МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 1? СС?

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

12-003

ШИФР

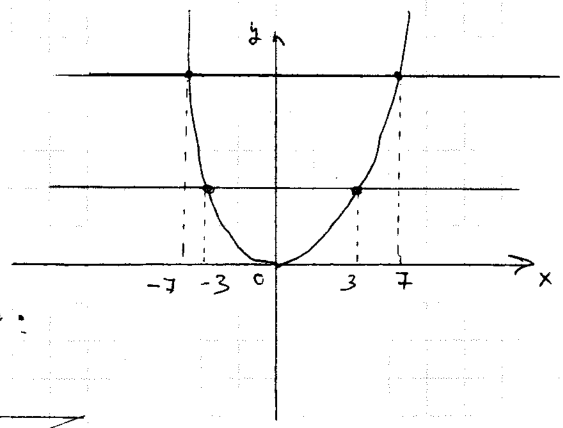
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $y=2x^2$, $y=98$, $y=18$, $y=a$;

$2x^2=98 \Rightarrow x=\pm 7$.

$2x^2=18 \Rightarrow x=\pm 3$

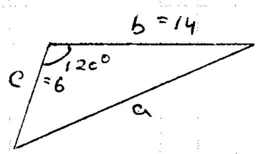


Отрезки, высеченные параболой:

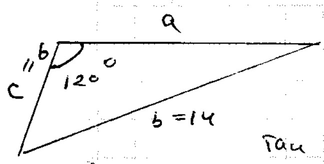
$b=14$

$c=6$. Рассмотрим Δ с углом 120°:

(1)



(2)



- Третий случай невозможен, так как 120° – самый большой угол в треугольнике ($S \le 180^\circ$), тогда наисамая длинная сторона будет лежать против нее большего угла, это может быть либо a (параметром задается), либо b (c не может, потому что она уже меньше b и не может быть наибольшей) Теорема косинусов для наших треугольников:

(1) $a^2=6^2+14^2-2\cdot6\cdot14\cdot\cos 120^\circ$

$a^2=36+196+6\cdot14$

$a^2=316$

$\boxed{a=2\sqrt{79}}$

(2) $14^2=a^2+6^2-2\cdot6\cdot a\cdot\cos 120^\circ$

$196=a^2+36+6a$

$a^2+6a-160=0$

$\boxed{a=10}$

$a=-16$ (этот вр. нас не устраивает, т.к. $y=a$ не будет иметь решений)

Ответ: $2\sqrt{79}$; 10

② $g(x)=\sin3x\cdot\sin7x-\sin^2x+\cos^25x+4$; Найдём производную функции:

$g'(x)=(\sin3x\sin7x)'-(\sin^2x)'+(\cos^25x)'=$

$(\sin3x)'\cdot\sin7x+(\sin7x)'\cdot\sin3x-(\sin^2x)'+(\cos^25x)'=$

$3\cos3x\sin7x+7\cos7x\sin3x-2\cos x\sin x-2\cdot5\cdot\cos5x\sin5x=$

$3(\cos3x\sin7x+\cos7x\sin3x)+4\sin3x\cos7x-\sin2x-5\sin10x=$

$3\sin10x+4\sin3x\cos7x-\sin2x-5\sin10x=$

$-2\sin10x+4\sin3x\cos7x-\sin2x=$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$$-2\sin 10x + 4\left(\frac{\sin(3x-7x)+\sin(3x+7x)}{2}\right) - \sin 2x =$$

$$-2\sin 10x - 2\sin 4x + 2\sin 10x - \sin 2x = -2\sin 4x - \sin 2x.$$

Чтобы найти точки экстремума, приравняем $g'(x)$ к нулю:

$2\sin 4x + \sin 2x = 0$

$2\cdot 2\sin 2x\cos 2x + \sin 2x = 0$

$\sin 2x(4\cos 2x + 1) = 0$

$\sin 2x = 0$

$2x = \pi n$

$x = \frac{\pi}{2} n$

$4(2\cos^2 x - 1) = -1$

$8\cos^2 x = 3$

$\cos x \pm\sqrt{\frac{3}{8}}$

3

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ — это наше число

семь ~~восьм~~ 8-ерок

10 раз

количество способов разместить семь восьмёрок — 10, после размещения нужно будет разместить цифры „0" и „7" на оставшихся десяти позициях, причём каждая комбинация должна иметь хотя бы одну семёрку или ~~во~~ ноль;

выделим две позиции, и посмотрим, сколько комбинаций из „0" и „7" на него приходится:

$\left.\begin{array}{c} 00 \\ 07 \\ 70 \\ 70 \end{array}\right\}$ 4 штуки

на один участок, а таких участков ~~..~~ 5

тогда общее число комбинаций: $4^5 = 1024$

Так же не забудем учесть, что мы посчитали всевозможные комбинации, однако две из них нас не устраивают: 0000000000 и 7777777777 $\Rightarrow$ итак, для каждого размещения семи 8-ерок получаем $(1024 - 2)$ варианта

их у нас 11, тогда иск. кол-во размещений:

$11 \cdot 1022 = \boxed{11\,242}$

Ответ: 11 242

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(5) $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$ известен метод рационализации:

$\log_h f - \log_h g \vee 0 \sim (h-1)(f-g) \vee 0$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) - \log_{\sqrt{x+7}-x}(\sqrt{x+7}-x) \geq 0$

$(\sqrt{x+7}-x-1)(x+4-\sqrt{x+7}+x) \geq 0$

решим методом интервалов:

(1) $\sqrt{x+7}-x=1$

$\begin{cases} x+7=x^2+2x+1 \\ x>-1 \end{cases}$

$\Downarrow \begin{cases} x^2+x-6=0 \\ x>-1 \end{cases}$

$x=2.$

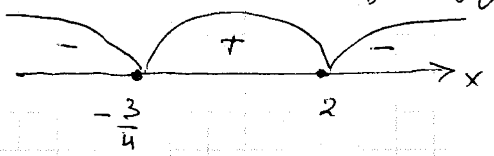
(2) $2x+4=\sqrt{x+7}$

$\begin{cases} 4x^2+16x+16=x+7 \\ x>-2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x^2+15x+9=0 \\ x>-2 \end{cases}$

$x=-\frac{3}{4}.$

участок попадает в ОДЗ;



$x \in [-\frac{3}{4}; 2]$

ОДЗ: $\cdot\ x+4>0$

$x>-4$

~~$\cdot\ \sqrt{x+7}-x>0$~~

~~(учитывается рационализацией)~~

$\cdot\ \sqrt{x+7}-x \neq 1$

$\begin{cases} x+7 \neq x^2+2x+1 \\ x>-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x \neq -2 \\ x \neq -3 \end{matrix}$

$\cdot\ x+7 \geq 0$

$x \geq -7.$

$\sqrt{x+7}-x>0$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<0 \\ x\geq -7 \end{cases} \quad x\in[-7;0) \\ \begin{cases} x\geq 0 \\ x+7-x^2>0 \end{cases} \end{array}\right.$

$x^2-x-7 \leq 0$

$D=1+28=29$

$x=\frac{1\pm\sqrt{29}}{2}.$

$x \in [-7; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$

в итоге по ОДЗ:

$x \in (-4; \frac{1+\sqrt{29}}{2}) / \{-2; -3\}$

7) Очевидно, чтобы получить наименьшую сумму Никонито должен выбирать наименьшие значения из интервалов с наибольшими числами, так и из [181; 225]

Он выбирает:

5) 181 182 183 184 185 186, после такой выборки ему нельзя выбирать: (181-45) (182-45) ...

нельзя: 136 137 138 139 140 141

тогда он выберет: из [136; 180]

4) 142 143 144 145 146 147 $[x; \ldots \to$ начиная с $x+6$

теперь ему нельзя брать из [91; 135] или (181-90, 182-90 ...) так и (142-45, 143-45) и т.д.

нельзя: 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102. $[x \to$ начиная с $x+12$

выберет:

3) 103, 104, 105, 106, 107, 108.

Таким образом, приближаясь к первой группе он будет выбирать начиная с 3k-ого элемента, где $k = (5-k)$, ак - номер группы

$[46; 90] \Rightarrow [x \to x+18$; 2) 64, 65, 66, 67, 68, 69

$[1; 45] \Rightarrow [x \to x+24$ 1) 25, 26, 27, 28, 29, 30

Обведённые – арифм прогрессии; их суммы

$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$; d, n для каждой соответст: 1; 6.

$S = \left(\frac{2a_1 + 5}{2}\right) 6 = 3(2a_1 + 5) = 6a_1 + 15$

$$\left.\begin{aligned} S_5 &= 6 \cdot 181 + 15 \\ S_4 &= 6 \cdot 142 + 15 \\ S_3 &= 6 \cdot 103 + 15 \\ S_2 &= 6 \cdot 64 + 15 \\ S_1 &= 6 \cdot 25 + 15 \end{aligned}\right\} S = 6(181 + 142 + 103 + 64 + 25) + 75$$

$S = 6(181 + 245 + 64 + 25) + 75$

$S = 6(181 + 270 + 64) + 75$

$S = 6(\cdot 515) + 75 = 3090 + 75 = 3165$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

1X-003

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(\sin 3x \cdot \sin 7x)' - (\sin^2 x)' + (\cos^2 5x)' + 4 =$

$3\cos 3x \sin 7x + 7\cos 7x \cdot \sin 3x - 2\sin x \cos x + 2\cdot 5(\cos 5x)(-\sin 5x) =$

$3\sin 10x + 4\sin 3x \cos 7x - \sin 2x - 5\sin 10x$. $\quad \sqrt{x+7} - x > 0$

$2\sin 10x + \sin 2x - 4\sin 3x \cos 7x = 0$ $\quad \begin{cases} x<0 \Rightarrow \\ x \geq -7 \end{cases}$

$\sin 10x + \sin 2x - 4\left(\frac{\sin(-4x) + \sin 10x}{2}\right) = 0$ $\quad \begin{cases} x > 0 \\ x+7-x^2 > 0 \end{cases}$

$\sin 2x + 2\sin 4x = 0$ $\quad x^2 - x - 7 < 0$

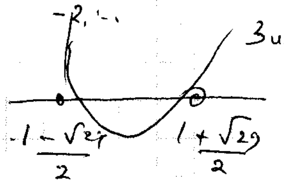
$\sin 2x ($ $\quad$ $D = 1+28$

$$\begin{array}{r} \times\, 256 \\ 4 \\ \hline 1024 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 1022 \\ 11 \\ \hline 1022 \\ +1022 \\ \hline 11242 \end{array}$$

$x^2 - x - 7 < 0$

$D = 1 + 28 = 29$

$x = \dfrac{1 \pm \sqrt{29}}{2}$



$5 < \sqrt{29} < 6$

$x \in$

$g(x) = \quad -\sin 4x$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

12-003

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~7 Выбирает [181; 225]~~

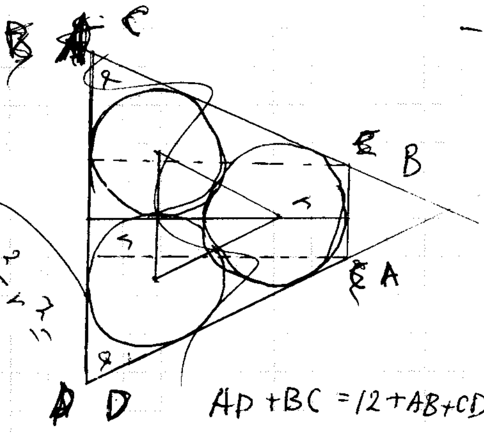
~~181, 182; 183; 184;~~ 185; 186

~~186 − 56~~ $\Rightarrow$

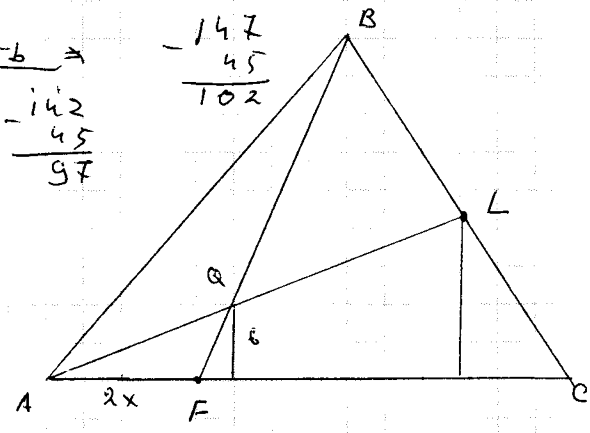
$$\begin{array}{r} 147 \\ -\ 45 \\ \hline 102 \end{array} \quad \begin{array}{r} 181 \\ -\ 90 \\ \hline 91 \end{array} \quad \begin{array}{r} 142 \\ -\ 45 \\ \hline 97 \end{array} \quad \begin{array}{r} 186 \\ -\ 90 \\ \hline 96 \end{array}$$

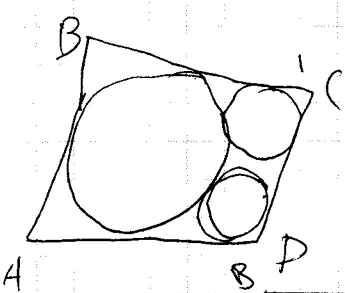
5

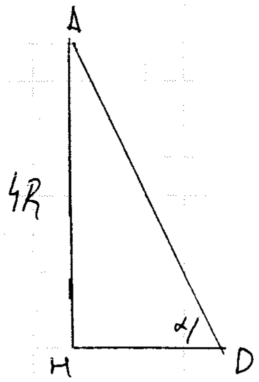
4



$AD + BC = 12 + AB + CD$



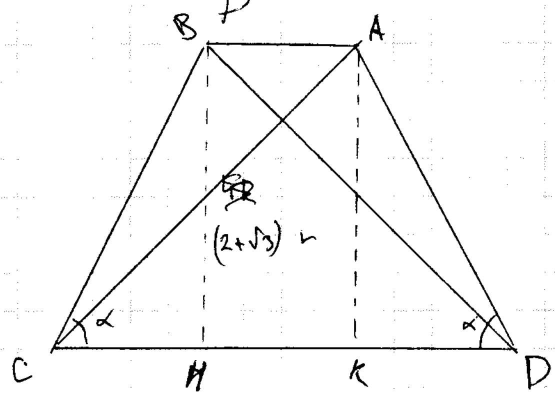




$\sin\alpha = \frac{4R}{AD} = \frac{4R}{BC}$

$\cos\alpha = \frac{HD}{AD}$

$46 + 18 =$
64



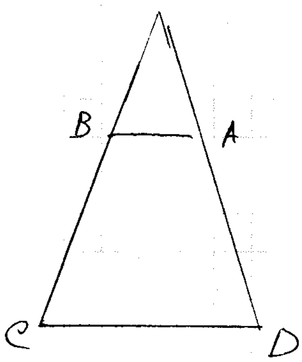
$AB + CD = \cancel{2(CD - KK)}$

$AB = CD - 2HK$

$S = \frac{AB + CD}{2} \cdot \cancel{4R}$

$\sin\alpha = \frac{4R}{AD} = \frac{4R}{BC} \Rightarrow AD = \frac{4R}{\sin\alpha}$

$BC = \frac{4R}{\sin\alpha}.$



$\frac{8R}{\sin\alpha} = 12 +$

$AD + BC = 12 + AB + CD$

$\frac{AB + CD}{2} = \frac{AD + BC - 12}{2}.$

высота: $r(2+\sqrt{3})$

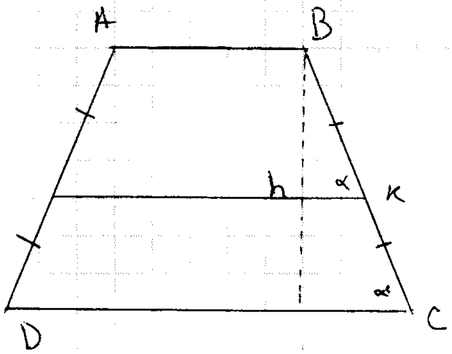
$S = \frac{AB+CD}{2}(2+\sqrt{3})r$

$BC = AD = \frac{(2+\sqrt{3})r}{\sin\alpha}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

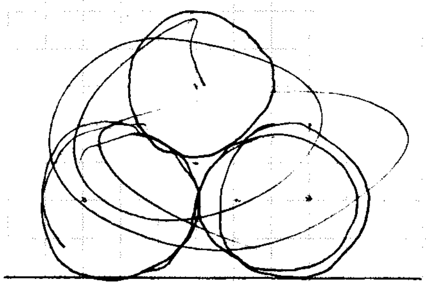
Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

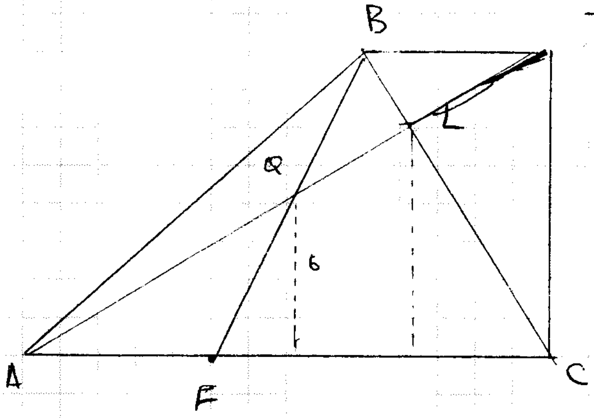
$AD + BC = 12 + AB + CD$



$\sin\alpha = \frac{h}{BC}$ $\quad \frac{AB+CD}{2} = \frac{AD+BC-12}{2}$

$\sin\alpha =$





$\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}} = \frac{5}{72}$

$104 - 45 = 59$

$58 + 45 = 103$

выбрали x, нельзя $x + 45n$, $n \in Z$

выбираем x

$181 - 45 = 136$

$181 - 135 = 46$ $\quad 142 - 45 = 97$ $\quad 142 - 90 = 52$

⑦ выбирает из [46; 90] – 47, ⇒ сразу нельзя!

$142 - 45 = 97$ $\quad 142 + 45 = 187$

~~2, 93, 138~~

из [181; 225]

нужно выбрать наименьшие числа!

$143 - 45 = 98$

181 182 183 184 185 186. ⇒ нельзя брать!

136 137 138 139 140 141

$45 \times 5 = 225$ каждый раз делаем

~~из~~ [136; 180] ~~выбирать: нельзя брать.~~

C (36 + 6) 142; 143; 144; 145; 146; 147, ⇒ нельзя брать!

$X = X - 45n + 1$

91; 92; 93; 94; 95; 96; 97 и так же 98, 99, 100, 101, 102, 103

$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \ldots \quad x_{45}$ $\quad$ ~~x_{44}~~ =

взяли 104, 105, 106, 107, 108, 109.

$x_1 + 45 \quad x_2 + 45 \quad x_3 + 45 \ldots x_{45} + x_5$

46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57,

$104 - 12 = 92 + 12$ C

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \dfrac{\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)}{2}$

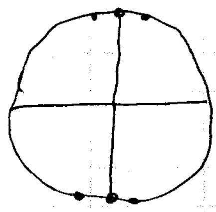
$2\sin 10x + \sin 2x - 2(\sin(-4x) + \sin(10x)) = \sin 2x + \sin 4x = 0$

$\sin 2x(1 + 2\cos 2x) = 0$

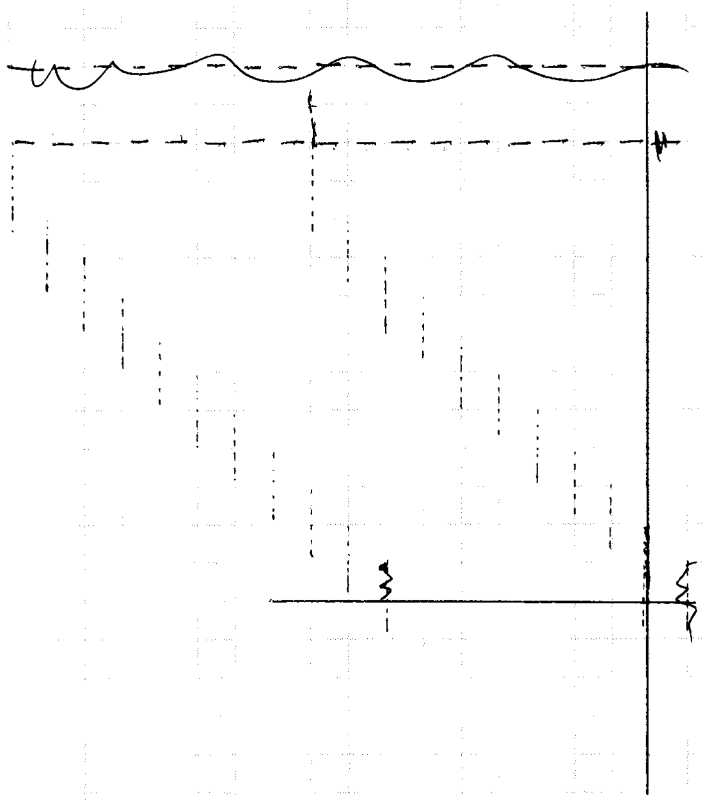
$\sin 2x = 0 \qquad \cos 2x = -\frac{1}{2}$

$2x = \pi n \qquad 2x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n.$

$x = \frac{\pi}{2}n \qquad x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi n.$



(3)



Выбираем: есть возм. располо-жить 8 восьмёрок подряд 10 ~~одиннадцатью~~ способами, затем, на оставшихся девяти штуках выбираем из 0, 7, 8:

$C_n^m = \dfrac{n+m-1}{(n-1)m}$

варианты комб для 0, 7, 8:

0, 7, 8.
0, 8, 7.
8, 0, 7.
8, 7, 0
7, 0, 8.
7, 8, 0

На каждую шесть вариантов

это можно выбрать ещё 3 способами.

$\frac{0\ 503}{9}$

415, 25, 350, 64, 326, 163, 223, 142, 181

5135, 25, 450, 64, 426, 163, 323, 142, 181

$4\cos 2x + 1 =$

$4(2\cos^2 x - 1) + 1 = 0$

$8\cos^2 x - 4 + 1 = 0$

$\cos^2 x = \frac{3}{8}$

③

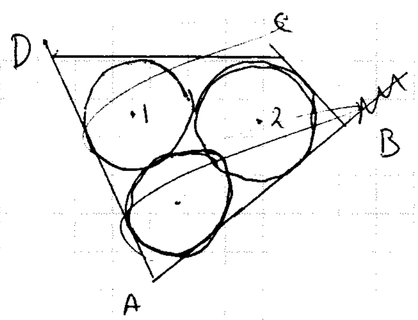
$\cancel{\ell = 37}$ $\quad 4^5 = \quad 64 \cdot 4 = 256$

10 вариантов расположить семь цифр „8" подряд.
для каждого такого варианта нужно определить кол-во комбинаций из цифр 0, 7 на 10 позициях, чтобы хотя бы одна из них получилась.
нельзя: 10 нулей, 10 семёрок ⇒ −2 комбинации
Всего комбинаций:

$C^{10}_{2(\text{повт})} = \frac{\cancel{(10+2-1)!}}{2!\,10!}$

$\cancel{\frac{11!}{10!}}$

④



$(\sqrt{x+7} - x - 1)(x + 4 - \sqrt{x+7} + x) \geq 0$

$(2x + 4 - \sqrt{x+7})$

~~Нули~~: нули:

1) $\sqrt{x+7} = x+1$

$\begin{cases} x+7 = x^2+2x+1 \\ x > -1 \\ x > -7 \end{cases}$ $\quad x^2 + x - 6 = 0$

$\cancel{D = 1+32 = 33}$ $\quad x = -3$

$\cancel{x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{2}}$ $\quad x = 2.$

$\cancel{x = \frac{-1+\sqrt{33}}{2}}$

$-\quad -\quad +\quad -$

$-4 \quad -3 \quad -\frac{3}{2} \quad 2 \quad \cancel{\frac{1+\sqrt{33}}{2}}$

$x = -3{,}5$

$(\sqrt{3{,}5} + 3{,}5 - 1)(4{,}5$

⑤

$\log_{\sqrt{x+7} - x}(x+4) \geq 1$

$\log_f h - \log_f g \vee 0 \sim$

$(f-1)(h-g) \vee 0$

$\log_f h - \log_f f \vee 0 \sim$

$(f-1)(h-f)$

$16 \times 9 = 144$

2) $2x + 4 = \sqrt{x+7}$

$4x^2 + 16x + 16 = x + 7$

$4x^2 + 15x + 9 = 0$

$D = 225 - 144 = 81$ $\quad 225 - 144 = 81$

$\begin{cases} x = \frac{-15 \pm 9}{4} \\ x > -7 \\ x > -2 \end{cases}$ $\quad x = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$

$-\frac{24}{8} = -3$

$x = 9$

$(4 - 9 - 1)(9 + 4 - 4 + 9)$

< 0

$\cancel{x = 9}$

$3 \; \cancel{2} - 1$

$x = 0$:

$(\sqrt{7} - 1)(4 - \sqrt{7}) > 0$

$x = -2!$

$(\sqrt{5} + 2 - 1)(\cancel{2+4}\; 2 - \sqrt{5}) < 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

12 - 003

ШИФР

(заполняется секретарём)

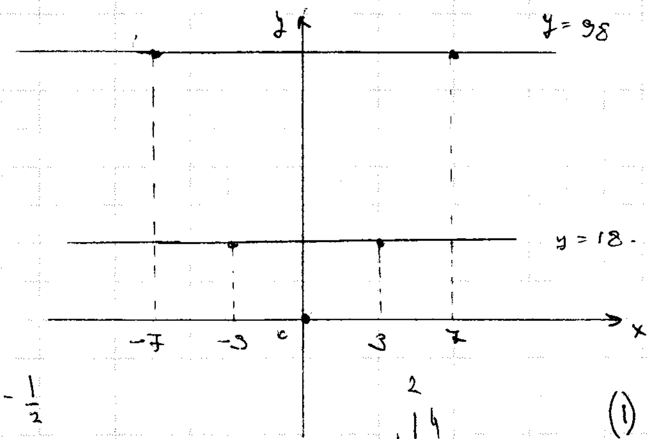
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $y = 2x^2$

$y = 98$

$y = 18$

$y = a$



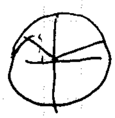
$2x^2 = 18$

$x = \pm 3$

$2x^2 = 98$

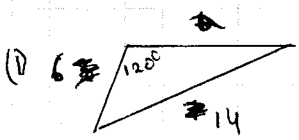
$x = \pm 7$

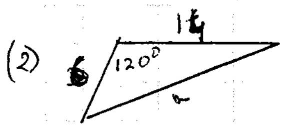
$\times \begin{array}{r}14\\14\\\hline 56\\+14\end{array}$



$\cos 120 = -\frac{1}{2}$

$\times \begin{array}{r}14\\6\\\hline 84\end{array}$





(1): $14^2 = 36 + a^2 - 2 \cdot a \cdot 6 \cdot \cos 120^0$

$196 = 36 + a^2 + 6a$

$160 = a^2 + 6a$

$a^2 + 6a - 160 = 0$

$a = -16$

$a = +10$

$160 = 40 \cdot 4$

$8 \cdot 5 \cdot 4$

$16 \cdot 10$

(2) $a^2 = 6^2 + 14^2 - 2 \cdot 6 \cdot 14 \cdot \cos(120^0)$

$a^2 = 36 + 196 + 14 \cdot 6$

$a^2 = 2 \cdot 158 = 4 \cdot 79$

$a = 2\sqrt{79}$

$\times \begin{array}{r}14\\14\\\hline 56\\+14\\\hline 196\end{array}$

$\times \begin{array}{r}14\\6\\\hline 84\end{array}$

$\times \begin{array}{r}16\\16\end{array}$

$+\begin{array}{r}196\\36\\\hline 232\end{array}$ $+\begin{array}{r}232\\84\\\hline 316\end{array}$

$+\begin{array}{r}190\\30\\+12\\\hline\end{array}$ $+\begin{array}{r}232\\84\\\hline 316\end{array}$

$+\begin{array}{r}196\\36\\\hline 232\end{array}$ $+\begin{array}{r}232\\84\\\hline 316\end{array}$

$316 : 4 = 79$; $316 : 2 = 158$; $158 : 2 = 79$

② $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

$\cos' x = -\sin x$.

$g'(x) = (\sin 3x \sin 7x)' - (\sin^2 x)' + (\cos^2 5x)'$

$g'(x) = (\sin 3x)' \cdot \sin 7x + (\sin 7x)'(\sin 3x) - (\sin^2 x)' + (\cos^2 5x)'$

$g'(x) = \cos 3x \cdot 3 \sin 7x + \cos 7x \cdot 7 \cdot \sin 3x - (2 \sin x \cdot \cos x) + (2 \cos 5x \cdot -\sin 5x \cdot 5)$

$3 \sin 7x \cos 3x + 7 \sin 3x \cos 7x - \sin 2x - 5 \sin 10x$.

$\cancel{3 \sin 7x}$ $3 \sin 10x + 4 \sin 3x \cos 7x - \sin 2x - 5 \sin 10x = 0$

$2 \sin 10x + \sin 2x - 4 \sin 3x \cos 7x = 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ОДЗ к 5:

$x+4>0 \quad x>-4$

$x+7 \geq 0 \quad x \geq -7$

$\sqrt{x+7} - x \neq 1$

$\sqrt{x+7} \neq 1+x.$

$x+7 = x^2+2x+1$

$x \neq -2; -3.$

$x \in (-4; +\infty) / \{+2; -3\}$

(1) $\sqrt{x+7} = x+1$

$x+7 = x^2+2x+1$

$x^2+x-6=0$

$x=-3$

$x=2.$

$\cancel{x \geq -1}$

(2) $\sqrt{x+7} = 2x+4$

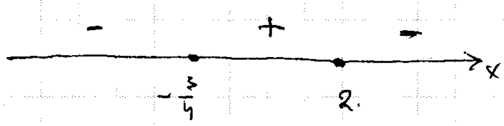
$x+7 = 4(x^2+4x+4)$

$4x^2+15x+9=0$

$D=81$

$x = \frac{-15 \pm 9}{8} = -\frac{24}{8} = -3$

$-\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$



$x>-2.$

$(\sqrt{x+7}-x-1)(x+4-\sqrt{x+7}+x)$

$x=9 \quad (4-9-1)(13-4+9) < 0$

$x=0$

$(\sqrt{7}-1)(4-\sqrt{7}) > 0$

$x=-3:$

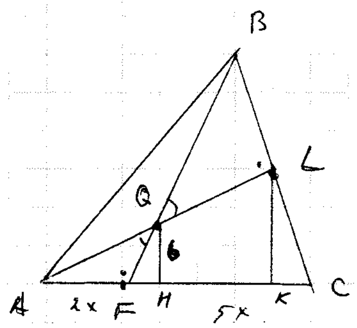
$(2+3-1)(1-2-3) < 0$

$x=-1: (\sqrt{6})(2-\sqrt{6})$

$\sqrt{x+7} - x > 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<0 \\ x \geq -7. \end{cases} \\ \begin{cases} x>0 \\ x+7-x^2>0 \end{cases} \end{array}\right.$$

(6)



$\frac{S\,BQL}{S\,BAC} = \frac{5}{12.}$

$\left(\frac{QL}{AF}\right)^2 = \frac{5}{12.}$

$\left(\frac{AQ}{QB}\right)^2 = \frac{5}{12}$

$\frac{QL^2}{4x^2} = \frac{5}{12}$

$QL = \sqrt{\frac{5}{3}}x.$