МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 15-051

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры “0”, “7” и “8” (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр “8” ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x + 4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-051

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда сумма этих чисел получится $\frac{1+1+46\cdot 4}{2}\cdot 5+$

$+\frac{1+1+47\cdot 4}{2}\cdot 5+\ldots+\frac{1+1+51\cdot 4}{2}\cdot 5=2865$

Ответ: 2865

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

МФТИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-051
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пусть $BC \cap AD = O_1$, тогда в чет-ке O_1UOF $\angle O_1UO + \angle O_1FO = 90° + 90° = 180°$, то $\angle UO_1F + \angle UOF = 180°$

Т.к. $SU \parallel CD$ и $SO \parallel O_1C$ и $OU \parallel O_1D$ (по док.), то $\angle CO_1D = \angle SOU = 60°$, т.к. $\triangle SOU$ — равнобед., тогда $\angle UOF = 120°$

$\angle AOF = 180° - \angle SOU - \angle FOU = 180° - 60° - 90° = 30°$

Аналогично $\angle UOB = 30°$, тогда $\angle AOB = \angle UOF - \angle UOB - \angle AOF = 60°$

~~Тогда $\angle AOB = \angle SOU$ — вдт.~~

$AO = BO = \frac{R}{\cos 30°}$, тогда ~~$AO =$~~ ~~$AO = BO$~~ $\triangle AOB$ — равносторонний, то $AO = \sqrt{58} = BO = AB$

Ответ: $R = 6$
$\angle AOB = 60°$
$AB = \sqrt{58}$

№5.

$\log_{\sqrt{x+7} - x}(x+4) \geq 1$

ОДЗ:
1) $x+4 > 0$
$x > -4$
2) $\sqrt{x+7} - x > 0$
$\sqrt{x+7} > x$
$\begin{cases} x > -7 \\ x \leq 0 \end{cases}$

$\log_{\sqrt{x+7} - x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7} - x}(\sqrt{x+7} - x)$

$(\sqrt{x+7} - x - 1)(x + 4 - \sqrt{x+7} + x) \geq 0$

$(\sqrt{x+7} - x - 1)(2x + 4 - \sqrt{x+7}) \geq 0$

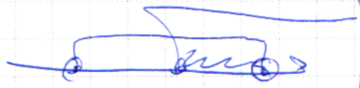
1) $\sqrt{x+7} = x + 1$
$x > -1$

$\begin{cases} \cancel{x+7} \; x > 0 \\ x+7 > x^2 \end{cases}$

$x^2 - x - 7 < 0$

$x_1 = \frac{1-\sqrt{29}}{2}$ $\quad D = 1 + 28 = 29$

$x_2 = \frac{1+\sqrt{29}}{2}$



$x \in \left(-4; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$\sqrt{x+7} - x \neq 1$

$\sqrt{x+7} \neq x+1$

$x > -1$

$x+7 \neq x^2+2x+1$

$x^2+x-6 \neq 0$

$x \neq 2$

$x \neq -3 < -1$

$x+7 = x^2+2x+1$

$x^2+x-6=0$

по обр. т. Виета

$x_1 = 2$

$x_2 = -3$ — не подх., т.к. $x > -1$

2) $2x+4 - \sqrt{x+7} = 0$

$2x+4 = \sqrt{x+7}$

$\begin{cases} 2x+4 \geq 0 \\ (2x+4)^2 = x+7 \end{cases}$

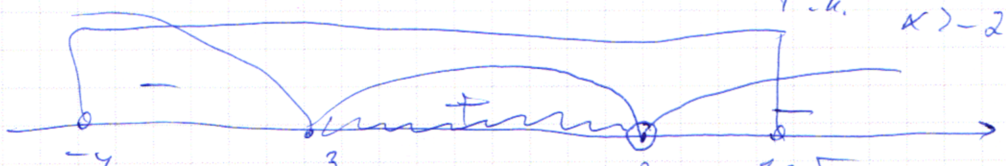
$\begin{cases} x \geq -2 \\ 4x^2+16x+16 = x+7 \quad (*) \end{cases}$

(*) $4x^2+15x+9=0$

$D = 225 - 144 = 81$

$x = \frac{-15+9}{8} = -\frac{3}{4}$

$x = \frac{-15-9}{8} = -3$ — не подх. т.к. $x \geq -2$



$x \in \left[-\frac{3}{4}; 2\right)$

Ответ: $x \in \left[-\frac{3}{4}; 2\right)$

№7.

Для того чтобы разность шлаков двух чисел не была кратна 45, нужно в арифметических по 5 членов в каждой из этих промежутков с разностями 46, 47, 48, ..., 51.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\varphi(1) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = 5 = \max g(x)$

Ответ: $\min g(x) = \frac{55}{16}$

$\max g(x) = 5$

№3.

т.к. кол-во цифр „8" фиксированно, и их расположение относительно друг друга также фиксированно (они идут подряд), то для решения задачи необходимо посчитать кол-во вариантов размещения 0 и 7 в оставшихся позициях числа.

Для случая, когда первыми семью цифрами числа ~~8~~ являются цифры „8" кол-во вариантов равно $2^{10}-2$, т.к. в каждую из оставшихся позиций можно поставить либо 0, либо 7, однако нужно вычесть 2 варианта, когда мы ставим только 0 или только 7. Во всех остальных случаях расположения семи восьмёрок внутри числа количество вариантов будет одинаковым: 2^9-1, т.к. 7 позиций заданы однозначно, а также однозначно задана 1-я позиция числа (там может быть только цифра „7"). Поэтому в оставшиеся позиции можно вписать любую цифру, кроме того случая, когда все 10 позиций заняты цифрой „7". Тогда всего получим $1022 + 10 \cdot 511 = 6132$ числа, т.к. ~~восьмёрки~~ первую восьмёрку можно вписать в любой разряд, начиная с первого и заканчивая 11-м.

№4.

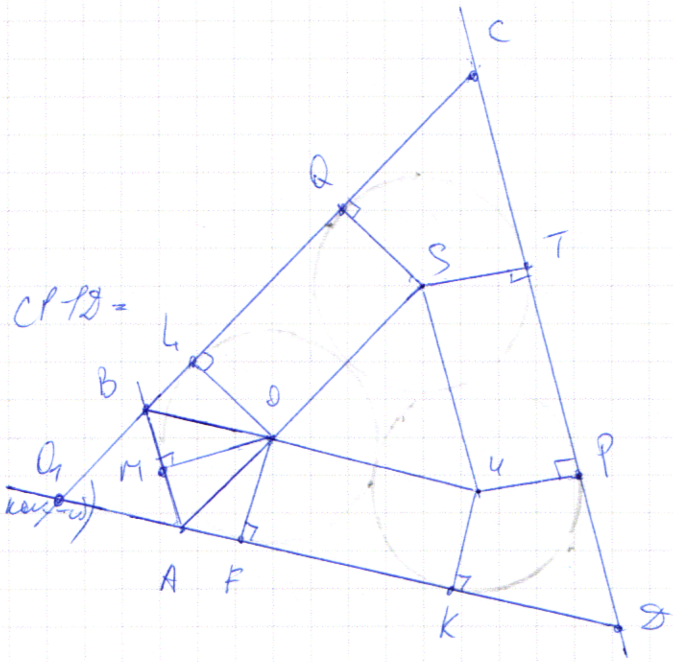
1) т.к. $SQ = OL$ и ~~$SQ \parallel OL$~~ и $SQ \perp BC$, $OL \perp BC$, то $SQ \parallel OL$ и $SQLO$ — прямоуг. по опред.

2) $AD = AK + KD$

$BC = BL + LC$

$AB = BM + AM$

$CD = CP + PD$



$AD - CD = AK + KD - CP - PD =$

$= AK - CP$, т.к.

$DK = DP$ (отр-ки кас-х)

$FK = TP$, т.к.

$OU = SU = FK = TP = 2R$, то

$AD - CD = AF - CT$

$BC - AB = BL + LC - BM - AM = LC - AM$, т.к. $BL = BM$ — отр-ки кас-х

~~$LC - AM$~~

$LC - AM + AF - CT = 12$

$AM = AF$ (отр-ки кас-х), то

$LC - CT = 12$

$CQ = CT$ (отр-ки кас-х), то

$CQ + QL - CT = 12$

$LQ = 12$

$LQ = SO = 2R$, то $2R = 12 \Rightarrow \boxed{R = 6}$

№1.

$y=2x^2$

$y=98$

$2x^2=98$

$x^2=49$

$x=\pm 7$

Значит, парабола пересекает прямую $y=98$ в точках $x=7$ и $x=-7$ и высекает отрезок длиной 14.

$y=2x^2$

$y=18$

$\cancel{2}x^2=\cancel{18}\ 9$

$x=\pm 3$

Длина второго отрезка равна 6.

$y=2x^2$

$y=a$

$a=2x^2$

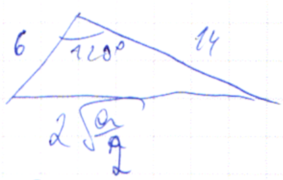
$\frac{a}{2}=x^2$

$x=\pm\sqrt{\frac{a}{2}}$

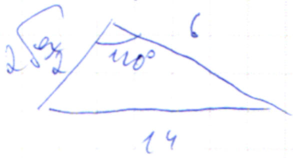
Длина третьего отрезка равна $\sqrt{\frac{a}{2}}-\left(-\sqrt{\frac{a}{2}}\right)=2\sqrt{\frac{a}{2}}$

Возможно 3 случая:

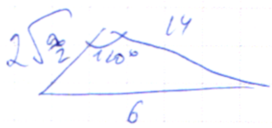
1)



2)



3)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-051

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

[1; 45], [46; 90], [91; 135], [136; 180], [181; 225]

a-b ⋮ 45

a ⋮ 45

b ⋮ 45

46 · 1

$1 + (1+46) + (1+46+46) + (1+46+46+46) + (1+4\cdot 46) + (1+5\cdot 46) + (1+29\cdot 46) =$

$= \frac{1+1+29\cdot 46}{2}\cdot 30 = \frac{2+29\cdot 46}{2}\cdot 30 =$

$= 30(1+29\cdot 23) = \boxed{20040}$

23 × 29 = 207 + 46 = 667

667 : 23 = 29

668 × 3 = 2004

465 + 475 = 940

940 + 470 = 1410

1410 + 480 = 1890

1890 + 485 = 2375

2375 + 490 = 2865

47 × 2 = 94

23 × 4 = 92

$(1+47\cdot 2)\cdot 5$

93 × 5 = 465

94 × 5 = 470

475, 480, 485, 490

1+46 + 1+46 + 1+46

$\frac{1+1+46\cdot 4}{2}\cdot 5 + \frac{1+1+47\cdot 4}{2}\cdot 5 +$

$+ \frac{1+1+48\cdot 4}{2}\cdot 5$

$\frac{2+46\cdot 4}{2}\cdot 5 =$

$=(1+23\cdot 4)\cdot 5 =$

$= 465$

$\frac{2+47\cdot 4}{2}\cdot 5 =$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим эти случаи.

1) По т. косинусов

$36+196-2\cdot6\cdot14\cdot\cos120^\circ = \cancel{4}^2\cdot\frac{a}{\cancel{8}}$

$232+84=2a$

$\boxed{a=158}$

2) По т. косинусов

$36+\cancel{4}\cdot\frac{a}{\cancel{2}}-2\cdot6\cdot2\sqrt{\frac{a}{2}}\cdot\cos120^\circ=196$

$4\cdot\frac{a}{2}+12\sqrt{\frac{a}{2}}-160=0$

$\frac{a}{2}+3\sqrt{\frac{a}{2}}-40=0$

Пусть $\sqrt{\frac{a}{2}}=t$, $t>0$, тогда

$t^2+3t-40=0$

~~По обр. т. Виета~~

По т. Виета

$t_1+t_2=-3$

$t_1\cdot t_2=-40$, тогда

$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}t_1=-8\\ t_2=5\end{array}\right.\\ t>0\end{cases} \Rightarrow t=5$

$\sqrt{\frac{a}{2}}=5$

$\frac{a}{2}=25 \Rightarrow \boxed{a=50}$

3) $4\cdot\frac{a}{2} + 196 - 2\cdot 2\sqrt{\frac{a}{2}}\cdot 14\cdot\cos 120^\circ = 36$

$$4\cdot\frac{a}{2} + 28\sqrt{\frac{a}{2}} + 160 = 0$$

$$\frac{a}{2} + 7\sqrt{\frac{a}{2}} + 40 = 0$$

Пусть $\sqrt{\frac{a}{2}} = t$, $t > 0$, тогда

$$t^2 + 7t + 40 = 0$$

$D = 49 - 160 < 0 \Rightarrow$ корней нет.

Ответ: $\left[\begin{array}{l} a = 158 \\ a = 50 \end{array}\right.$

№2.

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$g(x) = -\frac{1}{2}(\cos 10x - \cos 4x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = -\frac{1}{2}(2\cos^2 5x - 1 - \cos 4x) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 = -\cancel{\cos^2 5x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 x + \cancel{\cos^2 5x} + 4 = \frac{9}{2} + \frac{1}{2}\cos 4x - \sin^2 x = \frac{9}{2} + \frac{1}{2}\cos 4x - \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right) =$

$= \frac{9}{2} + \frac{1}{2}\cos 4x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x = 4 + \frac{1}{2}\cos 4x + \frac{1}{2}\cos 2x$

$\cos 4x = 2\cos^2 2x - 1$, тогда $g(x) = 4 + \frac{1}{2}(2\cos^2 2x - 1) + \frac{1}{2}\cos 2x =$

$= \cos^2 2x + \frac{7}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x$

Пусть $\cos 2x = t$, причём $|t| \le 1$, тогда

$$\varphi(t) = t^2 + \frac{1}{2}t + \frac{7}{2}$$

$$t_0 = \frac{-\frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4}$$

$\min g(x) = \varphi(t_0) = \frac{1}{16} - \frac{1}{8} + \frac{7}{2} = \frac{7}{2} - \frac{1}{16} = \frac{55}{16}$, т.к. $a = 1 > 0$ (старший коэффициент положителен)

$\varphi(-1) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = 4$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

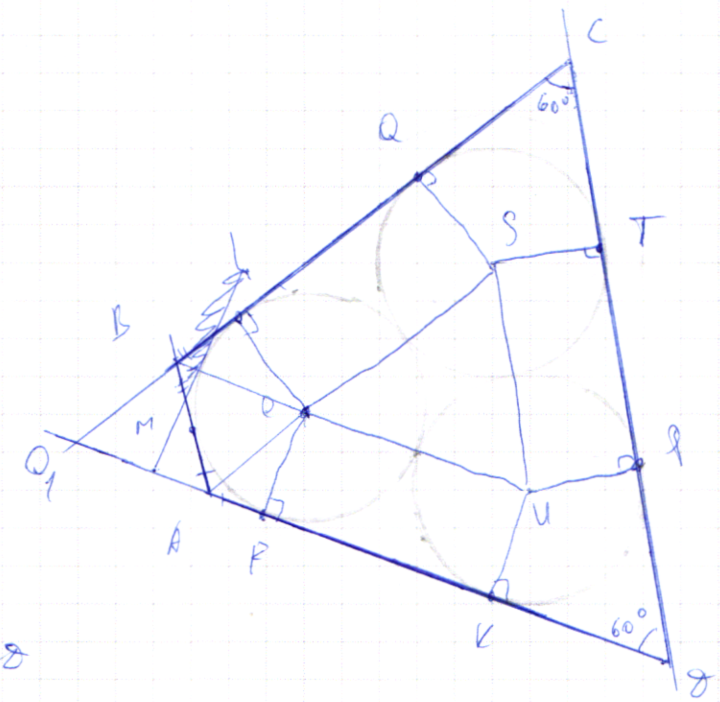
15-051

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

AD



$AD = AK + KD$

$BC = BL + LC$

$AB = BM + AM$

$CD = CP + PD$

$AD - CD = AF - CT$

$BC - AB = CL - AF = CQ + LQ - AF = CT + QL - AF$

$AF - CT + CT + QL - AF = 12$

$QL = 12$

$QL = 2R$

$\boxed{R = 6}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

~~$O_1 L_1 OP$ — ромбоид, т.к. $O_1L_1 = O_1P$ и $OL_1 = OP$, то~~

~~в чт-ке O_1L_1OP $\angle O_1L_1O + \angle O_1PO = 180°$, то, $\angle L_1O_1P + \angle L_1OP = 180°$, то т.к. $OS \perp OL_1$ и $OL_1 \perp L_1P$, то либо $\angle SOL_1 + \angle L_1OP = 180°$, либо $\angle SOL_1 = \angle L_1OP$, но т.к. $\angle L_1OP > 90°$, то~~

$\angle SOL_1 = 60°$, т.к. $\triangle SOL_1$ — равност., $\angle L_1OS = 90°$, то $\angle BOL_1 = 30°$, тогда аналогично $\angle AOP = 30°$, $\angle AOB = \angle L_1OP - \angle L_1OB - \angle AOP = \boxed{60°}$

~~$AO = BO = \frac{R}{\cos 30°} = \frac{2R}{\sqrt{3}}$~~

~~$AO \cdot BO = AO^2 = \frac{4R^2}{3} = 58$~~

~~$4R^2$~~

~~$\frac{4 \cdot 3 \cdot 58}{3} = 58$~~

$\triangle AOB \sim \triangle SOL_1 \Rightarrow \triangle AOB$ — равност.

~~$\frac{AO}{2R} = \frac{BO}{2R}$~~

$AO = BO$

$AO^2 = 58$

$AO = \sqrt{58} \Rightarrow AB = \sqrt{58}$

~~$AB^2 = AO^2 + AO^2 - 2AO \cdot BO \cdot \cos 60°$~~

~~$AB^2 = 58 + 58 - 2 \cdot 58 \cdot \frac{1}{2}$~~

~~$AB^2 = 58$~~

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-051

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^2 = 98$

$x^2 = 49$

$x = \pm 7$

$2x^2 = 18$

$x^2 = 9$

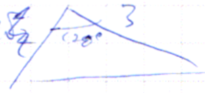
$x = \pm 3$

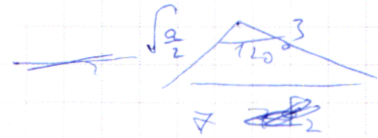
$2x^2 = a$

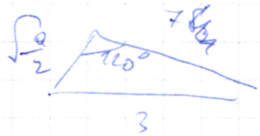
$x = \pm \sqrt{\frac{a}{2}}$

$v = \sqrt{\frac{a}{2}}$

$\frac{a}{2}$







$49 + 9 - 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot \cos 120° = \frac{a}{2}$

$58 - 42 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = a^2$

$58 + 21 = a^2$

$a^2 = 79$

$a =$

$58 + 2 \cdot 7 \cdot 3 \left(+\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{2}$

$79 = \frac{a}{2}$

$79 \cdot 2 = 158$

1) $\boxed{a = 158}$

2) $9 + \frac{a}{2} - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{\frac{a}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 49$

$\frac{a}{2} + 3\sqrt{\frac{a}{2}} = 40$

$\sqrt{\frac{a}{2}} = t, t \geq 0$

$t^2 + 3t - 40 = 0$

$t = -8$

$t = 5$

$\sqrt{\frac{a}{2}} = 5$

$\frac{a}{2} = 25$

$\boxed{a = 50}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

3) $49+\frac{a}{2}+\cancel{2\cdot 7\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}\cdot\sqrt{\frac{a}{2}}=9$

$$\frac{a}{2}+7\sqrt{\frac{a}{2}}+40=0$$

$$\sqrt{\frac{a}{2}}=t,\ t\geq 0$$

$$t^2+7t+40=0$$

$$D=49-160<0$$

$$\varnothing$$

№2.

$g(x)=\sin 3x\cdot\sin 7x-\sin^2 x+\cos^2 5x+4=\cancel{\frac{1}{2}\left(\cos 4x-\cos 10x\right)}$

$-\frac{1}{2}\left(\cos 10x-\cos 4x\right)-\sin^2 x+\cos^2 5x+4=-\frac{1}{2}\cdot\left(2\cos^2 5x-1-\cos 4x\right)-$

$-\sin^2 x+\cos^2 5x+4=-\cancel{\cos^2 5x}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 4x-\sin^2 x+\cancel{\cos^2 5x}+4=$

$=\frac{9}{2}+\frac{1}{2}\cos 4x-\sin^2 x\quad=\frac{9}{2}+\frac{1}{2}\cos 4x-\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)=$

$\cos 2x=1-2\sin^2 x$

$2\sin^2 x=1-\cos 2x$

$\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$

$=\frac{9}{2}+\frac{1}{2}\cos 4x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x=4+\frac{1}{2}\cos 4x+\frac{1}{2}\cos 2x=$

$\cos 2x=t,\ |t|\leq 1$

$\cos 4x=2\cos^2 2x-1=2t^2-1$

$=4+\frac{1}{2}\left(2t^2-1\right)+\frac{1}{2}t=4+t^2-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}t=t^2+\frac{1}{2}t+\frac{7}{2}$

$t_0=\frac{-\frac{1}{2}}{2}=-\frac{1}{4}$ — точка минимума

$\varphi(t_0)=\frac{1}{16}+\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{7}{2}=\frac{1}{16}-\frac{1}{8}+\frac{7}{2}=\frac{7}{2}-\frac{1}{16}=$ (12, 18)

$=\frac{55}{16}$

$\min g(x)=\boxed{\frac{55}{16}}$

$\varphi(-1)=1-\frac{1}{2}+\frac{7}{2}=4$

$\varphi(1)=1+\frac{1}{2}+\frac{7}{2}=\boxed{5}=\max\varphi(t)=\max g(x)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-051

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

8 – с 1 позиции

$1 \cdot 2^{10} - 2 = 1022$

8 – со 2 позиции

$1 \cdot 1 \cdot 2^9 - 1 = 2^9 - 1 = 511$

8 – с 3 позиции

$1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2^8 - 1 = 2^9 - 1 = 511$

8 – с 4 позиции

$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2^7 - 1 = 2^9 - 1 = 511$

8 – с 5 позиции

$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2^6 - 1 = 2^9 - 1 = 511$

$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2^5 - 1 = 2^9 - 1 = 511$

~~8 – с~~

$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2^4 - 1 = 2^9 - 1 = 511$

$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2^3 - 1 = 2^9 - 1 = 511$

$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2^2 - 1 = 2^9 - 1 = 511$

$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 - 1 = 2^9 - 1 = 511$

$1 \cdot 2^9 - 1 = 511$

$\Sigma = 1022 + 10 \cdot 511 = 1022 + 5110 = \boxed{6132}$

$1024 : 2 = 512$

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

$17 - 2 - 7 = 8$

$17 - 3 - 7 = 7$

$17 - 4 - 7 = 6$

$17 - 8 = 9$

$17 - 1 - 7 = 9$

$17 - 7 = 10$

$5110 + 1022 = 6132$

$1022 + 5110 = 6132$

☑ черновик ☐ чистовик

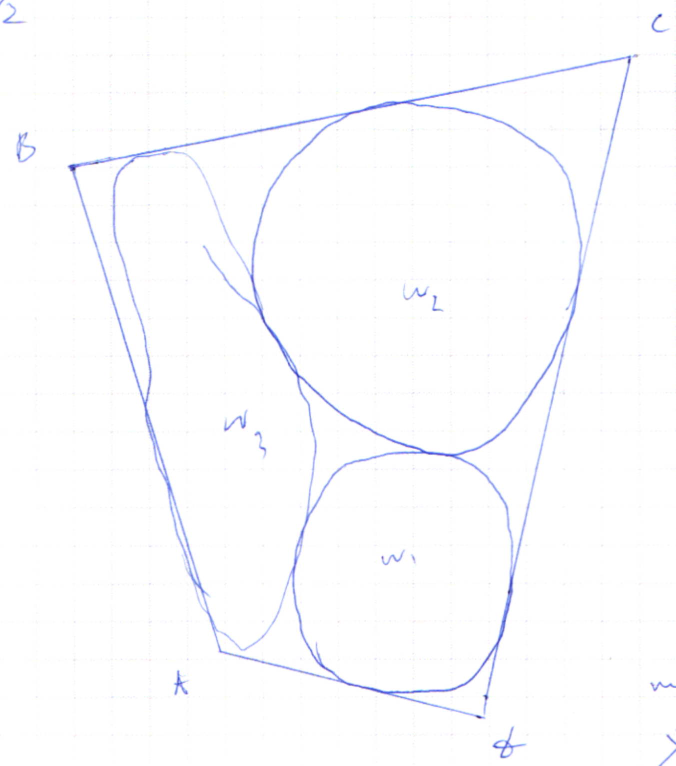
(Поставьте галочку в нужном поле)

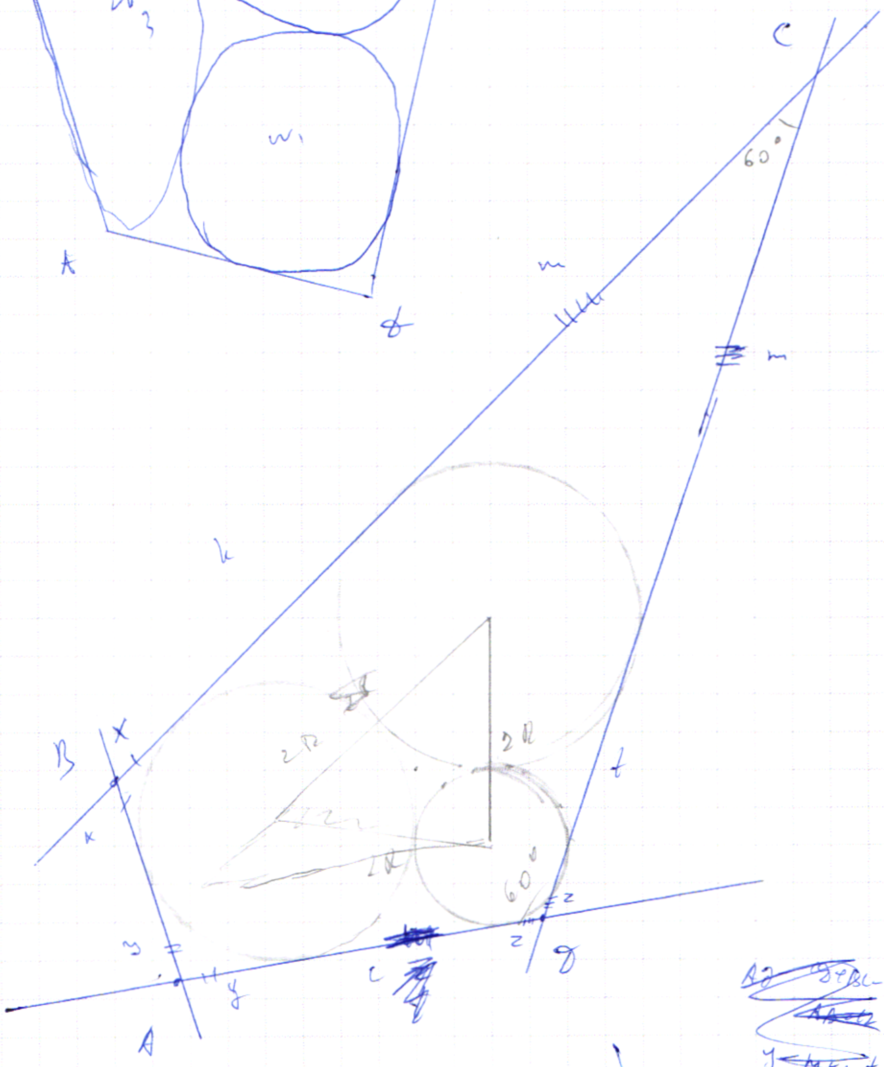
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№4.

AD+BC−AB−CD=12





AD−AB =y+z+c−x−y=
=z−x+c =

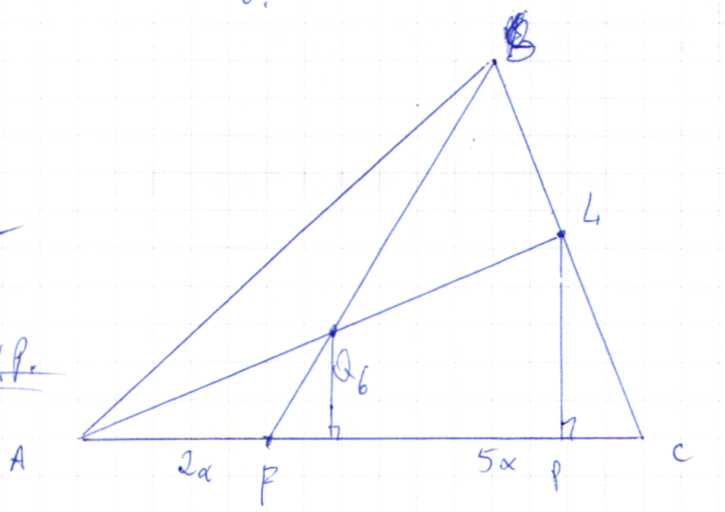
BC−CD= x+k− t−z

x+k−t−z+z−x+c=12
k−t+c=12

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

№6.

$$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{5}{12}$$



$\frac{25}{84} S_{ABC}$ –

$\cancel{\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2x = \frac{4}{49} \cdot \frac{1}{2} \cdot LP}$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{BAL}} = \frac{QL}{AL}$$

$$\frac{S_{BAF}}{S_{BAC}} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{S_{BAF}}{S_{BAC}} = \frac{2}{7}$$

$$6x \cdot \left(\frac{AL}{QL}\right)^2 = 6x + \frac{25}{84} S_{ABC}$$

$$6x\left(\left(\frac{AL}{QL}\right)^2 - 1\right) = \frac{25}{84} S_{ABC}$$

$$S_{AQF} = 3 \cdot 2x = 6x$$

$$S_{ALC} = \frac{1}{2} \cdot LP \cdot 7x$$

$$\frac{7}{12} S_{BAC} = S_{ABF} + S_{FQLC}$$

$$\frac{7}{12} S_{BAC} - \frac{2}{7} S_{BAC} = S_{FQLC}$$

$$\frac{49 - 24}{84} S_{BAC} = S_{FQLC}$$

$$\frac{25}{84} S_{BAC} = S_{FQLC} = \frac{1}{2} \cdot LP \cdot 7x - 6x$$

196 + 36 = 232

12 · 7 = 84

232 + 84 = 316

316 : 2 = 158

$$\frac{BQ}{BF} \cdot \frac{BL}{BC} = \frac{S_{BQL}}{S_{BFC}} = \frac{5}{12} : \frac{5}{7} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{FQ}{BF} = \frac{6}{h} \qquad \frac{CL}{BC} = \frac{LP}{h}$$

$$\frac{BQ}{BF} = \frac{h-6}{h} \qquad \frac{BL}{BC} = \frac{h-LP}{h} \qquad \frac{7}{12} = \frac{(h-6)(h-LP)}{h^2}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-051

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

$x+4>0$

$x>-4$

$\sqrt{x+7}-x>0$

$\sqrt{x+7}>x$

1) $\begin{cases} x\leq 0 \\ x>-7 \end{cases}$ $x\in[-7;0]$

2) $\begin{cases} x>0 \\ x+7>x^2 \end{cases}$

$x^2-x-7<0$

$D=1+28=29$

$x=\frac{1-\sqrt{29}}{2}$

$x=\frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$\frac{1-\sqrt{29}}{2}$ $\frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$x\in\left(0;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$x\in\left[-7;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$\boxed{x\in\left(-4;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right),\ x\neq 2}$

$\sqrt{x+7}-x\neq 1$

$\sqrt{x+7}=x+1$

$x>-1$

$x+7=x^2+2x+1$

$x^2+x-6=0$

$x\neq -3$

$x\neq 2$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4)\geq \log_{\sqrt{x+7}-x}\sqrt{x+7}-x$

$(\sqrt{x+7}-x-1)(x+4-\sqrt{x+7}+x)\geq 0$

$2x+4-\sqrt{x+7}=0$

$2x+4=\sqrt{x+7}$

$2x+4\geq 0$

$x\geq -2$

$\begin{cases} 4x^2+16x+16=x+7 \\ x>-2 \end{cases}$

$4x^2+15x+9=0$

$D=225-144=81$

$x=\frac{-15+9}{8}=-\frac{3}{4}$

$x=\frac{-15-9}{8}=-3$ — не подх.

-4 $-\frac{3}{4}$ 2 $\frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$\boxed{x\in\left[-\frac{3}{4};2\right)}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)