МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1

ШИФР 7-007

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

7-007

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

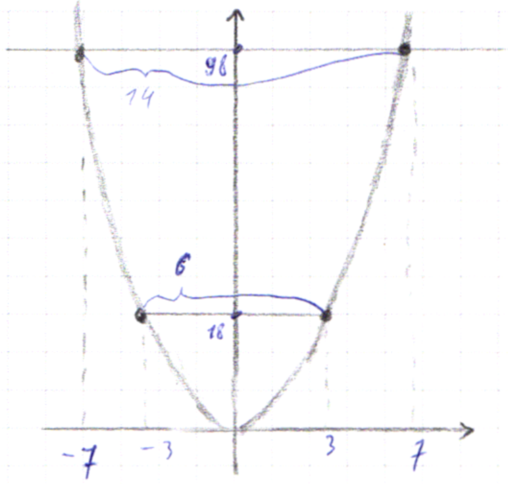
$y = 2x^2$

$y = 98$

$y = 18$ $\Delta 120°$

$y = a$

$a - ?$



Для начала найдем длины высеченных отрезков:

$2x^2 = 98$ | $2x^2 = 18$ | $2x^2 = a$

$x^2 = 49$ | $x^2 = 9$ | $x^2 = \frac{a}{2}$

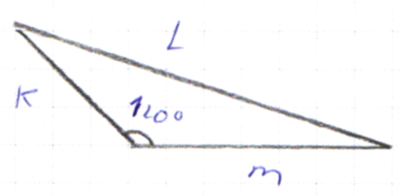
$x = \pm 7$ | $x = \pm 3$ | $x = \pm\sqrt{\frac{a}{2}}$

длина: $3 - (-3) = \underline{6}$

длина: $\sqrt{\frac{a}{2}} - \left(-\sqrt{\frac{a}{2}}\right) = 2\sqrt{\frac{a}{2}} = \sqrt{2a}$

длина: $7 - (-7) = \underline{14}$

Возьмем произвольный треугольник с углом $120°$:



k, L, m — стороны треугольника.

$L > k$

$L > m$

Th. косинусов для этого треугольника:

$L^2 = k^2 + m^2 - 2km\cos 120°$

$L^2 = k^2 + m^2 + km$.

Возможны следующие исходы для треуг.:

1) $L = \sqrt{2a}$, $k = 6$, $m = 14$

2) $L = \sqrt{2a}$, $k = 14$, $m = 6$

3) $L = 14$, $k = \sqrt{2a}$, $m = 6$

4) $L = 14$, $k = 6$, $m = \sqrt{2a}$

$L \neq 6$, т.к. $L > k$ и $L > m$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

1 и 2 исходы:

$2a = 6^2 + 14^2 + 6 \cdot 14 = 36 + 196 + 84 = 316$

$\boxed{a = 158}$

3 и 4 исходы:

$196 = 2a + 36 + \sqrt{2a} \cdot 6$; провожу замену $t = \sqrt{2a} \geq 0$

$196 = t^2 + 36 + 6t$

$t^2 + 6t - 160 = 0$

~~$t = -16 < 0$~~

$\boxed{t = 10}$; $\sqrt{2a} = 10$

$2a = 100$

$\boxed{a = 50}$

Ответ: при $a = 158$ и $a = 50$ из трех отрезков можно составить треугольник с углом $120°$.

N 2

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$, упростим.

. $\sin 3x \cdot \sin 7x = \frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 10x)$

. $\cos^2 5x = \frac{1 + \cos 10x}{2}$

$\frac{\cos 4x}{2} - \frac{\cos 10x}{2} - \sin^2 x + \frac{1 + \cos 10x}{2} + 4$

$\frac{\cos 4x}{2} - \cancel{\frac{\cos 10x}{2}} - \sin^2 x + \frac{1}{2} + \cancel{\frac{\cos 10x}{2}} + 4$

. $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

$\frac{\cos 4x}{2} - \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1}{2} + 4 = \frac{\cos 4x}{2} - \cancel{\frac{1}{2}} + \frac{\cos 2x}{2} + \cancel{\frac{1}{2}} + 4 =$

$= \frac{\cos 4x + \cos 2x + 8}{2} = \frac{2\cos^2 2x - 1 + \cos 2x + 8}{2} = \frac{2\cos^2 2x + \cos 2x + 7}{2} =$

$= \cos^2 2x + \frac{\cos 2x}{2} + \frac{7}{2}$; произведу замену $\cos 2x = t \in [-1; 1]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t^2+\frac{t}{2}+\frac{1}{2} = t^2+\frac{t}{2}+\frac{1}{16}-\frac{1}{16}+\frac{1}{2} =$

$=\left(t+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}-\frac{1}{16} = \left(t+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{55}{16}.$

$\left(\cos 2x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{55}{16}$

max значение $\cos 2x = 1$: $\left(1+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{55}{16} = \left(\frac{5}{4}\right)^2+\frac{55}{16} = \frac{80}{16} = 5$

5 – наибольшее значение $g(x)$

min значение $\cos 2x = -1$, но т.к. выражение $\left(\cos 2x+\frac{1}{4}\right)^2$ будет положительно при $\cos 2x = -\frac{1}{4}$ $g(x)$ будет принимать наименьшее значение: $\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{55}{16} = \frac{55}{16}$

$\frac{55}{16}$ – наименьшее значение $g(x)$

Ответ: наибольшее значение $g(x) = 5$, наименьшее значение $g(x) = \frac{55}{16}$

№ 5 $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$ $(*)$

ОДЗ: $\begin{cases} x+4>0 & (a) \\ \sqrt{x+7}-x \neq 1 & (b) \\ \sqrt{x+7}-x>0 & (c) \end{cases}$

$(*) \Leftrightarrow \log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x)$ $\overset{ОДЗ}{\Leftrightarrow}$

ОДЗ
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+1} - x > 1 \quad (1) \\ x+4 \geq \sqrt{x+1} - x \quad (2) \end{cases} \quad (\text{I}) \\ \begin{cases} \sqrt{x+1} - x < 1 \quad (3) \\ x+4 \leq \sqrt{x+1} - x \quad (4) \end{cases} \quad (\text{II}) \end{array}\right.$$

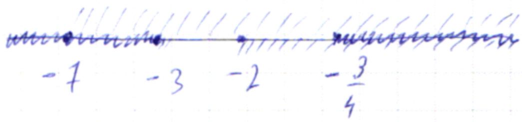
$$(1): \sqrt{x+1} > x+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+1<0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x<-1 \\ x \geq -1 \end{cases} \quad x \in [-1;-1) \\ \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+1 > x^2+2x+1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -1 \\ x \in (-3;2) \end{cases} \quad x \in [-1;2) \end{array}\right.$$

$$x^2+x-6<0$$
$$(x+3)(x-2)<0$$

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in [-1;-1) \\ x \in [-1;2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \underline{x \in [-1;2)}$$

$$(2): (x+4) \geq \sqrt{x+1} - x$$
$$2x+4 \geq \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1 \\ 4x^2+16+16x \geq x+1 \longrightarrow \\ 2x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2 \end{cases}$$

$$\longrightarrow 4x^2+15x+9 \geq 0$$
$$-3; -\frac{3}{4}$$
$$x \in (-\infty;-3] \cup [-\frac{3}{4};+\infty)$$



$$(2) \Leftrightarrow \underline{x \in [-\frac{3}{4};+\infty)}$$

$$\text{I} \Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases} \begin{cases} x \in [-1;2) \\ x \in [-\frac{3}{4};+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x \in [-\frac{3}{4};2)}$$ часть ответа без учета ОДЗ.

$$(3): \sqrt{x+1} < x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ x+1 < x^2+2x+1 \end{cases} \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq -1 \\ x^2+x-6>0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

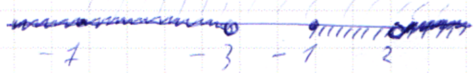
7-007

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq -1 \\ (x+3)(x-2) > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq -1 \\ x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty) \end{cases}$$



$(3) \Leftrightarrow \underline{x \in (2; +\infty)}$

(4): $x + 4 \leq \sqrt{x+1} - x$

$$2x + 4 \leq \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x+4 < 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -2 \\ x \geq -1 \end{cases} \quad x \in [-1; -2) \\ \begin{cases} 2x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2 \\ x+1 \geq 4x^2 + 16 + 16x \Leftrightarrow 4x^2 + 15x + 9 \leq 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$x \in \left[-3; -\frac{3}{4}\right]$$

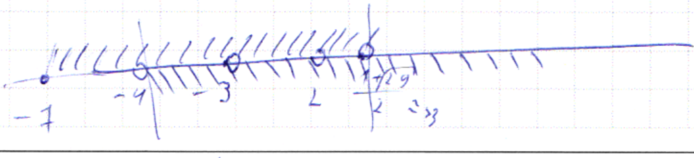
$$(4) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in [-1; -2) \\ \begin{cases} x \geq -2 \\ x \in \left[-3; -\frac{3}{4}\right] \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in [-1; -2) \\ x \in \left[-2; -\frac{3}{4}\right] \end{array} \right. \Leftrightarrow \underline{x \in \left[-1; -\frac{3}{4}\right]}$$

$$(\text{II}) \Leftrightarrow \begin{cases} (3) \\ (4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (2; +\infty) \\ x \in \left[-1; -\frac{3}{4}\right] \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} (a) & \underline{x > -4} \\ (b) & \sqrt{x+1} \neq x+1 \Leftrightarrow \underline{x \neq -3 \;;\; x \neq 2} \\ (c) & \sqrt{x+1} > x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq 0 \\ x+1 > x^2 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - x - 1 < 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \in \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \quad x \in [-1; 0) \end{array} \right. \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in \left[0; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \\ x \in [-1; 0) \end{array} \right. \Leftrightarrow \underline{x \in \left[-1; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)}$$

$\text{ОДЗ: } x \in (-4; -3) \cup (-3; 2) \cup \left(2; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$



☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 5

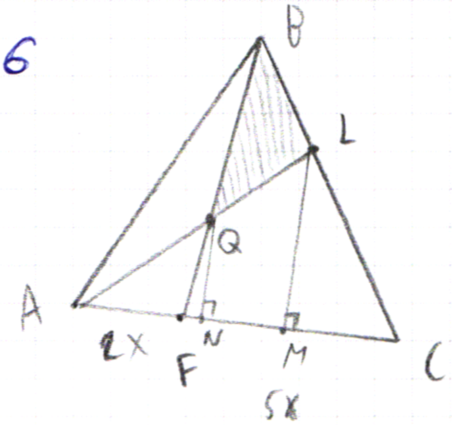
(Нумеровать только чистовики)

$(*) \overset{ОДЗ}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} (I) \\ (II) \Leftrightarrow \varnothing \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} ОДЗ \\ (I) \end{array}\right. \Leftrightarrow (I) \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{3}{4}; 2\right)$

Решения н-ва (I) лежат в ОДЗ(*).

Ответ: $x \in \left[-\frac{3}{4}; 2\right)$.

N6



$\frac{AF}{FC} = \frac{2}{5}$;

$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{5}{12}$;

$QN = 6$;

$LM - ?$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

как Первую цифру можно взять либо „7" либо „8" (2 способа)
если берем „8", то последующие ~~6~~ цифр будут „8", если берем 7 то выбираем вторую цифру. Вторую цифру можно выбрать ~~двумя~~ 3 способами либо 7 либо 8 либо 0, если выберем 8, то последующие 6 цифр будут „8" и т.д.

$1 \cdot 2^{10} \cdot 1$ – выбор „8" $\Big| \cdot 11$

выбрал „7"; выбор „7" или „0"

$11 \cdot 2^{10}$ чисел $= 11\,264$ чисел

Ответ: 11 264 чисел.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

7-007

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(4) $\Leftrightarrow \quad x+4 \geq \sqrt{x+1} - x \Leftrightarrow 2x+4 \geq \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ (2x+4)^2 \geq x+1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x \geq -1 \\ 4x^2+16+16x \geq x+1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -1 \\ 4x^2+15x+9 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -1 \\ x \in (-\infty; -3] \cup [-\frac{3}{4}; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underline{x \in [-1; -3] \cup [-\frac{3}{4}; +\infty)}$

$\left[\begin{array}{l} (a) \\ (\delta) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases} \\ \begin{cases} (3) \\ (4) \end{cases} \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in [-1; -3) \cup (2; +\infty) \\ x \in [-2; -\frac{3}{4}] \end{cases} \quad x \in \varnothing \\ \begin{cases} x \in (-3; -1) \\ x \in [-1; -3] \cup [-\frac{3}{4}; +\infty) \end{cases} \quad x \in \varnothing \end{array}\right.$

$-1 \quad -3 \quad -2 \quad -\frac{3}{4} \quad 2$

$-1 \quad -3 \quad -1 \quad -\frac{3}{4}$

Ответ: $x \in \varnothing$

N2 $\quad g(x) = \sin 3x \cdot \sin 1x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

~~$\sin 3x \cdot \sin 1x = \frac{1}{2}(\sin x + \sin 2x)$~~

~~$\sin \frac{3\pi}{7} \cdot \sin \pi = \frac{1}{2}(\sin \frac{5\pi}{7} + \sin \frac{2\pi}{7})$~~

~~$= \sin \frac{3\pi}{2}$~~

~~$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \dots$~~

~~$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$~~

~~$\cos(x-y) = \cos x \cos y$~~

$-\begin{matrix} \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y \\ \cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y \end{matrix}$

~~$0 = -2\sin x \sin y$~~ $\quad \cos(x+y) - \cos(x-y) = -2\sin x \sin y$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$\cos(x-y) - \cos(x+y) = 2\sin x \sin y$

$\sin x \sin y = \frac{1}{2}\left(\cos(x-y) - \cos(x+y)\right)$

$\sin 3x \cdot \sin 7x = \frac{1}{2}\left(\cos 4x - \cos 10x\right)$

$\cos^2 2x = \frac{1+\cos 4x}{2}$

$\cos^2 5x = \frac{1+\cos 10x}{2}$

$\cos^2 \frac{\pi}{6} = \frac{1+\cos\frac{\pi}{3}}{2}$

$\frac{3}{4} = \frac{1+\frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4}$

$\frac{1}{2}\left(\cos 4x - \cos 10x\right) - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$

$\frac{1}{2}\left(\cos 4x - \cos 10x\right) - \sin^2 x + \frac{1+\cos 10x}{2} + 4$

$\frac{\cos 4x}{2} - \cancel{\frac{\cos 10x}{2}} - \sin^2 x + \frac{1}{2} + \cancel{\frac{\cos 10x}{2}} + 4$

$\frac{1+\cos 4x}{2} - \sin^2 x + 4$

$\cos^2 2x - \sin^2 x + 4$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$

$(1-2\sin^2 x)^2 - \sin^2 x + 4$

$1 + 4\sin^4 x - 4\sin^2 x - \sin^2 x + 4$

$4\sin^4 x - 5\sin^2 x + 5 \leq 0$

$\sin x \in [0; 1]$ $n \in 2k, k \in Z$

$\frac{1}{4}$

$\sin^2 30° = \frac{1-\cos 60}{2}$

$4\sin^4 x$

$4 \cdot \frac{1}{4} - 5 \cdot \frac{1}{2} + 5$

$6 - 2,5 = 3,5$

$4x + x$

$\sin^2 x = \frac{1}{4} = \frac{1-\frac{1}{2}}{2}$

$2t^2 +$

5

$\frac{\cos 4x}{2} - \sin^2 x + \frac{1}{2} + 4$

$t^2 + \frac{t}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{\cos 4x}{2} - \frac{1-\cos 2x}{2} + \frac{1}{2} + 4$

$\left(t + \frac{1}{4}\right)^2$

$\frac{2t^2 + t + 7}{2}$

$t^2 + 2t \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$

$\frac{\cos 4x}{2} - \cancel{\frac{1}{2}} + \frac{\cos 2x}{2} + \cancel{\frac{1}{2}} + 4$

$\frac{\cos 4x + \cos 2x + 8}{2} = \frac{2\cos^2 2x - 1 + \cos 2x + 8}{2} = \frac{2\cos^2 2x + \cos 2x + 7}{2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

7-007
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\left(t^2+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{55}{16}$

$\frac{7}{2}-\frac{1}{16}=\frac{56-1}{16}=\frac{55}{16}$

$t^2+\frac{t}{2}+\frac{1}{16}+\frac{55}{16}=\frac{56}{16}=\frac{28}{8}=\frac{14}{4}=\frac{1}{2}$

$55 \mid 18$, 3, 48, 7

$t=\cos 2x\in[-1;1]$

$3\frac{7}{16}$

$t^2\in[0;1]$

$\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{55}{16}=\frac{56}{16}=\frac{1}{2}$

$\left(\frac{5}{4}\right)^2+\frac{55}{16}=\frac{25+55}{16}=\frac{80}{16}=\frac{10}{2}=5$

$+\frac{55}{25}$, 80

N1

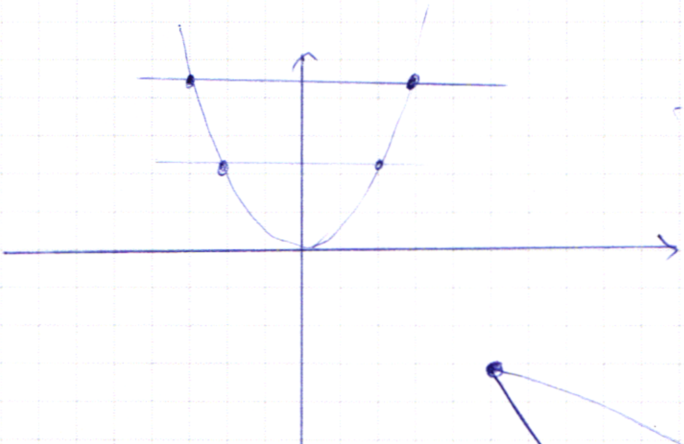
$y=2x^2$

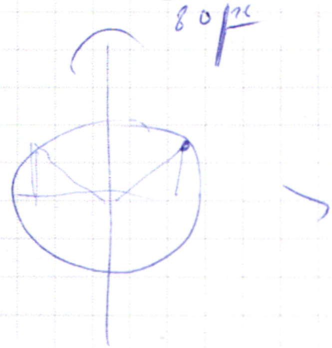
$y=98$

$y=18$

$y=a$

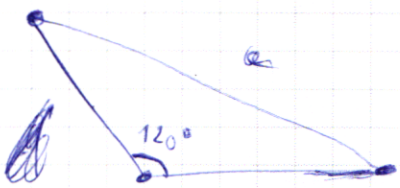
$\alpha=120^\circ$





$(15-1)^2=$
$=225+1-30$

$196-36=160$



x^2 11

$2x^2=18$

$x^2-9=0$

$(x-3)(x+3)=0$

-3 ; 3

6

$2x^2=98$

$x^2-49=0$

$(x-7)(x+7)$

14

$\pm\sqrt{\frac{a}{2}}$

$x^2=\frac{a}{2}$

$c^2=a'^2+b^2-2a'b\cos 120^\circ$

$14^2=a'^2+36-2\cdot 6\cos 120^\circ\cdot a'$

$a'^2+6a'+36-196$

$a'^2+6a'-160$

-10; 6

$a=6$

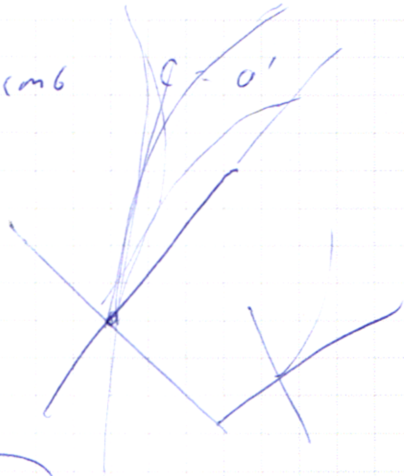
Пусть $c=14$

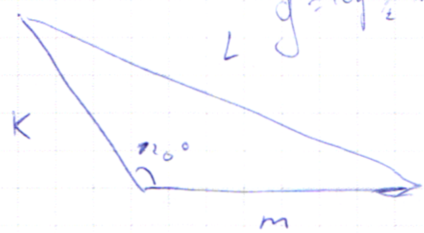
$b=6$

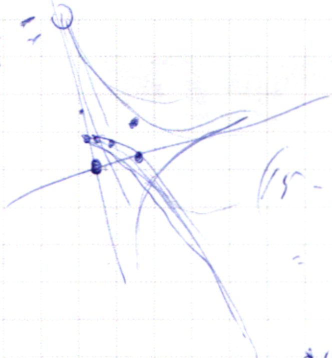
$2x^2=a$

$2x^2=196$

Пусть







$(\sqrt{5}-1)^2 =$

$= 2\sqrt{5} + 1 - 20$

6; 14

$L^2 = k^2 + m^2 - 2km \cdot \cos 120^\circ$

$L^2 = k^2 + m^2 + km$

$\left(\frac{1}{2}\right)^x$ $\frac{1}{2}$ $x \geq y$

$L > k$; $L > m$

$L = 14$
$k = 6$
$m =$ гл. а

$L =$ гл. а
$k = 6$
$m = 14$

$L = 14$
$k =$ гл. а
$m = 6$

1	2	3	5
$L = 14$	$L = 14$	$L =$ гл. а	$L =$ гл. а
$k = 6$	$k =$ гл. а	$k = 6$	$k = 14$
$m =$ гл. а	$m = 6$	$m = 14$	$m = 6$

$x > y + x$

$x < y + 1$

$196 = 36 + x^2 + 6x$

$x^2 + 6x - 160 = 0$

~~$x = 10$~~

~~$x = -16$~~

-16

гл $=$ 10

$196 = x^2 + 36 + 6x$

гл $= 10$

84

$x^2 = 36 + 196 + 14 \cdot 6 = 316$

$x^2 =$

16 $\quad 15+1$

$225 + 30 + 1$

256

$36 + 196 + 6 \cdot 14$

$$\begin{array}{r} 196 \\ +\ 84 \\ 36 \\ \hline 316 \end{array}$$

$\log_{5} 1 \geq 1$

$1 \geq 5^0$

$\log_{6} 6 \geq 1$

$\log_{\sqrt{8}-1} (\sqrt{5}) \geq 1$

$\sqrt{8} - 1$

$\sqrt{5} \geq$

$1 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)$

$\frac{7}{6\sqrt{3}+1}$; $\frac{7}{6\sqrt{3}-1} \ni x$

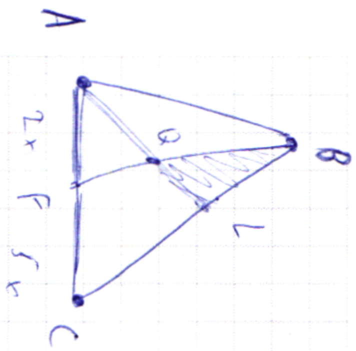
$6\sqrt{2} = 8\sqrt{2} + 1$

$-2\sqrt{2} = 1$

$\frac{7}{6\sqrt{2}+1} = x$

$7 - x - 2x$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N5 $\quad \log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1 \quad (*)$

ОДЗ:

$$\begin{cases} \sqrt{x+7}-x \neq 1 \\ x+4>0 \\ \sqrt{x+7}-x>0 \end{cases}$$

$$(*) \overset{ОДЗ}{\Leftrightarrow} \log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq \log_{\sqrt{x+7}-x}\left(\sqrt{x+7}-x\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+7}-x<1 \\ x+4 \leq \sqrt{x+7}-x \end{cases} \quad (a) \\ \begin{cases} \sqrt{x+7}-x>1 \\ x+4 \geq \sqrt{x+7}-x \end{cases} \quad (б) \end{array}\right.$$

$$(a): \begin{cases} \sqrt{x+7}<x+1 \quad (1) \\ 2x+4 \leq \sqrt{x+7} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+7 \geq 0 \\ x+7<x^2+2x+1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -7 \\ x^2+x-6>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -7 \\ (x+3)(x-2)>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -7 \\ x \in (-\infty;-3) \cup (2;+\infty) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \underline{x \in [-7;-3) \cup (2;+\infty)}$$

$$\begin{array}{r} 10240 \\ +\ 1024 \\ \hline 11264 \end{array}$$

$2x+4 \leq \sqrt{x+7}$

~~(б): $\begin{cases}\sqrt{x+7} - x > 1 & (3)\\ x+4 \geq \sqrt{x+7} - x & (4)\end{cases}$~~

$\sqrt{f(x)} \geq g(x)$

~~(3)~~

(2) $\Leftrightarrow$ ~~$\begin{cases}2x+4 \geq 0\\ x+7 \geq 0\end{cases}$~~ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2x+4 < 0\\ x+7 \geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x < -2\\ x \geq -7\end{cases} \Leftrightarrow x \in [-7; -2)\\ \begin{cases}2x+4 \geq 0\\ (2x+4)^2 \leq x+7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x \geq -2\\ 4x^2+16+16x \leq x+7 \Leftrightarrow\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \quad 4x^2+15x+9 \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 4(x+3)(x+\frac{3}{4}) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-3; -\frac{3}{4}]$

$\frac{-12}{4}$; $-\frac{3}{4}$ $\qquad -3 + -\frac{3}{4} = -\frac{15}{4}$

-3 ; $-\frac{3}{4}$ $\qquad -3 \cdot -\frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

(2) $\Leftrightarrow \begin{cases}x \geq -2\\ x \in [-3; -\frac{3}{4}]\end{cases} \Leftrightarrow \underline{x \in [-2; -\frac{3}{4}]}$

(б): $\begin{cases}\sqrt{x+7} - x > 1 & (3)\\ x+4 \geq \sqrt{x+7} - x & (4).\end{cases}$

(3) $\Leftrightarrow \sqrt{x+7} > x+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+1 < 0\\ x+7 \geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x < -1\\ x \geq -7\end{cases} \Leftrightarrow x \in [-7; -1)\\ \begin{cases}x+1 \geq 0\\ x+7 > (x+1)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l}x \geq -1\\ x^2+2x+1 < x+7 \Leftrightarrow\end{array}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \quad x^2+x-6 < 0$

$(x+3)(x-2) < 0$

$x \in (-3; 2)$

(3) $\Leftrightarrow \begin{cases}x \in [-7; -1)\\ x \in (-3; 2)\end{cases} \Leftrightarrow \underline{x \in (-3; -1)}$,

$\sqrt{f(x)} < g(x)$ $\qquad \begin{array}{l}f(x) > 0\\ f(x) < g^2(x)\\ g(x) > 0\end{array}$