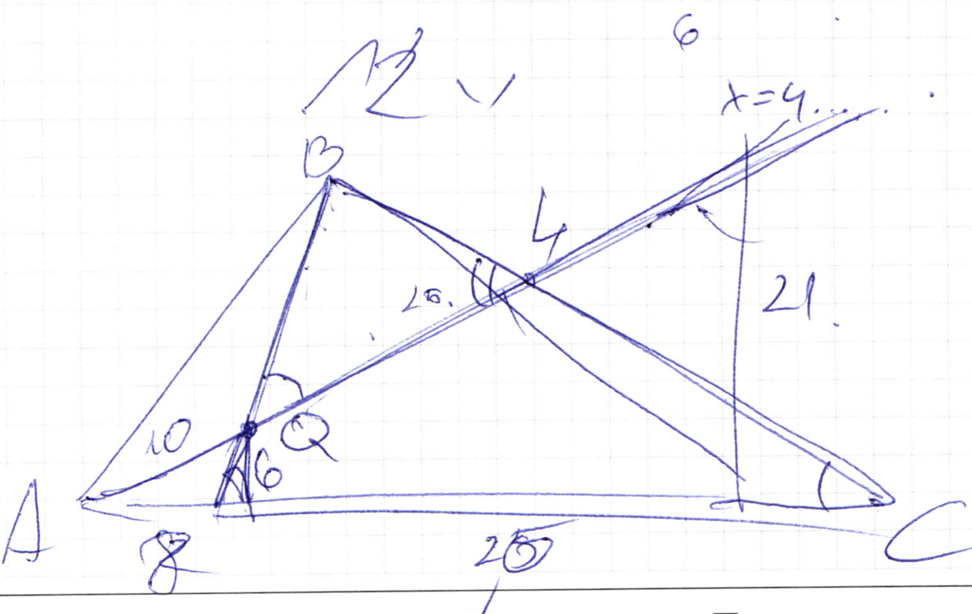
$\sqrt{21^2+7^2}$

$x = 2.$



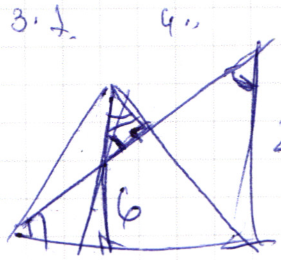
~~8~~ $\sqrt{16+36} =$

~~= 8~~



21 28.

3·7. 4..



☑ черновик ☐ чистовик Страница № 8

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)