МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2 ШИФР 15-004

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x + 5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-004

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1 Найдём длины отрезков. Т.к. $y=x^2$ пересекается с $y=169$ и $y=64$ в $x=13$ и $x=8$ соответственно. То длины будут равны значениям их x от нуля. Обозначим длину 13 за AB, 8 за BC, a за AC.

Тогда, чтобы получить треугольник с углом 120°, достаточно

1. $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\alpha$ $\qquad \alpha=120^\circ \to \cos 120^\circ=-\frac{1}{2}$
2. $AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cos\alpha$
3. $BC^2=AC^2+AB^2-2AC\cdot AB\cos\alpha$

Подставим значения и найдём a.

1. $a^2=169+64-2\cdot 8\cdot 13\left(-\frac{1}{2}\right)$ $\qquad$ 1. $a^2=233+104=336$
2. $169=a^2+64-2\cdot a\cdot 8\left(-\frac{1}{2}\right)$ $\Longrightarrow$ 2. $105=a^2+8a$
3. $64=169+a^2-2\cdot a\cdot 13\left(-\frac{1}{2}\right)$ $\qquad$ 3. $-105=a^2+13a$

1. $a=\pm 4\sqrt{21}$
2. $a=-7$; $a=-15$ (перенесли 105 вправо, решили квадратное уравнение с $D=484$)
3. нет решений (аналогично, но $D<0$ выходит)

Ответ: $a_1=4\sqrt{21}$; $a_2=-4\sqrt{21}$; $a_3=-7$; $a_4=-15$

N2 $g(x)=\sin 5x\cdot\sin 9x-\sin^2 7x-\cos^2 x-3$. Упростим выражение

$g(x)=\sin(3x+2x)\sin(3x+3x+3x)-\sin^2(5x+2x)+\sin^2 x-4=$

$=(\sin 3x\cos 2x+\sin 2x\cos 3x)(\sin 3x\cos 6x+\sin 6x\cos 3x)-\sin^2(5x+2x)+$

$+\sin^2 x-4=(-12\sin^3 x-64\sin^6 x)($

$g(x)=\sin(4x+x)\cdot\sin(8x+x)-\sin^2(6x+x)+\sin^2 x-4=$

$=$

N2 $g(x)=\sin 5x\cdot\sin 9x-\cos^2 x-3 \Rightarrow g'(x)=\sin 2x$

1. $g'(x)=0$ при $x=\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in\mathbb{Z}$. $g(x)$ при данных x равна

N3 Всего цифр , одна повторяется 6 раз. Поступим так.

На первые 6 позиций поставим все "5", а остальные 12 можно забить двумя цифрами. Тогда всего $1^6\cdot 2^{12}=2^{12}=$ <u>4096 способов</u>

N5 $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5)\geq 1$. Запишем ОДЗ.

1. $\begin{cases}\sqrt{x+3}-x>0\\ \sqrt{x+3}-x\neq 1\\ \sqrt{x+3}\geq 0\\ x+5>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x+3}>x\\ \sqrt{x+3}\neq x+1\\ x\geq -3\\ x>-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x+3}>x\\ x\neq -2;\, x\neq 1\\ x\geq -3\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}x\in\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2};\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)\\ x\neq -2;\, x\neq 1\\ x\geq -3\end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2};1\right)\cup\left(1;\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

2. Решим неравенство на ОДЗ

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5)\geq 1$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5)-1\geq 0$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5)-\log_{\sqrt{x+3}-x}\sqrt{x+3}-x\geq 0$. На ОДЗ это

равносильно $(\sqrt{x+3}-x-1)(x+5-\sqrt{x+3}+x)\geq 0$

$(\sqrt{x+3}-x-1)(2x-\sqrt{x+3}+5)\geq 0$. Найдём нули этих двух скобок, выставим их на числовой прямой и решим методом интервалов.

$\sqrt{x+3}-x-1=0$ при

$x=-2;\ x=1$

(с учётом ОДЗ - выколоты)

$2x-\sqrt{x+3}+5=0$

$\sqrt{x+3}=2x+5$

$x+3=4x^2+20x+25$

$4x^2+19x+22=0 \quad D=361-352=9=3^2$

$x_1=\frac{-19+3}{8}=-2$

$x_2=-\frac{19-3}{2}=-11$

Проверка

1. $-4-\sqrt{-2+3}+5=$
$=-4-\sqrt{1}+5=-4-1+5=0$

2. $-4-\sqrt{-11+3}+5$ не подходит

☐ черновик ☒ чистовик Страница №2

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

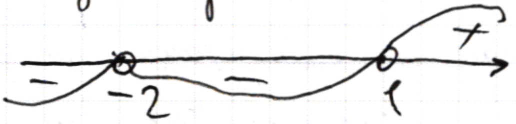
15-004

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рисуем нули многочленов.



−2 повторяется дважды, значит там знак не изменится.
1 выкалываем с учётом ОДЗ.

Подходит $x \in (1; +\infty)$

3. Совмещаем с ОДЗ и получаем ответ.

Ответ: $x \in \left(1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

N2 $g(x)=\sin 5x \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$. Найдём $g'(x)$

1. $g'(x)=(\sin 5x)'\sin 9x + \sin 5x(\sin 9x)' - ((\sin 7x)'\sin 7x + \sin 7x(\sin 7x)') -$
$-((\cos x)'\cos x + \cos x(\cos x)') - (3)' = \sin 9x \cos 5x + \sin 5x \cdot \sin 9x -$
$-(\sin 7x \cos 7x + \sin 7x \cos 7x) - (-\sin x \cos x - \sin x \cos x) - 0 =$
$= \sin(5x+9x) - (2\sin 7x \cos 7x) - (-2\sin x \cos x) = \cancel{\sin 14x} - \cancel{\sin 14x}$
$-(-\sin 2x) = \sin 2x$

2. $g'(x)=0$ при $\sin 2x = 0 \to 2x = 2\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \to x = \pi + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

3. Тогда сама $g(x)$ будет равна $g(x) = 0 \cdot 0 - 0 - 1 - 3 = -4$

4. Допустим все sin и cos = 0 в $g(x)$. Тогда минимальное значение $g(x) = -3$ ($\sin a$ и $\cos a \in [0; 1]$). a — либо $5x$, либо $9x$, либо $7x$, либо x

5. Допустим все $\sin a$ и $\cos a = 1$ в $g(x)$ равны 1.

Тогда $g(x) = 1 \cdot 1 - 1 - 1 - 3 = \cancel{1} - \cancel{1} - 1 - 3 = -4$. Соответственно, совмещая с пунктами 1, 2, 3 получаем, что это максимальное значение $g(x)$ (про $\sin a$ и $\cos a$ — аналогично 4, но взяли максимальные их значения)

Ответ: ~~минимальное~~ наименьшее значение $g(x) = -3$

наибольшее $= -4$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№7 Итак, у нас пять интервалов [1; 35], [36; 70], [71; 105], [106; 140], [141; 175]. Нам известно, что было выбрано 5 целых чисел в каждом. И разница любых двух не делится на 35. Поступим следующим образом. Разницу, не делящуюся на 35 внутри одного интервала можно обеспечить тем, что эти числа будут идти друг за другом. Тогда из последующих интервалов будем выбирать такие, что они не являются числами вида 35k + (число из предыдущего интервала). Возьмём числа 1, 2, 3, 4, 5. Тогда в следующем мы исключаем 36, 37, 38, 39, 40. Возьмём 41, 42, 43, 44, 45. Тогда в следующем мы исключаем 76, 77, 78, 79, 80 и 105, 104, 103, 102, 101 и ~~Возьмём 76, 77, 78, 79, 80~~ 71, 72, 73, 74, 75. Возьмём 81, 82, 83, 84, 85. Тогда в следующем исключаем 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120. Возьмём 121, 122, 123, 124, 125. Тогда в следующем исключаем 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160. Возьмём 161, 162, 163, 164, 165. Тогда сумма этих чисел равна 1260. Это будет минимальная сумма, т.к. начиная с более больших чисел, мы будем исключать более маленькие числа из других интервалов и прибавлять числа намного крупнее, то есть сумма выйдет больше. Тогда ответ: 1260

$\sin 3x\cos 2x + \sin 2x\cos 3x =$

$\sin 4x\cos x + \cos 4x \sin x = 4\sin^2 x\cos^2 x\cos x + \cancel{\cos 2\cos^2}$

$1.\ 4\sin^2 x\cos^2 x + 4\cos^2 x\sin x - 3\sin x$

$+(2(2\cos^2 x - 1) - 1)\sin x$

$4\cos^2 x - 2 - 1$

$4\cos^2 x - 3$

$\sin 8x\cos x + \cancel{\cos x}\, si$ $\quad \sin 4x\cos 4x$

$\sin 8x\cos x + \cos 8x\sin x =$ $\quad \sin 2x = 0$

$= 16$ $\quad 2x = 2\pi + 2\pi k$

$\cancel{-3x}$ $\ (\cos 5x\cdot\cos 9x - \sin 7x\cdot\sin 7x - \cos x\cdot\cos x - 3)'$

$\cancel{\cos 5x\cdot\cos 9x} - \cos 7x$

$\cancel{(\cos 5x}$

$(\sin 5x\sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3)' =$

$= (\sin 5x)'\sin 9x + \sin 5x(\sin 9x)' -$

$\cancel{\sin 14}\ \ \sin 14x - \sin 14x -$

$\cancel{\sin}$

$\cos x\sin x$

$\sin x\cdot\sin x =$

$= (\sin x)'\sin x + (\sin x)(\sin)$

$\cancel{2\sin x\cos x}$

$\sin 2x$

$(\cos x)'\cos x + (\cos x)(\cos x)'$

$-2\sin x\cos x$

$41 + 42 + 43 + 44 + 45$

$40+1 + 40+2 + 40+3 + 40+4 + 40+5$

200 $\quad 40$

$1+2+3+4+5$

15

+215

+415

615

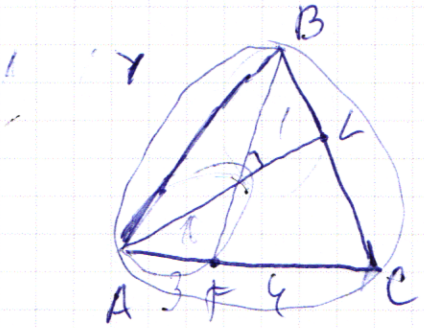
~~100~~

1030

1260

230 $\quad \dfrac{\sin\angle ACB}{\sin\angle BQL}$ $\quad 60$

10 11 12 13 14



$\dfrac{BQ\cdot QL\sin\angle BQL}{AC\cdot BC\cdot\sin\angle ACB} = \dfrac{1}{16}$

$16\,BQ\,QL\sin\angle BQL = AC\cdot BC\cdot\sin\angle ACB$

$\dfrac{\sin\angle BQL}{\sin\angle ABC} = \dfrac{AC\cdot BC}{16\,BQ\cdot QL} = \dfrac{(AF+FC)(BL+LC)}{16\,BQ\,QL} =$

$= \dfrac{AF\cdot BL + AF\,LC + BL\,FC + FC\,LC}{16(BQ\,QL + QL^2)}$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

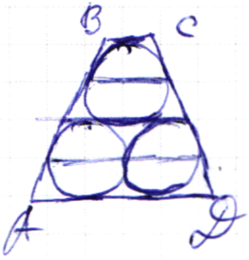
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-004

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{AD+BC}{2}-\frac{AB+CD}{2}=5$$

$$3R-\frac{AD+CD}{2}=5$$

$\cancel{\sin 3x}$

$-4\sin^3 x(2\cos^2 x-1)$

$=-8\sin^3 x\cos^2 x+4\sin^3 x$

$BC^2=2R$?

$BC=R\sqrt{2}$

$$\frac{AD+BC-(AB+CD)}{2}=10$$

$$-3R+\frac{AD+BC}{2}=10$$

$2\sin x\cos x$

$-3R+BC=10$

$\cos 3x=\sqrt{}$

$AO\cdot BO=AO^2$

$-3R+\frac{R\sqrt{2}}{2}=10$

$AB^2=AK_1\cdot AO\cdot BK_1\cdot BO$

$AB^2=(AO-R)AO\cdot(BO-R)BO$

$-6R+R\sqrt{2}=10$

$R(\sqrt{2}-6)=10$

$AB^2=(AO^2-AO\cdot R)\cdot(BO^2-BO\cdot R)$

$R=\frac{10}{6-\sqrt{2}}$

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$\cancel{5}\ (\sin 3x\cos 2x+\sin 2x\cos 3x)(\sin 3x\cos 6x+\sin 6x\cos 3x)$

$2\sin x\cos^2 x-2\sin x\cos^2 x-\sin 3x(2\cos^2 3x-1)+2\sin 3x\cos^2 3x$

$\sin 2x\cos x+\sin x\cos 2x$

$2\sin x\cos^2 x+2\sin x\cos^2 x-\sin x$ $4\sin 2x\cos x-4\sin x\cos 2x$ $2\sin 3x\cos^2 3x-\sin 3x+$

$+2\sin 3x\cos^2 3x$

$6\sin x\cos^2 x-3\sin x$

$\sin x\, 2\cos^2 x-1$

$4\sin 3x\cos^2 3x-\sin 3x$

$4\sin x(\cos^2 x-1)$

$\sin 2x+x$

$\sin 3x(4\cos^2 3x-1)$

$-4\sin^3 x$

$\cancel{6\sin x\cos^2 x}-\cancel{6\sin x\cos^2 x}+3\sin x$

$\sin 3x(4(1-\sin^2 3x)-1$

$-12\sin^3 x+16\sin$

$3\sin x$

$\sin 3x(4-4\sin^2 3x-1)$

$\sin 3x(3-4\sin^2 3x)$

$3\sin 3x-4\sin^2 3x$

$\sin^3 x(2\cos^2 x-1)$

$6\quad -12\sin^3 x+64\sin^6 x$

$3\sin 2x\cos x+3\sin x\cos 2x$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-004

ШИФР

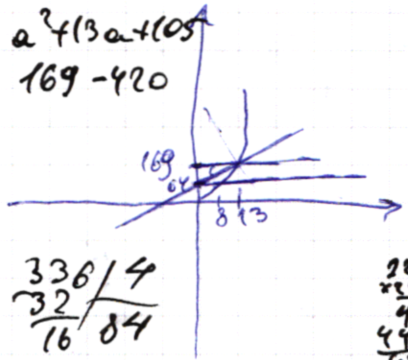
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = x^2$

$a^2+13a+105$

$169-420$



$a^2+8a-105=0$

$64+420=484=22^2$

$1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$

№3

$2^{22} =$

$\frac{-8+22}{2}=-7$

$\frac{-8-22}{2}=-15$

$x \neq 1 \quad x \neq -2$

233   208

$232+104 = 336$

$84\cdot4$

$336/4 = 84$

$22\cdot22 = 484$

$22\cdot8 = 176$

N5

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$ $x > -5$ $\sqrt{x+3}-x \neq 1$ $\sqrt{x+3}=x+1$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - 1 \geq 0$ $x \geq -3$ $\sqrt{x+3}-x>0$

$x+3=x^2+2x+1$

$x^2+x-2=0$

$1+8=3^2$

$x_1=\frac{-1+3}{2}=1$

$x_2=-2$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x) \geq 0$

$\sqrt{x+3} > x$

$x+3 > x^2$

$x^2-x-3>0$

$1+12$

$21\cdot16$

$4\sqrt{21}$

$(\sqrt{x+3}-x-1)(x+5-\sqrt{x+3}+x) \geq 0$

$(\sqrt{x+3}-x-1)(2x-\sqrt{x+3}+5) \geq 0$

$13\cdot8=104$

169

$2x\sqrt{x+3}-x+3+5\sqrt{x+3}-2x^2+x\sqrt{x+3}$

$2x-\sqrt{x+3}+5=0$

$\sqrt{x+3}-x-1=0$

$-\sqrt{x+3}=-2x-5$

$\sqrt{x+3}=x+1$

$\sqrt{x+3}=2x+5$

$x+3=4x^2+20x+25$

$4x^2+19x-22=0$

$19\cdot19=361$

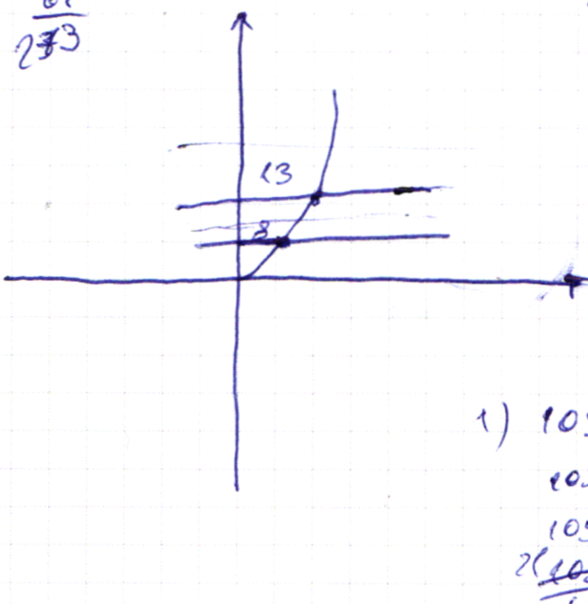
$361+35$

$441+352$

$361+352=713$

$88\cdot4=352$

$169+64=233$



180-120

$\cos120 = -\cos60 = -\frac{1}{2}$

$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cos\alpha$

$\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

$13^2 = 169 = 64+a-2\cdot64a\cos\alpha$

$64=169+a-2\cdot169a\cos\alpha$

1) $105=a-128a\cos\alpha$

$105=a+64a$

$105=a(1+64)$

$\frac{105}{65}=a$ $\frac{21}{13}$

$a=169+64-2\cdot169\cdot64\cos\alpha$

2) $-105=2\cdot169\cdot a\cdot\frac{1}{2}+a$

-105

☒ черновик   ☐ чистовик   Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле)   (Нумеровать только чистовики)

$1-\sin$

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - 1 + \sin^2 x - 3$

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x + \sin^2 x - 4$

$\sin(3x+2x) =$

$= (\sin 3x \cos 2x + \sin 2x \cdot \cos 3x)$

$(2\sin 3x \cos 3x)$

$1 - \sin^2 3x$

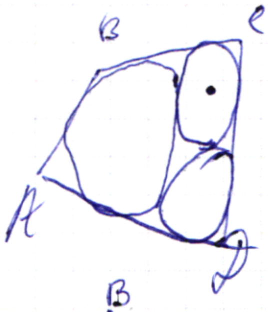
$2\sin^2 3x \cos 3x \cdot \cos 2x + 2\sin 3x \sin 2x \cdot \cos^2 3x$

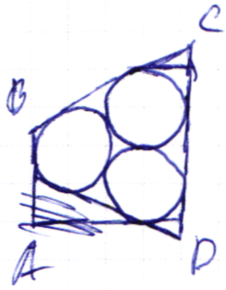
$2\sin^2 3x \cos 3x \cdot \cos 2x + 2\sin 3x \sin 2x - 2\sin 3x \sin 2x \sin^2 3x$

$2\sin^2 3x(\cos 3x \cdot \cos 2x - \sin 2x \sin 3x) + 2\sin 3x \sin 2x$

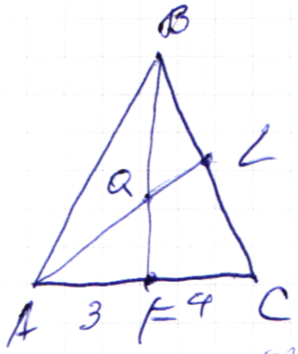
$\cos(2\cos^2 x - 1)$

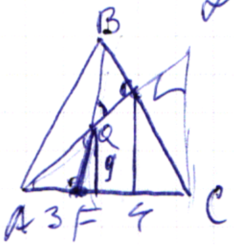
$\cos(2x + x) =$





$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 343 \end{array}$





$\dfrac{S_{BQL}}{S_{ABC}} = \dfrac{1}{16}$

$\cancel{ABB}$

$70 - 35$

$\begin{array}{r} 36 \\ -1 \\ \hline 35 \end{array}$

$\dfrac{36}{1}$

$a = b - c$

35!

S_{AQ} $\dfrac{S_{AQF}}{S_{ABC}} = \dfrac{1}{16}$

$\dfrac{AF \cdot FQ \cdot \sin\angle AFQ}{AC \cdot BC \cdot \sin\angle ACB} = \dfrac{AF\,FQ\,\sin\angle AFQ}{AF}$

$7 - 5 = 2$

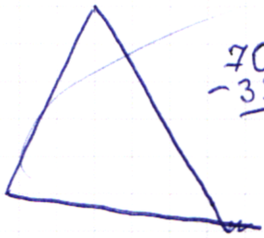
$\dfrac{7 \cdot 5}{35}$

$a = b - c$

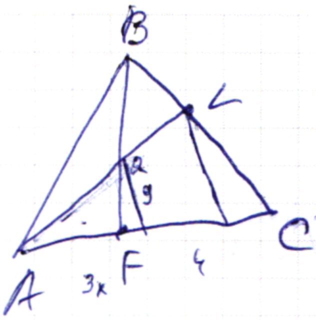
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)



$$\begin{array}{r}70\\-35\end{array}$$



$$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}}=\frac{1}{16}$$

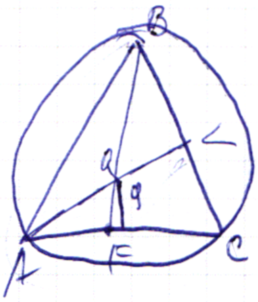
$$(\sqrt{x+3}-x-1)=0$$

$$\sqrt{x+3}=x+1$$

$$x+3=x^2+2x+1$$

$$\begin{array}{r}11\\-6\\\hline 5\end{array}\quad\begin{array}{r}10\\-6\\\hline 4\end{array}\quad\begin{array}{r}10\\-7\\\hline 3\end{array}\qquad\sqrt{9x^2+9}$$

α $[1;35]$, $[36;70]$, $[71;105]$, $[106;140]$, $[1$

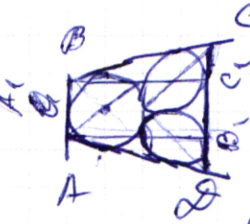


$$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}}=\frac{1}{16}$$

$AB=2R\sqrt{2}$

$CD=4R\sqrt{2}$

$AD+BC-(AB+CD)=10$



$\cancel{AB=R}$

$AB^2=R\cdot 2R$

$AB=R\sqrt{2}$

$B_1D=R\sqrt{2}$

$AA_1=R\sqrt{2}$ $AB=2R\sqrt{2}$

$A_1B=R\sqrt{2}$

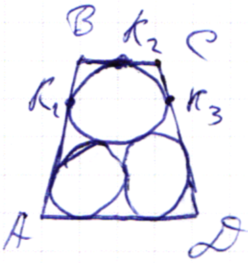
$CC_1=R\sqrt{2}$

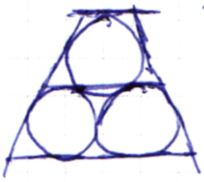
$\cancel{b-c=5k}$

$\alpha=35k$

$AD+BC-2CD=10$

$b-c=35k$





$a=\underline{b-c}$

$b-c=5k$

$b-c=7k$

$b-c=5k$

$b-c=7k$

$b-c=35$

$b-c=70$

$b-c=105$

$b-c=140$

$b-c=175$

$b-c:5$

$b-c:7$

$$\begin{array}{r}3\\88\\\times\ 4\\\hline 352\end{array}$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

36; 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70

1 2 3 4 5 ~~36 37 38 39 40~~ 41 42 43 44 45 71 72 73 74 75 ~~106 107 108 109 110~~ 111 112 113 114 115

23456 36 ~~37 38 39 40 41~~ 42 43 44 45

678910 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41

$$2x\sqrt{x+3}-(x+3)+5\sqrt{x+3}-2x^2+x\sqrt{x+3}-5x-2x+\sqrt{x+3}-5$$

$$-2x^2+3(x\sqrt{x+3}+2\sqrt{x+3})-8x-8\geq 0$$

$$-2x^2+3\sqrt{x+3}(x+2)-8(x+1)\geq 0$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-004

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x + \sin^2 x - 4$

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin(5x+4x) - \sin^2(5x+2x) + \sin^2 x - 4$

$\sin 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x$

$(\sin 5x \cos 2x + \sin 2x \cos 5x)^2 = \sin^2 5x \cos^2 2x + 2\sin 5x \cos$

$g(x) = \sin^2 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x \sin 5x - \sin^2 5x \cos^2 2x - 2\sin 5x \cos 5x \sin 2x \cos 2x$

$-\sin^2 2x \cos^2 5x + \sin^2 x - 4$

$\sin^2 5x(2\cos^2 2x - 1) = 2\sin^2 5x \cos^2 2x - \sin^2 5x$

$\sqrt{x+3} \neq x+1$

$x+3 \neq x^2+2x+1$

$x^2+x-2=0$

$1+8=3^2$

$x_1 = \frac{-1-3}{2} = -2 \quad x_2 = \frac{-1+3}{2} = 1$

$g(x) = 2\sin^2 5x \cos^2 2x - \sin^2 5x + \cancel{2\sin 2x \cos 2x \sin 5x \cos 5x} - \sin^2 5x \cos^2 2x - \cancel{2\sin 5x \cos 5x}$

$\cancel{\sin 2x \cos 2x} - \sin^2 2x \cos^2 5x + \sin^2 x - 4$

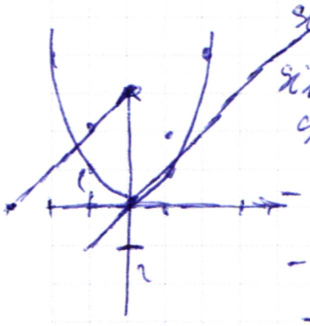
$g(x) = \sin^2 5x \cos^2 2x - \sin^2 2x \cos^2 5x - \sin^2 5x + \sin^2 x - 4$

$\sin^2 5x \cos^2 2x - \sin^2 2x(1-\sin^2 5x)$

$\sin^2 5x \cos^2 2x - \sin^2 2x + \sin^2 2x \sin^2 5x - \sin^2 5x + \sin^2 x - 4$

$\sin^2 5x(1-\sin^2 2x) - \sin^2 2x + \sin^2 2x \sin^2 5x - \sin^2 5x + \sin^2 x - 4$

$\cancel{\sin^2 5x} - \cancel{\sin^2 5x \sin^2 2x} - \sin^2 2x + \cancel{\sin^2 2x \sin^2 5x} - \cancel{\sin^2 5x} + \sin^2 x - 4$



$-\sin^2 2x + \sin^2 x - 4$

$x+3 > x^2$

$-4\sin^2 x \cos^2 x + \sin^2 x - 4$

$x^2 - x - 3 < 0$

$~~1+9=10~~$

$1+12=13$

$\frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$\frac{1-\sqrt{13}}{2} \quad \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$-4\sin^2 x(1-\sin^2 x) + \sin^2 x - 4$

$\sin^2 x = 1$

-3

$-4\sin^2 x + 4\sin^4 x + \sin^2 x - 4$

$\frac{1+\sqrt{13}}{2} + 3$

$g(x) = 4\sin^4 x - 3\sin^2 x - 4 \quad t \in [0;1]$

$4-3-4=-3$

$\varphi(t) = 4t^2 - 3t - 4$

$\varphi'(t) = 8t - 3$

$\sqrt{\frac{7+\sqrt{13}}{2}}$

$\frac{1-4}{2} = -1{,}5 - 4 \quad -3$

$\left(\frac{3}{8}\right)^4 = \frac{81}{4096}$

$8t-3=0$

$4 \cdot \frac{81}{4096} - 3 \cdot \frac{27}{64} - 4$

1024

$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2 = \frac{1+2\sqrt{13}+13}{2} = \frac{7+\sqrt{13}}{2}$

$8t = 3$

$t = \frac{3}{8}$

$3745 \,|\, 1024$

$-3072 \quad 3{,}657$

6730

-6144

5860

432

-81

351

$\frac{351}{1024}$

4096

-351

3745

$-\frac{4345}{1024}$

$\frac{3745}{1024}$

64

4

27

$\cdot 6$

162

27

132

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)