МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2 ШИФР 15-010

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом 120°?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$y = x^2$

$y = 169 \Rightarrow x = \pm 13$, т.к. парабола $y = x^2$ симметрична отн Oy, то отрезки, являющиеся

$y = 64 \Rightarrow x = \pm 8$

$y = a \Rightarrow x = \pm\sqrt{a}$ сторонами треугольника, равны:

26, 16 и $2\sqrt{a}$.

Далее возможно 3 варианта:

1) $120°$ – угол между сторонами $2\sqrt{a}$ и 16;

2) $120°$ – угол между сторонами $2\sqrt{a}$ и 26;

3) $120°$ – угол между сторонами 16 и 26.

При этом должно выполняться нер-во треугольника.

1) По т. косинусов: ~~169 = 4a +~~ $676 = 4a + 256 - 2\cdot 2\sqrt{a}\cdot 16\cdot\cos 120$

$4a - 420 + 32\sqrt{a} = 0 \quad |:4$

$a + 8\sqrt{a} - 105 = 0$, По т. Виетта:

$\left[\begin{array}{l}\sqrt{a} = 7\\ \cancel{\sqrt{a} = -15}\end{array}\right.$, то $a = 49$, тогда

стороны треугольника:

$14, 16, 26 \Rightarrow a = 49$ – подходит

2) По т. косинусов: $256 = 4a + 676 - 2\cdot 2\sqrt{a}\cdot 26\cdot\cos 120°$

$256 = 4a + 676 + 52\sqrt{a} \Rightarrow$

$a + 13\sqrt{a} + 105 = 0$

$D = 169 - 420 < 0$ – корней нет.

3) По т. косинусов:

$4a = 256 + 676 - 2\cdot 16\cdot 26\cdot \cos 120^\circ$

$4a = 256 + 676 + 416$

$a = 64 + 169 + 104$

$a = 337$

$18 < \sqrt{a} < 19$

$36 < 2\sqrt{a} < 38$

$26 + 16 > 2\sqrt{a}$ – нер-во тр-ка выполняется,

значит $a = 337$ – подходит.

Ответ: $a = 337$, $a = 49$

№3.

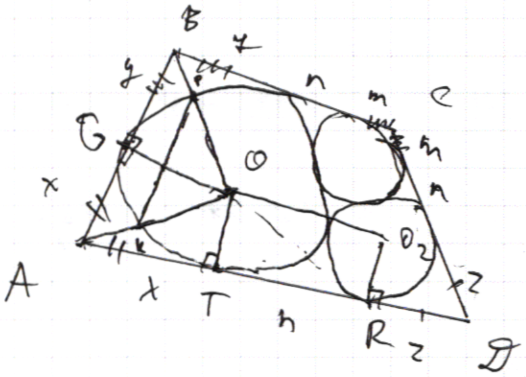
Число начинается либо с 5, либо с 9. Рассмотрим варианты:

1) Число начинается с 9:

$9\,\underbrace{\overbrace{5\ldots\ldots5}^{6}\overbrace{\qquad\qquad 0}^{11}}_{17\text{ позиций}}$ – по условию обязательно должна быть цифра „0", т.к. 6 позиций заняты звеном из 6 подряд идущих цифр „5", а первая цифра 9, то цифру „0" можно расположить 11 различными способами, кроме этого помимо „0" можно расположить ещё 10 цифр (0 или 9) на остальные 10 позиций. Получаем, что при данном расположении звена цифр „5" всего существует $2\times 11\times 10 = 220$ ~~двузначных~~ 18-значных чисел, ~~принадлежащих~~ удовлетворяющих условиям. Но цифры „5" можно двигать слева направо, поэтому в числе они могут быть расположены ещё 11 другими способами, т.е. общее кол-во чисел: $12\times 220 = 2640$ чисел

№ 4.

$AD+BC-AB-CD=10$



а) $x+y=AB$

$y+n+m=BC$

$m+n+z=CD$

$x+n+z=AD$

$\cancel{x}+\cancel{n}+\cancel{z}+\cancel{y}+n+\cancel{m}-\cancel{x}-\cancel{y}-m-n-\cancel{z}=10$

$n=10$

OO_2TR – прямоугольник,

$OO_2=2r=n \Rightarrow r=5$

б) $AO=\sqrt{R^2+x^2}$

$OB=\sqrt{R^2+y^2}$

$AB=x+y$.

~~Пуст~~ Предположим, что $\triangle AOB$ – прям, тогда по т. Пифагора $AO^2+OB^2=AB^2$, тогда

$R^2+\cancel{x^2}+R^2+\cancel{y^2}=\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+2xy \Rightarrow$

$R^2=xy$, но ~~по св-ва~~ $OG=R$ – высота, проведенная из вершины прямого угла, которая делит гипот. AB на отрезки x и y, и ~~по формуле~~ по формуле $h^2=a_c b_c$, поэтому $\triangle AOB$ – действительно прямоугольный, а поэтому $\angle AOB=90°$ Ответ: а) $R=5$, б) $\angle AOB=90°$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Теперь рассмотрим вариант, когда число начинается на 5.

$$\underbrace{5\ \_\ \_\ \_\ \_\ 5}_{6}\ \underbrace{\_\ \_\ \_\ 9\ \_\ \_\ \_\ 0\ \_\ \_\ \_}_{12}$$

Тогда звено идёт с самого начала, но по условию обязательно должны быть цифры „0" и „9". Тогда можно ~~выбрать~~ поставить „0" на любую из 12 позиций, а для „9" выбрать любую из оставшихся 11 позиций. Тогда на остальных 10 позициях можно будет поставить либо 0, либо 9. Получаем

$12 \times 11 \times 2 \times 10 = 2640$ ~~вариантов~~ 18-значных чисел

Тогда общее ~~число~~ ~~вс~~ кол-во 18-значных чисел:

$2640 \times 2 = 5280$ чисел

Ответ: 5280 чисел.

№5.

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

$(\sqrt{x+3}-x-1)(x+5-(\sqrt{x+3}-x)) \geq 0$

1) $\begin{cases} \sqrt{x+3}-x-1 \geq 0 & (\vee) \\ 2x+5-\sqrt{x+3} \geq 0 & (\vee\vee) \end{cases}$

(v) $\sqrt{x+3} \geq x+1$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq -3 \end{cases} \Rightarrow x \in [-3;-1] \\ \begin{cases} x \geq -1 \\ x+3 \geq (x+1)^2 \quad (v) \end{cases} \end{array}\right.$

(v) $x+3 \geq x^2+2x+1$

$x^2+x-2 \leq 0$

$x=-2$

$x=1$

$-2 \quad -1 \quad 1 \quad x$

$x \in [-\cancel{2};1]$

$x \in [-3;1]$

(vvv) $2x+5 \geq \sqrt{x+3}$

$\begin{cases} 2x+5 \geq 0 \\ x \geq -3 \\ (2x+5)^2 \geq x+3 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -\frac{5}{2} \\ x \geq -3 \\ 4x^2+20x+25 \geq x+3 \quad (v) \end{cases}$

(v) $4x^2+19x+22 \geq 0$

$D = 361-16 \times 22 = 9$

$x = \frac{-19+3}{8} = -2$

$x = \frac{-19-3}{8} = -\frac{11}{4}$

$-2\frac{1}{2}, \quad -\cancel{2}$

$-\frac{11}{4} \quad -\frac{5}{2} \quad -2$

$x \in [-2;+\infty)$

ОДЗ:

$\sqrt{x+3} > x, \quad x \geq -3$

$x+3 \neq x^2$

$x^2-x-3 \neq 0$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x < 0 \\ x \geq -3 \end{cases} \Rightarrow x \in [-3;0) \\ \begin{cases} x \geq 0 \\ x+3 > x^2 \end{cases} \end{array}\right.$

$\Downarrow$

$x^2-x-3<0$

$D=1+12=13$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$

$x \in \left[0; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

ОДЗ:

$x \in \left[-3; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

$\begin{array}{r} 22 \\ \times 16 \\ \hline 132 \\ +22 \\ \hline 352 \end{array}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-010

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

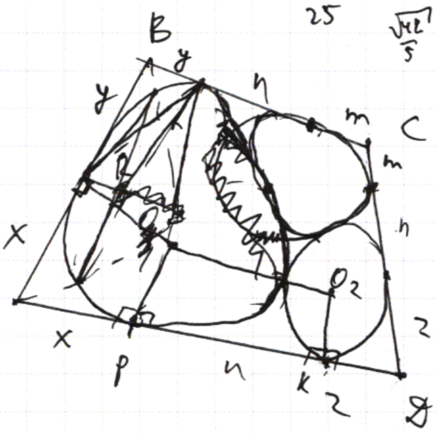
$AD+BC-AB-CD=10$

$\cos\alpha = 1-2\sin^2\alpha$

$\frac{AO\cdot BO}{R^2}=S$

$\frac{42}{25}=S$

$\frac{\sqrt{42}}{5}$



$t^2 = R^2 - 2R^2\cos\alpha$

$t = R\sqrt{1-2\cos\alpha}$

$\sqrt{R^2+x^2}$

а) $x+y=AB$

$y+n+m=BC$

$m+n+z=CD$

$x+n+z=AD$

$\cancel{x}+n+\cancel{z}+\cancel{y}+\cancel{n}+\cancel{m}-\cancel{x}-\cancel{y}-\cancel{m}-\cancel{n}-\cancel{z}=10$

$n=10$

$\sqrt{R^2+x^2}\cdot\sqrt{R^2+y^2}=42$

O_1O_2PK – прямоугольник

$O_1O_2=2r=10 \Rightarrow$

$r=5$

$$\cos_\alpha = \frac{(r^2+y^2) + (r^2+x^2) - (x+y)^2}{2\sqrt{r^2+y^2}\cdot\sqrt{r^2+x^2}}$$

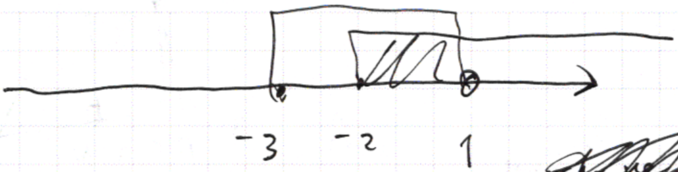
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

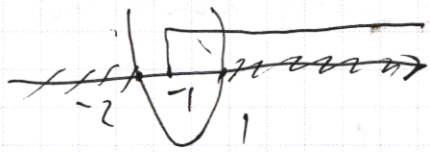


$x \in [-2; 1]$

2) $\begin{cases} \sqrt{x+3} \le x+1 & (\upsilon) \\ 2x+5 \le \sqrt{x+3} & (\upsilon\upsilon) \end{cases}$

(υ) $\begin{cases} x \ge -1 \\ x \ge -3 \\ x+3 \le x^2+2x+1 \end{cases}$ $\begin{cases} x \ge -1 \\ x \ge -3 \\ x^2+x-2 \ge 0 & (\upsilon) \end{cases}$

(υ)



$x \in [1; +\infty)$

$(\upsilon\upsilon)$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x \le -5 \\ x \ge -3 \end{cases} & (*) \\ \begin{cases} 2x \ge -5 \\ (2x+5)^2 \le x+3 \end{cases} & (**) \end{array} \right.$

$(*)$ $x \le -\frac{5}{2}$, $x \ge -3$, $x \in [-3; -\frac{5}{2}]$

$(**)$ $x \ge -\frac{5}{2}$, $4x^2+20x+25 \le x+3$, $4x^2+19x+22 \le 0$, то $x \in [-\frac{5}{2}; -2]$, то

$\left[\begin{array}{l} x \in [-\frac{5}{2}; -2] \\ x \in [-3; -\frac{5}{2}] \end{array} \right. \Rightarrow x \in [-3; -2]$,

$\begin{cases} x \in [-3; -2] \\ x \in [1; +\infty) \end{cases}$ - система несовместна $\varnothing$

Ответ: ~~$x \in [-2; 1]$~~ $x \in [-2; 1]$

№ 6.

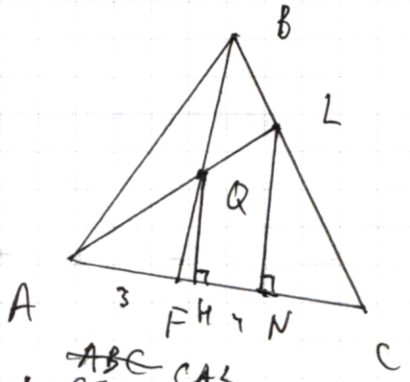
$AF:FC = 3:4$

$BF \cap AL = Q$

$\frac{BQL}{BAC} = \frac{1}{16}$

$\rho(Q; AC) = 3$

$\rho(L; AC) = ?$



По т. Менелая для $\triangle$ ~~ABC~~ CAL и ~~$\cancel{пр}$. AL~~ BF.

$$\frac{CF}{FA} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{LB}{BC} = 1$$

$$\cancel{\frac{AQ}{QL} =} \quad \frac{4}{3} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{LB}{BC} = 1$$

$$\frac{AQ}{QL} \cdot \frac{LB}{BC} = \frac{3}{4}, \quad \frac{BL}{BC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{QL}{AQ} \quad (*)$$

$$\begin{cases} \frac{BL}{BC} = \frac{S_{ABL}}{S_{ABC}} \ (1) \text{ — метод площадей.} \\ \frac{S_{QBL}}{S_{ABL}} = \frac{QL}{AL} \ (2) \end{cases}$$

$(1) \cdot (2)$:

$$\cancel{S_A} \cdot \frac{S_{QBL}}{S_{ABC}} = \frac{QL}{AL} \cdot \frac{BL}{BC}$$

$$\frac{1}{16} = \frac{QL}{AL} \cdot \frac{BL}{BC}$$

$$(*) \quad {}_4\frac{1}{\cancel{16}} = \frac{QL}{AL} \cdot \frac{QL}{AQ} \cdot \frac{3}{\cancel{4}}$$

$$\frac{1}{16} = \frac{QL^2}{AQ(AQ+QL)}$$

AQ

$$\frac{1}{12} = \frac{QL^2}{AQ(AQ+QL)}$$

$$12QL^2 = QL \cdot AQ + AQ^2$$

$$12QL^2 - QL \cdot AQ - AQ^2 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} QL = \frac{1}{3}AQ \\ QL = -\frac{1}{4}AQ \end{array}\right.$$

№7

Если $a-b \vdots 35$, то $a \equiv b \pmod{35}$, но в каждом из промежутков, чисел ~~сравнимых~~ сравнимых по модулю 35 ~~два~~ нет. Однако если взять 1-е число из 1-го промежутка и 1-е из 2-го, то их разность будет делиться на 35.

Итак, минимальное значение достигается, если:

1-й промежуток:

$a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 3$, $a_4 = 4$, $a_5 = 5$, $S_1 = \frac{1+5}{2} \cdot 5 = 15$

2-й промежуток:

$a_6 = 41$, $a_7 = 42$, $a_8 = 43$, $a_9 = 44$, $a_{10} = 45$

т.е. разность ~~1 число~~ 1 числа след. промеж. и последнего числа пред. промежутка $\not\vdots 35$.

$S_2 = \frac{41+45}{2} \cdot 5 = 43 \cdot 5 = 215$

3-й промежуток:

$a_{11} = 81$, $a_{12} = 82$, $a_{13} = 83$, $a_{14} = 84$, $a_{15} = 85$

$S_3 = \frac{81+85}{2} \cdot 5 = 83 \cdot 5 = 415$

Аналогично:

$a_{16} \ldots a_{20}$: $[121 \ldots 125]$

$S_4 = 123 \cdot 5 = 615$ и

$a_{21} \ldots a_{25}$: $[161 \ldots 165]$

$S_5 = 163 \cdot 5 = 815$

$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 15 + 200 + 15 + 400 + 15 + 600 + 15 + 800 + 15 =$

$= 2000 + 75 = 2075$

Ответ: $S_{min} = 2075$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$QL = \frac{1}{3}AQ$

$\frac{4}{3}AQ = AL$

$\frac{AQ}{AL} = \frac{3}{4}$

$H: QH \perp AC$, $N: LN \perp AC$, тогда $QH \parallel LN$, а значит $\triangle AQH \sim \triangle ALN$,

$\frac{QH}{LN} = \frac{AQ}{AL}$, $\frac{\rho(Q;AC)}{\rho(L;AC)} = \frac{3}{4}$

$\rho(L;AC) = \frac{4}{3}\rho(Q;AC) = \frac{4}{\cancel{3}} \cdot \cancel{9}^{3} = 12$

Ответ: $\rho(L;AC) = 12$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$$\frac{\cos(9x-5x)-\cos(9x+5x)}{2}$$

$$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$$

$$g(x) = \frac{\cos 4x - \cos 14x}{2} - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$$

$$1 - 2\sin^2 7x = \cos 14x$$

$$g(x) = \frac{\cos 4x - \cos 14x}{2} + \frac{\cos 14x}{2} - \frac{1}{2} - \cos^2 x - 3$$

$$-2\sin^2 7x = \cos 14x - 1$$

$$-\sin^2 7x = \frac{\cos 14x}{2} - \frac{1}{2}$$

$$g(x) = \frac{\cos 4x}{2} - \cos^2 x - \frac{7}{2}$$

$$\cos 4x = \cancel{1 - 2\cos^2 2x}\ 2\cos^2 2x - 1$$

$$g(x) = \frac{2\cos^2 2x - 1}{2} - \cos^2 x - \frac{7}{2}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 25 \\ +48 \\ \hline 73 \end{array}$$

$$g(x) = \cos^2 2x - \cos^2 x - 4$$

$$g(x) = (2\cos^2 x - 1)^2 - \cos^2 x - 4$$

$$g(x) = 4\cos^4 x + 1 - 4\cos^2 x - \cos^2 x - 4$$

$$g(x) = 4\cos^4 x - 5\cos^2 x - 3$$

$$\cos^2 x = t, \quad t \in [0; 1]$$

$$g(x) = 4t^2 - 5t - 3$$

$t_0 = \frac{5}{8}$ – вершина параболы

$$g(0) = 4 \cdot 0 - 5 \cdot 0 - 3 = -3$$

$$g\left(\frac{5}{8}\right) = 4 \cdot \frac{25}{64} - 5 \cdot \frac{5}{8} - 3 = -\frac{25}{16} - 3 = \frac{-25-48}{16} = \frac{-73}{16}$$

$$g(1) = 4 - 5 - 3 = -4$$

Получаем, что $g\left(\frac{5}{8}\right) = -\frac{73}{16}$ – наим. знач., $g(0) = -3$ – наиб. знач.

Ответ: $g_{min} = -\frac{73}{16}$, $g_{max} = -3$

№3.

число начинается либо с 5, либо с 9. Если число начинается с 9, то:

6 цифр подряд – это цифра 5, остальные 12 цифр – это либо 0, либо 9

$9\ \underbrace{5\ldots\ldots5\ \overbrace{\ldots\ldots\ldots 0}^{11}}_{17 \text{ позиций}}$ – и обязательно должен быть хотя бы один «0», тогда остается 10 позиций

в этом положении: 10 позиций · 2·10 = 200 чисел

Это звено из шести подряд идущих цифр «5» можно сдвигать слева направо, пока оно не окажется в конце. ~~17·2·10=34~~ 11

Если это звено идёт сразу после цифры 9, с которой начинается число, то у нас есть ~~11×2~~ = 22 ~~вариа~~ возможных числа (т.к. можно выбрать 0 или 9)

Если это звено сдвигать слева направо, то его можно сдвинуть на 11 позиций:

$|9\ \underset{1}{\_}\ \underbrace{\overset{2}{5}\ldots\ldots5}_{6}\ \underbrace{\ldots\ldots\ldots \overset{13}{0}}_{}|$ и т.д.

2 × 10 × 10

$\boxed{10\times200 = 2000 \text{ чисел}}$

В этом положении – 22 возможных числа

Аналогично двигая ещё на одну позицию, получим между 9 и первой пятеркой из звена 2 позиции: 22 варианта, также если 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 или 11 позиций между первой 9 и первой 5 из звена.

Поэтому всего 11 × 11 × 2 = 242 числа

$2640 \times 2 = 5280$

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18

$132 \times 2 = 2640$

17 − 1 = 16

Если начинается с 5:

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

$\underbrace{5\ldots\ldots5}_{6}\ \underbrace{9\ldots\ldots\ldots 0}_{12}$

$12 \times 220 = 24\ldots + 24\ldots = 2640$

~~10·2~~

~~10·9·10·2~~

12 · 11 · 10 · 2 =

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 18

2000+2640=4640 чисел

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-010

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y=x^2$

$y=169 \Rightarrow x=13$

$y=64 \Rightarrow x=8$

$y=a \Rightarrow x=\sqrt{a}$

$a>0$

отрезки: $\begin{cases} x_1=26 \\ x_2=16 \\ x_3=2\sqrt{a} \end{cases}$

3 случая:

~~По т. косинусо~~ 1) 120° - угол между сторонами $2\sqrt{a}$ и 16;

2) 120° - угол между сторонами $2\sqrt{a}$ и 26;

3) 120° - угол между сторонами 16 и 26.

При этом должно выполняться нер-во треугольника.

1) По т. косинусов:

$$169 = a+64-2\cdot\sqrt{a}\cdot 8\cdot\cos 120^\circ$$

$$169 = a+64+8\sqrt{a}, \quad t=\sqrt{a}$$

$$\begin{cases} t\geq 0 \\ 169=t^2+64+8t \ (\sim) \end{cases}$$

$(\sim)$ $t^2-105+8t=0$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} t=-15 \\ t=7 \end{array}\right. \\ t\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{a}=7, \ a=49, \text{ но}$$

$49+64<169 \Rightarrow$ нер-во треугольника не выполняется, $a=49$ не подходит

$QL=\frac{1}{3}AQ$

$QL+AQ=AL$

$\frac{4}{3}AQ=AL$

$\frac{AQ}{AL}=\frac{3}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

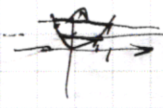
Страница №__ (Нумеровать только чистовики) г) По т. косинусов:

$64 = a + 169 - 2\cdot\sqrt{a}\cdot 13\cdot\cos 120°$

$64 = a + 169 + 13\sqrt{a}$

$a + 13\sqrt{a} = -105$

Т.к. ~~а – стор~~ $a \geq 0$ – по усл., то этот вариант не подходит



з) по т. косинусов

$a = 64 + 169 - 2\cdot 8\cdot 13\cdot\cos 120$

$a = 64 + 169 + 8\cdot 13$

$a = 64 + 169 + 104$

26×26: 156, 52, 676

$13 \times 8 = 104$

$169 + 64 = 233$

$233 + 104 = 337$

1) $676 = 4a + 256 - 2\cdot 2\sqrt{a}\cdot 16\cdot\cos 120°$

$676 = 4a + 256 + 32\sqrt{a}$

$4a + 32\sqrt{a} - 420 = 0 \mid :4$

$a + 8\sqrt{a} - 105 = 0$

$a = 49 \Rightarrow$

$x_3 = 14$

$x_2 = 16$ – подходит.

$x_1 = 26$

$676 - 256 = 420$

$256 = 16^2$

$17^2 = 289$

$18^2 = 324$

$674 \times 2 = 1348$

$337 > 18^2 \Rightarrow$

$19 > \sqrt{a} > 18$

$a = 337$ $\quad 38 > 2\sqrt{a} > 36$

нер-во Δ выполняется

$1348 : 4 = 337$: -12, 14, -12, 28

2) $256 = 4a + 676 - 2\cdot 2\sqrt{a}\cdot 26\cdot\cos 120°$

$256 = 4a + 676 + 52\sqrt{a} \Rightarrow$

$a + 13\sqrt{a} + 105 = 0$

$D < 0 \Rightarrow$ решений нет.

$4a + 52\sqrt{a} < 0$; но $a \geq 0$, т.к. $2\sqrt{a}$ – сторона треугольника.

3) $4a = 256 + 676 - 2\cdot 16\cdot 26\cdot\cos 120°$

$4a = 256 + 676 + 16\cdot 26$

$4a = 256 + 676 + 416$

$a = 337$

16×26: 96, 32, 416

$416 + 256 = 672$

$672 + 676 = 1348$

Ответ: $\boxed{a = 49,\ a = 337}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)