МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1 ШИФР 15-028

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Заметим, что при $y=n$, $x=\pm\sqrt{\frac{n}{2}}$ =>

=> длина отрезка – $\left|\sqrt{\frac{n}{2}}+\sqrt{\frac{n}{2}}\right| = 2\sqrt{\frac{n}{2}}=\sqrt{2n}$ =>

=> $y=98$, длина отрезка $=14$

$y=18$, длина отрезка $=6$

$y=a$, длина отрезка $=\sqrt{2a}$

Известно, что против большего угла в треугольнике лежит больший катет => => сторона, противолежащая углу $120°$ – либо $\sqrt{2a}$, либо 14. По т. косинусов возможны 2 случая

$2a = 14^2+36+14\cdot 6 = 196+36+84 = 316 \Rightarrow a=158$

$196 = 36+2a+6\sqrt{2a}$

$2a+6\sqrt{2a}-160=0$

$2a = \frac{-6\pm\sqrt{36+640}}{2} = \frac{-6\pm 26}{2} = 10$, т.к. $a>0 \Rightarrow a=5$

Ответ: при $a=158;\ 5$

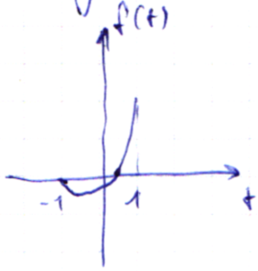
№2

$g(x) = \sin 3x\cdot\sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4 =$

$= \frac{\cos 4x \cancel{- \cos 10x} \cancel{-1} + \cos 2x \cancel{+ \cos 10x + 1}}{2} + 4 =$

$= \frac{2\cos^2 2x + \cancel{2}\cos 2x - 1}{2} + 4$

Пусть $f(t) = 2t^2 + t - 1$, где $t \in [-1; 1]$



$f(t) = 0 \Rightarrow t = -1; \frac{1}{2}$

$\Rightarrow f(t)_{min}$ при $t = t_б = -\frac{1}{4}$

$f(t)_{max}$ при $t = 1$

$$g(t) = \frac{2t^2 + t - 1}{2} + 4$$

$$g(t)_{min} = \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1}{2} + 4 = 3\frac{7}{16} = g(x)_{min}$$

$$g(t)_{max} = \frac{2+1-1}{2} + 4 = 5 = g(x)_{max}$$

Ответ: $g(x)_{min} = 3\frac{7}{16}$

$g(x)_{max} = 5$

№3

Заменим семь подряд идущих восьмерок на a, таким образом получим 11-ти значное число, ~~одна~~ ровно одна из цифр которого $- a$, а остальные либо 0, либо 7. Заметим, что на первом месте не может стоять 0. Пусть стоит 7, тогда всего способов такой расстановки $- 10 \cdot 2^9$, т.к. 10 вариантов для a и 2^9 для остальных 9-ти позиций. Пусть первая $- a$, тогда вариантов $2^{10} \Rightarrow$ всего $10 \cdot 2^9 + 2^{10} = 6 \cdot 2^{10}$

Ответ: $6 \cdot 2^{10}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

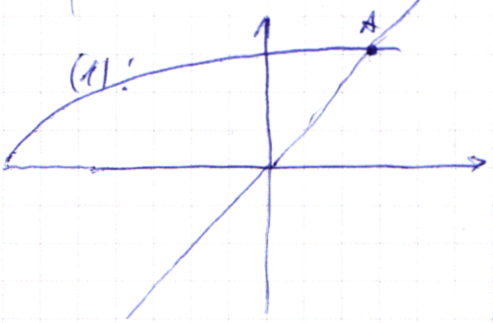
Страница № 2 (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1 \\ \sqrt{x+7}-x > 0 \quad (1) \\ \sqrt{x+7}-x \neq 1 \quad (2) \\ x+4 > 0 \quad (3) \end{cases}$$

(1):



Найдем т. A

$\cancel{x+7}$ $x^2 - x - 7 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2} \Rightarrow x_A = \frac{1+\sqrt{29}}{2}$, т.к. $x_A > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in \left[-7; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

(2): $x^2 + x - 6 = 0$

$x = \frac{-1 \pm 5}{2} = -3; 2$

(3) $x > -4$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1 \quad (4) \\ x \neq -3; 2 \\ x \in \left(-4; \frac{1+\sqrt{29}}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow$$

(4): $\ln(x+4) \geq \ln(\sqrt{x+7}-x)$

$$\begin{cases} \ln \frac{x+4}{\sqrt{x+7}-x} \geq 0 \\ x \neq -3; 2 \\ x \in (-4; \frac{1+\sqrt{29}}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+4 \geq \sqrt{x+7}-x \quad (5) \\ x \neq -3; 2 \\ x \in (-4; \frac{1+\sqrt{29}}{2}) \end{cases}$$

(5): $4x^2+15x+9 \geq 0$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{225-144}}{8} = \frac{-15 \pm 9}{8} = -\frac{3}{4}; -3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -3] \cup [-\tfrac{3}{4}; +\infty)$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -3] \cup [-\frac{3}{4}; +\infty) \\ x \neq -3; 2 \\ x \in (-4; \frac{1+\sqrt{29}}{2}) \end{cases} \Rightarrow x \in (-4; -3) \cup [-\tfrac{3}{4}; 2) \cup$$

$$\cup (2; \tfrac{1+\sqrt{29}}{2})$$

Ответ: $x \in (-4; -3) \cup [-\frac{3}{4}; 2) \cup (2; \frac{1+\sqrt{29}}{2})$

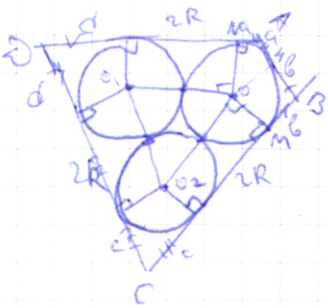
№7

Изобразим все числа тильнежкно на числовой прямой, разобьем их на 5 групп и в каждой группе пронумеруем числа от 1 до 45. Заметим, что если группы назвать 0; 1; 2; 3; 4, то значение какого-либо числа будет $45 \cdot k + n$, где k – номер группы, а n – номер в группе, т.к. из каждой группы берется по 6 чисел, то сумма всех чисел будет $6(0+45+90+135+180)+$ $+n_1+n_2+\ldots+n_{30}$. Т.к. разность ~~чисел~~ любых двух чисел $\vdots\, 45 \Rightarrow$ все числа ~~имеют~~ разный номер в своей группе. Так же

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

можно заметить, что итоговая сумма зависит от суммы $n_1 + \dots + n_{30}$, а т.к. они все должны быть различны и минимальны, то $n_1 = 1$, $n_2 = 2$ ... $n_{30} = 30$ =>
=> общая сумма будет равна
$6(0+45+90+135+180) + 15 \cdot 31 = 2700 + 465 = 3165$
Ответ: 3165

№4



т.к. известно, что прямая, соединяющая ц. окружностей проходит через т. их касания, то можно заметить, что центры окружностей образуют равносторонний Δ, т.к. стороны 4-ех угольника - касательные, то равенство $AD+BC-AB-CD=12$ можно записать иначе
$a+2R+d+b+2R+c-a-b-d-2R-c=12$ =>
=> $R=6$, т.е. сразу находится R.
~~Ушл~~ Т.к. попарные радиусы окружностей образу-

так прямоугольники, то в окружности ω_3 мы знаем углы $60°; 90°; 90°$, мы можем найти $\angle MON = 120° \Rightarrow \angle AOB = 60°$, т.к. $\triangle AOM = \triangle AOH$, $\triangle BOH = \triangle BON$

Рассмотрим $\triangle ABO$

$$S_{ABO} = \frac{1}{2} AO \cdot BO \cdot \sin 60 = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot R$$

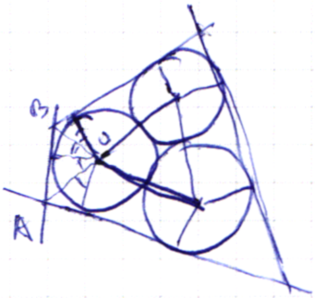
$$\frac{58\sqrt{3}}{2} = 6AB \Rightarrow AB = \frac{29}{6}\sqrt{3}$$

Ответ: а) $R = 6$

б) $\angle AOB = 60°$

в) $AB = \frac{29}{6}\sqrt{3}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)



$r=12$

$AO \cdot BO = 58$

$\frac{1}{2} BO \cdot AO \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{1}{2} AB \cdot R$

$\frac{\cancel{58}^{29} \cdot \sqrt{3}}{\cancel{2} \cdot 6} = AB$

$AB = \frac{29\sqrt{3}}{6}$

$AO^2 = R^2 + AM^2$

$BO^2 = 12^2 + BM^2$

$\sqrt{AO^2 - 12^2} + \sqrt{BO^2 - 12^2} = AB$

$AO^2 + BO^2 - 58 = AB^2 = (AM + BM)^2$

$AO^2 + BO^2 - 58 = AO^2 + BO^2 - 2 \cdot 12^2$

$AO^2 + BO^2$

☐ черновик ☐ чистовик

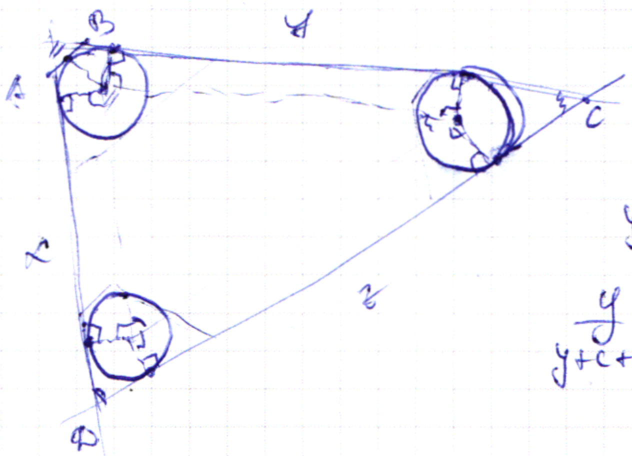
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

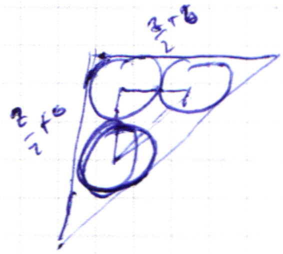
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

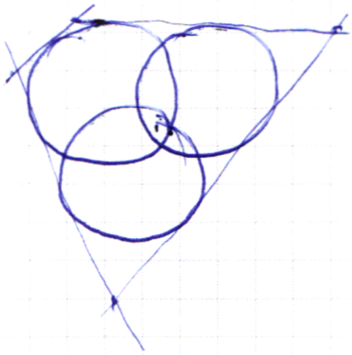
$x + y - z = 12$



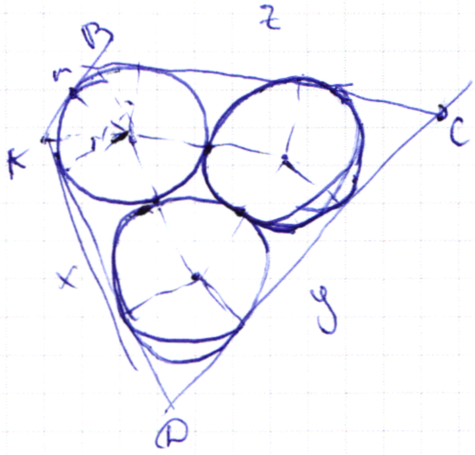
$y + a + \cancel{c} + x + a + \cancel{d} - z - \cancel{d} - \cancel{c} = 12 + 2a$

$\frac{y}{y+c+a} = \frac{12}{12+2a}$





$BM = \frac{BO}{2} + \frac{AO}{2}$



$AO = \frac{5B}{BO}$

$AO^2 - 12^2$

$\angle AOB = 60^\circ$

$a + x + d + b + z + c - a - b - d - c - y =$

$= x + z - y = 12$

$x = y = z$

$\ln(x+4) \geq \ln(\sqrt{x+7} - x)$

$x+7 = x^2 + 4x + 4 - 6 = 0$ $\quad x = \frac{-1 \pm 5}{2} = -3;\ 2$

$\begin{cases} \frac{x+4}{\sqrt{x+7} - x} \geq 1 \\ x \in (-4;\ \frac{1+\sqrt{29}}{2}) \\ \sqrt{x+7} - x \neq 1 \end{cases}$

$36 \cdot 4 = 144$

$2x + 4 \geq \sqrt{x+7}$

$15^2 - 12^2 = 3 \cdot 27 = 81$

$4x^2 + 15x + 9 \geq 0$

$x = \frac{-15 \pm \sqrt{225 - 144}}{8} =$

$81 - 15 = 66$

$\frac{2x + 4 - \sqrt{x+7}}{\sqrt{x+7} - x} \geq 0$

$= \frac{-15 \pm 81}{8} = \frac{66}{8};\ \frac{96}{8}$ $\quad 6$

$\cancel{(2x+4)^2 - 2(2x}$

$\frac{33}{4};\ 12$

$\cancel{\frac{12}{8}}$

$\begin{cases} x \neq -3;\ 2 \\ x \in (-4;\ \frac{1+\sqrt{29}}{2}) \\ x \in (\frac{33}{4};\ 12) \end{cases}$

$\log_2 2 + \log_2 8 = \log_2 16$

$\log_2 8 - \log_2 2 = \log_2 4$

$225 - 144 = 81$

$\ln \frac{x+4}{\sqrt{x+7} - x} \geq 0$

$2x + 4 \geq \sqrt{x+7}$

$\frac{x+4}{\sqrt{x+7} - x} \geq 1$

-15

$4x^2 + 15x + 9 \geq 0$

$\frac{28}{4}$

$x = \frac{-15 \pm 9}{8} = -\frac{3}{4};\ -3$

$\boxed{x \in [-3;\ -\frac{3}{4}]}$

$\frac{18}{4}$

$\frac{3}{4}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-028

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1$

$\sqrt{x+7}-x \neq 1$

$\sqrt{x+7}-x>0$

$\sqrt{x+7}>x$

$x+7>0$

$0>x^2-x-7$

$x=\frac{1\pm\sqrt{29}}{2}$

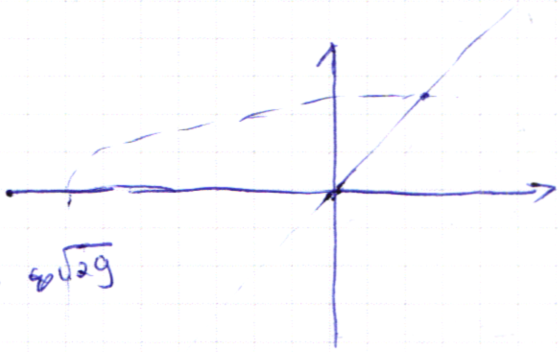
$x\in\left[\frac{1-\sqrt{29}}{2};\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$x\in\left[-7;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$x+4>0$

$x\in\left(-4;\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)$

$\log\frac{x+4}{\sqrt{x+7}-x}\geq 0$



$x\sqrt{5}>8\sqrt{29}$

$7<$

$\frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$\sqrt{\frac{15+\sqrt{29}}{2}} = \frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$\frac{30+\sqrt{29}}{4} = \frac{30+2\sqrt{29}}{4}$

$\frac{\ln(x+4)}{\ln(\sqrt{x+7}-x)}$

$\ln(x+4)\geq\ln$

$\log_a b = c$

$a^c = b$

$\log_2 8 = 3$

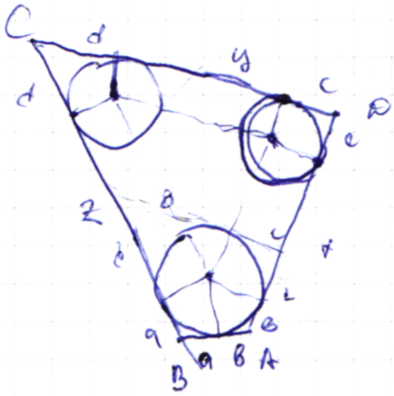
$2^3=8$

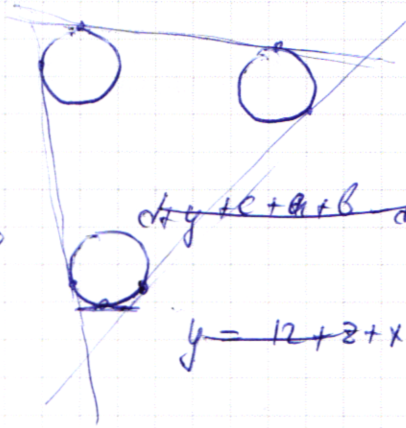
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)





$\cancel{d+y+c+a+b}-d-a-b-c-z-x=12$

$\cancel{y=12+z+x}$

$\cancel{y=12+z+x}$

$\cancel{b+x+c+a+z+d-a-b-d-c}-y=12$

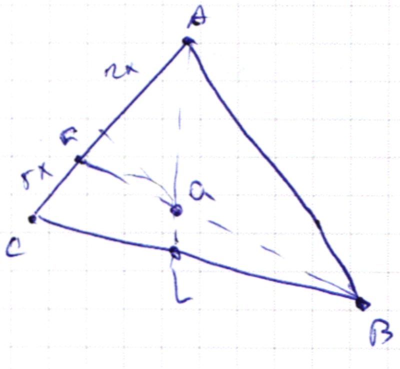
$x+z-y=12$

$\frac{b+c}{\sin\alpha}=2R=\frac{a+d}{\sin\beta}$

$\frac{h_1\cdot QL}{\cancel{h\cdot 7x}}=\frac{35}{12}xh$

$S_{BQL}=\frac{5}{12}S_{ABC}$

$\frac{S_{BQC}}{S_{BAC}}=\frac{5}{12}$



$QH_{BQ}=6$

$S_{AFQ}=6x$

$S_{QFC}=15x$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}h\cdot 7x$

$S_{FBC}=\frac{1}{2}h\cdot 5x$

$S_{FBC}=\frac{5}{7}S_{ABC}=\frac{25}{35}S_{ABC}$

$S_{FBC}=\frac{12}{7}S_{BQL}$

$S_{FQLC}=\frac{5}{7}S_{BQL}$

$S_{ABC}=\frac{12}{5}S_{BQL}=\frac{84}{35}S_{BQL}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

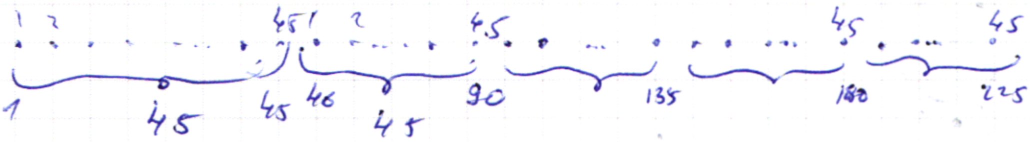
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-028

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1	2	3	4	5
a	b	c	d	e
0	45	90	135	180

$450 \times 6 = 2700$

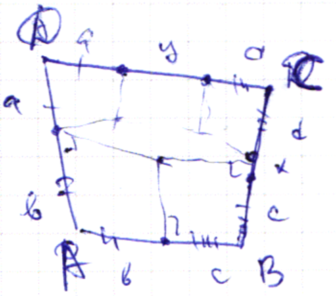
~~3·45~~ + 3

$3(0+45+90+135+180) + 1 .. + 30 =$

$= 3(0+45+90+135+180) + 15 \cdot 31 =$

$= 3(45+90+135+155+180) = 3 \cdot 605 = \boxed{1815}$

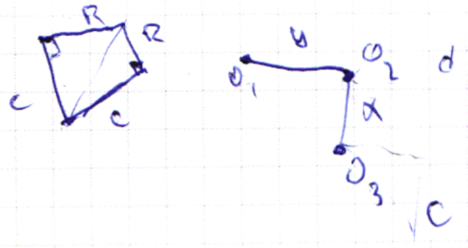
$31 \times 15 = 155$, 31; 465; $2700 + 465 = 3165$



$AD + BC - AB - CD = 12$

$a + b + d + c + x - b - c - a - d - y =$
$= 12$

$x - y = 12$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

14

6

$2\sqrt{\frac{a}{2}}$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ \times 6 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ +120 \\ \hline 316 \end{array}$$

$2a = 14^2 + 6^2 + 14 \cdot 6$

$196 + 36 + 84$

$\boxed{a = 158}$

$$\begin{array}{r} 160 \\ \times 4 \\ \hline 640 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ 13 \\ \hline 676 \end{array}$$

$196 = 36 + 2a + 6\sqrt{\frac{2a}{4}}$

$2a + 6\sqrt{2a} - 160 = 0$

$a + 3\sqrt{2a} - 80 = 0$

$2a + 6\sqrt{2a} - 160 = 0$

$2a = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 640}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{9 + 160}}{2} = \frac{-6 \pm 26}{2} =$

$= 10$

$\boxed{a = 5}$

черновик ☑ чистовик ☐ (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

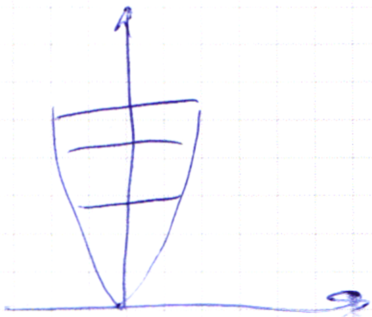
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-028

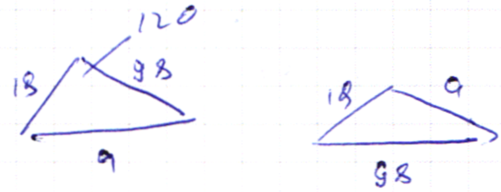
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



угол в 120° либо 98 либо 9



$a^2 = 18^2 + 98^2 + \cancel{2} \cdot 18 \cdot 98 \cdot \cancel{\cos 120}$

98 | 2
49 | 7
7 | 7

$3^2 \cdot 2$

~~$a^2 = 324 +$~~

$a^2 = 4(9^2 + 49^2 + 9 \cdot 49)$

$18 \times 18 = 324$

98×98, $49 \times 49 = 2401$

$81 + 2401 + 441$

81

$9 \cdot 49$

$49 \times 9 = 441$

$2401 + 441 + 81 = 2923$

~~$a^2 = 4 \cdot 2923$~~

$x^2 = 49$

$x = \pm 7 \Rightarrow$ отрезок $- 14$

$x^2 = 9 \Rightarrow$ отрезок $- 6$

$x = \pm 3$

$x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow$ отрезок $- 2\sqrt{\frac{9}{2}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{9}{2}}$

$\begin{array}{r} 110 \\ -45 \\ \hline 65 \end{array}$

заменим 7 подряд восьмерок на один элемент, останется 11 мест, восьмерки можно расставить

$C_{11}^2 = \cancel{11!}\ \frac{11 \cdot 10}{2} = 55$ способов

$\cancel{55 \cdot 2^{10}}$

0 _ _ _ _

$45 \cdot 2^9$

$55 \cdot 2^{10} - \ldots =$

$= 65 \cdot 2^9$

7 _ _ _ _ _ _ _ . . .

$C_{10}^2 = 45 \cdot 2^9 + 2^{10} = 47 \cdot 2^9$

8..8 _ _ _ _ _ _

$\underbrace{9\ \_\ \_\ \ldots\ \_}_{10}$

$45 \cdot 2^{10}$

$\frac{10!}{8!\,2} = 5 \cdot 9$

$\cancel{C_{11}^2 = \frac{11!}{9!\,2} \cdot 55 \cdot 2^{10}} = 110 \cdot 2^9$

7 $45 \cdot 2^9$

0 $45 \cdot 2^9$

9 2^{10}

$92 \cdot 2^9$

$11 \cdot 2^{10}$

7 $10 \cdot 2^9$

0 $10 \cdot 2^9$

9 2^{10}

$\boxed{6 \cdot 2^{10}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-028

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$-\ \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\dfrac{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)}{2} = \sin\alpha\sin\beta$

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \Rightarrow$

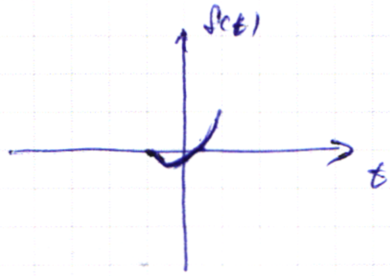
$\Rightarrow \cos^2 x = \dfrac{\cos 2x + 1}{2}$

$\dfrac{\cos 4x - \cancel{\cos 10x} - \cancel{1} + \cos 2x \cancel{\pm \cos 10x + 1}}{2} + 4 =$

$\frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8}$

$= \dfrac{2\cos^2 2x + \cos 2x - 1}{2} + 4$

$2t^2 + t - 1$



$t_в = \frac{-1}{4}$

$t = \dfrac{-1 \pm \sqrt{9}}{4} = -1;\ \frac{1}{2}$

$t_{min} = -\frac{1}{4}$ $g_{min}(x) = -\frac{9}{8}$

$t_{max} = 1$ $g(x)_{max} = 5$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)