

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО  
МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2

ШИФР

13-013

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола  $y = x^2$  пересекает прямые  $y = 169$ ,  $y = 64$  и  $y = a$ , высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра  $a$  из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом  $120^\circ$ ?
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$ .
3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.
4. Дан четырёхугольник  $ABCD$ . Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$ , причём  $\omega_1$  касается сторон  $AD$  и  $DC$ ,  $\omega_2$  касается сторон  $DC$  и  $CB$ , а  $\omega_3$  касается сторон  $CB$ ,  $BA$  и  $AD$ .
  - а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что  $AD + BC - AB - CD = 10$ .
  - б) Найдите угол  $AOB$ , где  $O$  – центр окружности  $\omega_3$ .
  - в) Пусть дополнительно известно, что  $AO \cdot BO = 42$ . Найдите  $AB$ .
5. Решите неравенство  $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$ .
6. Точки  $F$  и  $L$  лежат на сторонах  $AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно, причём  $AF : FC = 3 : 4$ . Отрезки  $BF$  и  $AL$  пересекаются в точке  $Q$ ; площади треугольников  $BQL$  и  $BAC$  относятся как  $1 : 16$ . Найдите расстояние от точки  $L$  до прямой  $AC$ , если расстояние от точки  $Q$  до прямой  $AC$  равно 9.
7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка  $[1; 35]$ ,  $[36; 70]$ ,  $[71; 105]$ ,  $[106; 140]$ ,  $[141; 175]$ . Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$C^2 = 16^2 + 26^2 + \cancel{4 \cdot 16 \cdot 26} + 16 \cdot 26$$

3

$$C^2 = \cancel{16 \cdot 16} + \cancel{26 \cdot 26}$$

$$\cancel{272} + \cancel{702} = 974$$

$$\begin{array}{r} 676 \\ \times 16 \\ \hline 4096 \\ + 4096 \\ \hline 10976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 676 \\ \times 26 \\ \hline 4096 \\ + 1352 \\ \hline 17648 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 16 \\ \hline 112 \\ + 16 \\ \hline 272 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 27 \\ \hline 182 \\ + 52 \\ \hline 702 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 32 \\ 32 \\ \hline 1024 \end{array}$$

$$= 676 + 416^2 = 932 + 416^2 = 1348$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 26 \\ \hline 96 \\ + 32 \\ \hline 416 \end{array}$$

$$2 \sqrt{337}$$

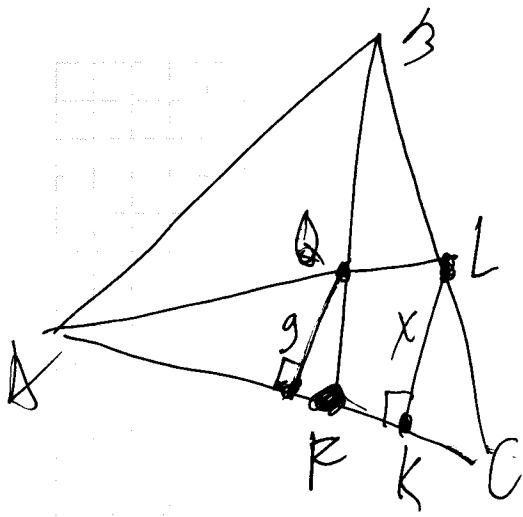
$$2 \sqrt{337}$$

$$\sqrt{1348} \approx 36.7$$

$$337$$

$$\begin{array}{r} 272 \\ + 702 \\ \hline 974 \end{array}$$

Ответ: 337; 49



$$\frac{S_{BQL}}{S_{BAC}} = \frac{1}{16}$$

LK = ?

5 5 5 5 5 5 ...

$C_2^{12}$  и  $S_2$  и  $S_3$  и  $S_4$  и  $S_5$

		+35		-35
1	37	73	109	145
6	<del>32</del>	<del>78</del>	<del>110</del>	<del>145</del>
		120	120	180
			+120	+180 = 390

$$5 \sin 4x - 7 \cos 5x / \sin 4x \cdot \cos 5x + \sin 5x = \sin 9x$$

$$\cos 9x = \cos 5x \cdot \cos 4x - \sin 5x \cdot \sin 4x$$

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

	+ 35		365		365+390+415+440+465 = 1675
5	39	73		207	141
			390		150
7	41	78		114	
			415		155
11	47	83		119	
			440		160
16	52	88		124	
			465		165
21	58	93		129	

$155 - 35 = 120$	$119 - 35 = 84$	$16 + 35 = 51$	$160 - 140 = 20$
$185 - 40 = 145$	$119$	$52 + 35 = 87$	$21 + 35 = 56$
$155 - 105 = 50$		$88 + 35 = 123$	$37 + 35 = 72$
$185 - 140 = 45$		$124 + 35 = 159$	$93 + 35 = 128$
			$129 + 35 = 164$

~~36~~  
~~58~~

555555

$2^{12} - 2$

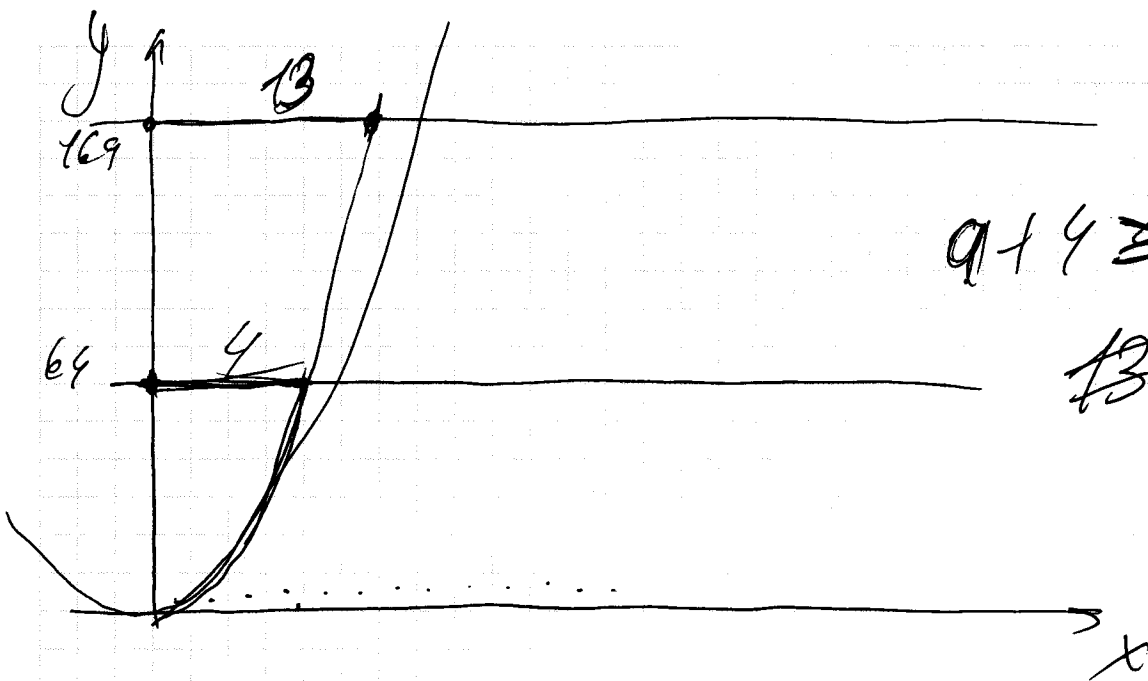
$2044 \cdot 12 = 24564 + 4096 = 28660$

9555555

$2^{11} - 1$

$2044 \cdot 12 = 24564 + 4096 = 28660$   
 $(2^{11} - 1) \cdot 2 + 4096 - 2$

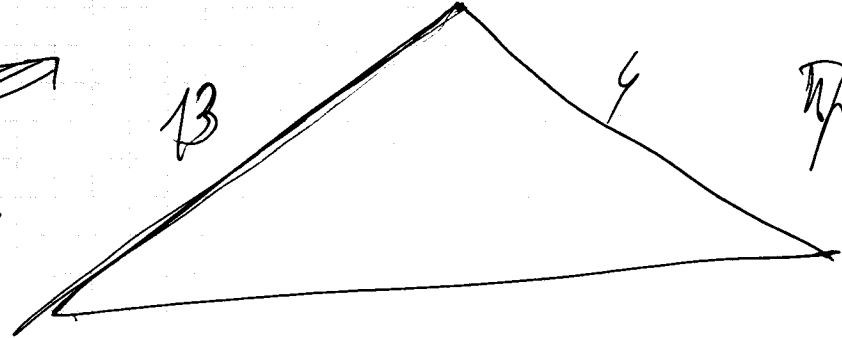
9555555



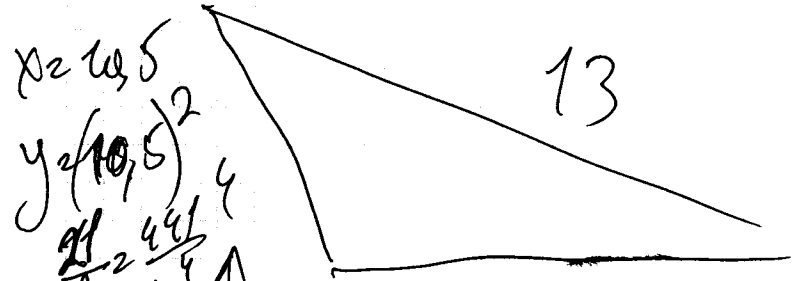
$$a + 4 \geq 13$$

$$13 \leq b \leq 14$$

$x^2 = 10,5$   
 ~~$x^2 = 10,5$~~   
 Объем  
 $Q = 10,5$   
 $a = \sqrt{234}$

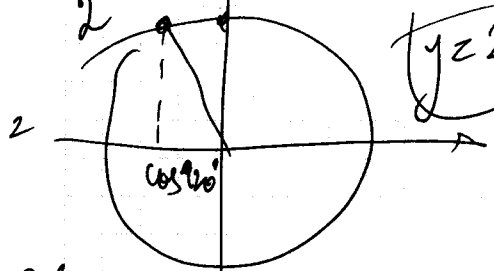


Проток разделяется  
 сторона реки  
 больше



$$13 \geq 4 + a$$

$$14 \geq a \geq 9$$



$$\cos^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$13^2 = 4^2 + a^2 - 2a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$a^2 + 4a - 153 = 0$$

$$D = 16 + 612 = 628$$

$$a_{1,2} = \frac{-4 \pm 25}{2}$$

$$a_1 = \frac{-2 - 25}{2}$$

не уч. постр. условия

$$a = \frac{169 + 16 + 8 \cdot 13}{2}$$

$$x = \frac{15,3}{4}$$

$$612 + 16$$

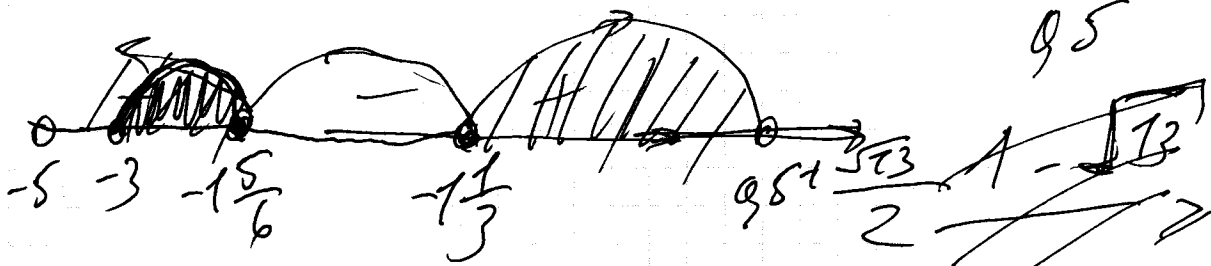
$$a = 185 + 52 = 234$$

$$a_2 = \frac{21}{2} = 10,5$$

$$a = \sqrt{234}$$

$$\frac{14}{11,9}$$

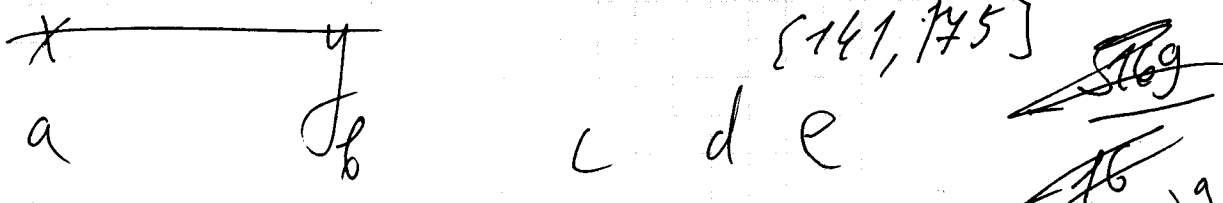
### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$X \in [-3; -\frac{15}{6}] \cup [-1\frac{1}{3}; 0.5 + \frac{5\sqrt{3}}{2}] \quad \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2} \geq -\frac{11}{6}$$

№7

$$[1; 35], [36; 70], [71; 105], [106; 140] \quad \frac{\sqrt{13}}{2} \geq -\frac{11}{6}$$



$$a - b \quad b - a \neq 35$$

$$b - a > 35$$

$$\text{или} \\ b - a < 35$$

$$b - 36 = 35 - a$$

$$b \geq a + 1$$

c2

$$\frac{169}{4} = \frac{192}{36}$$

[1; 35] ; [36; 70], [~~7~~ 105] [106; 140], [141; 175]

~~7~~ ~~5~~ ~~36~~ ~~39~~ 73 <sup>6+14=20</sup> 107 141

36 - 4 = 32

73 - 4 = 69

107 - 4 = 103

73 - 36 = 37

107 - 38 = 71

107 - 73 = 34

141 - 73 = 68

141 - 107 = 36

141 - 36 = 105

$\begin{array}{r} 114 \\ - 39 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 113 \\ - 38 \\ \hline 83 \end{array}$  114

$\begin{array}{r} 108 \\ - 39 \\ \hline 69 \end{array}$  112

5 + 39 + 73 + 107 + 141 =

(365) = 144

146  
147  
148  
149  
150

$\begin{array}{r} 109 \\ - 110 \\ \hline 111 \end{array}$

[1; 35], [36; 70], [71; 105], [106; 140], [141; 175]

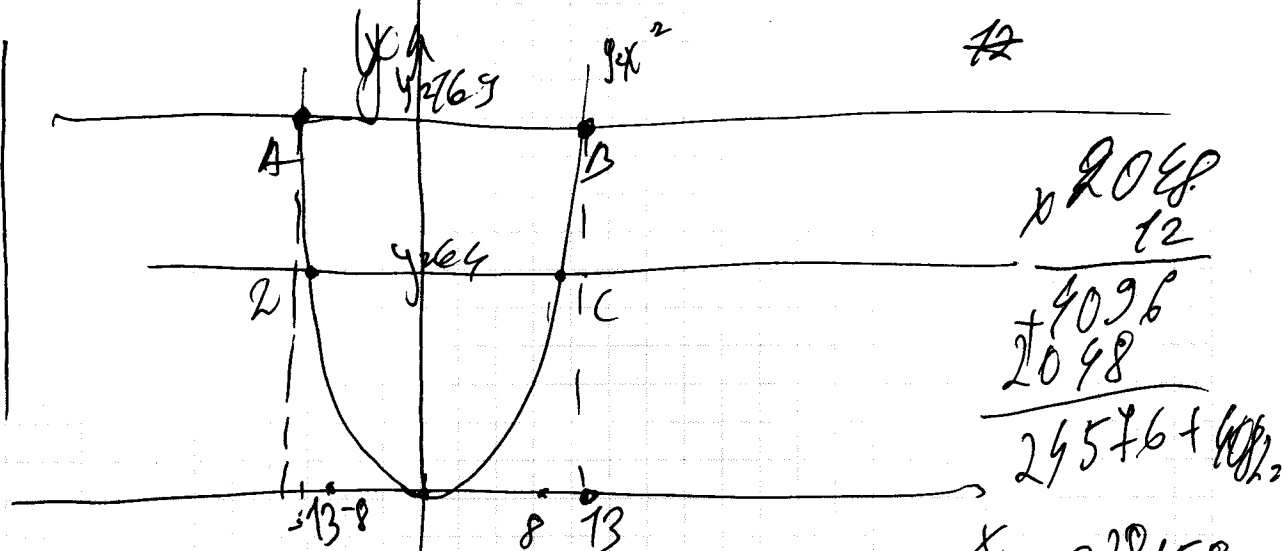
5 <sup>34</sup> 39 <sup>39</sup> 73 <sup>34</sup> 107 <sup>34</sup> 141  
~~7~~ ~~34~~ ~~41~~ ~~34~~ ~~78~~ 114 150  
 911 47 83 36 119 36 155

47+35=82 11+70=81 11+105=116 47+105=152 119+35=154 83+70=153  
 150-35=115 150+70=120 150-105=45 150-140=10 114+35=149 114-35=79  
 78+35=113 78-70=8 78+35=113 78+70=148 114-70=44  
 47+35=82 47+70=117 47+105=152 47+140=187 114-70=44  
 7+35=42 7+105=112 5+70=75 5+35=40 39+35=74 39-35=4  
 7+70=77 7+140=147 5+140=145 44+35=79 141-105=36  
 73+40=113 141-35=106 5+140=145 141+35=176 141-105=36  
 73+35=108 73-70=3 73+70=143 141-70=71



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)



$x = 2048$   
 $12$   
 $+ 4096$   
 $2048$   
 $\hline 29576 + 4096$   
 $x = 28658$

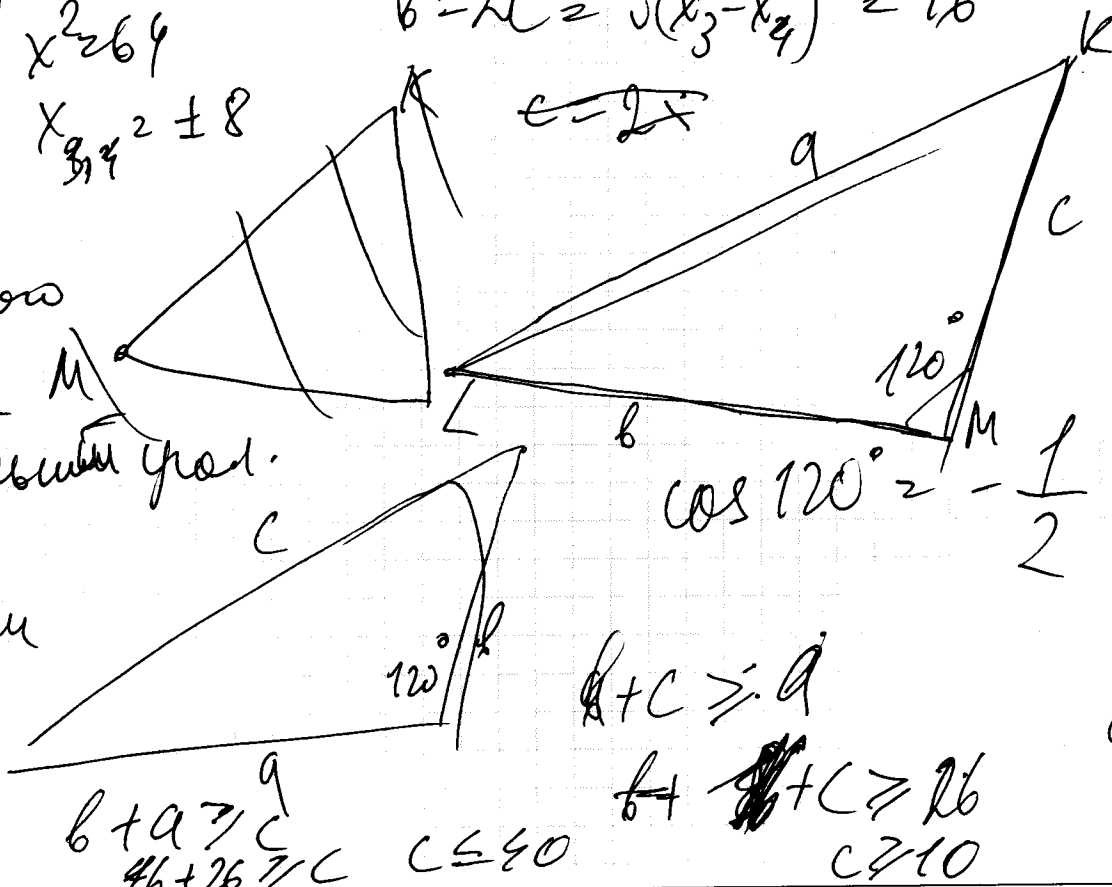
$y = x^2$   $x^2 = 169$   
 $x_{1,2} = \pm 13$

$a = AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = 26$

$y = x^2$   $y = 64$   
 $x^2 = 64$   
 $x_{3,4} = \pm 8$

$b = CD = \sqrt{(x_3 - x_4)^2} = 16$

Против  
большего  
угла  
лежит  
больший угол.



$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$

$b + c \geq a$

$b + a > c$   
 $c \geq 10$

$c \in [10; 40]$

$b + a > c$   
 $46 + 26 > c$   
 $c \leq 40$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha \quad \text{теорема косинусов.}$$

I вар.

~~$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$~~

$$II. \quad c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cdot \cos \alpha$$

I вар.

~~$$2b^2 = 16^2 + c^2 - 2 \cdot 16 \cdot c \cdot (-\frac{1}{2})$$~~

$$c^2 + 16c + (16^2 - 2b^2) = 0$$

$$D = 16^2 - 4(16^2 - 2b^2) = -3 \cdot 16^2 + 4 \cdot 2b^2 =$$

$$= -3 \cdot 2^8 + 2^4 \cdot 23^2 = 2^4(169 - 3 \cdot 16) =$$

$$= 16 \cdot 121 = \cancel{176 \cdot 11} = \cancel{1936}$$

$$= 4^2 \cdot 11^2 = 44^2$$

$$c_{1,2} = \frac{-16 \pm 44}{2}$$

$$c_1 = \frac{-60}{2} \text{ не угол } \text{желобово}$$

$$c_2 = 14$$

$$\frac{14}{\sin \alpha} = \frac{16}{\sin(60^\circ - \alpha)}$$

$$\frac{14}{\sin \alpha} = \frac{16}{2} \cdot \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha$$

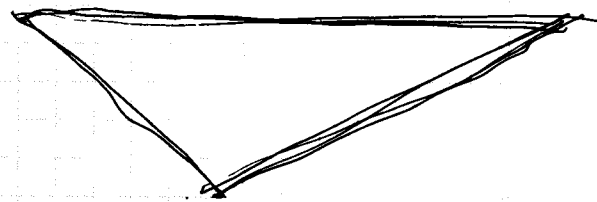
$$23(1 - \cos^2 \alpha) = 7\sqrt{3} \cos \alpha$$

$$23^2 + 23^2 \cos^2 \alpha = 49 \cdot 3 \cdot \cos^2 \alpha$$

$$16 \sin \alpha = 7\sqrt{3} \cos \alpha - 7 \sin \alpha$$

$$23 \sin \alpha = 7\sqrt{3} \cos \alpha$$

$$\begin{array}{r} \times 176 \\ 11 \\ \hline 176 \\ 176 \\ \hline 1936 \end{array}$$



$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x) \geq 0$$

(9)   
  $x+5 \geq 0$    
  $x \geq -5$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x} \frac{(x+5)}{\sqrt{x+3}-x} \geq 0$$

$$\sqrt{x+3}-x > 0$$

$$x+3 > 0$$

$$x > -3$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x} \frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x} = 0$$

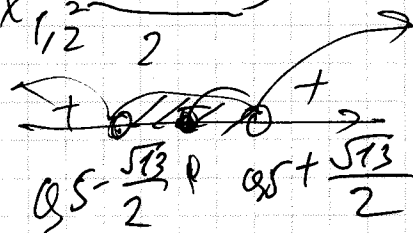
$$\frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x} \geq \frac{x+5}{1-x}$$

$$x+3 > x^2 \quad \text{или} \quad [x < 0]$$

$$x^2 - x - 3 < 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$



$$x+5 = \sqrt{x+3}-x$$

$$2x+5 = \sqrt{x+3}$$

$$4x^2 + 9x + 25 = x+3$$

$$4x^2 + 9x + 22 = 0$$

$$D = 361 - 252 = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm 3}{8}$$

$$\begin{array}{r} x \\ 19 \\ + 171 \\ \hline 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \\ 16 \\ + 132 \\ \hline 22 \\ \hline 252 \end{array}$$

$$x_1 = \frac{-16}{12} = \frac{-4}{3} \quad x_2 = \frac{-22}{12} = \frac{-11}{6}$$

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

83147 = 130    109141 = 130    ~~260+155 = 415~~ 815

$$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$$

$$g'(x) = 5 \cos 5x \sin 9x + 9 \sin 5x \cos 9x - \cancel{14} \sin 7x - 14 \sin 7x \cos 7x + 2 \cos x \sin x \cancel{+ 3}$$

$$5 \cos 5x \cdot \sin 9x + 9 \sin 5x \cos 9x - \cancel{14} \sin 7x \sin 14x + \overset{\sin 2x}{2 \cos x} = 0$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$$

$$5 \sin(5x+9x) + 4 \sin 5x \cdot \cos 9x - 7 \sin 14x + \sin 2x = 0$$

14x

$$4 \sin 5x \cdot \cos 9x - 2 \sin 14x + \sin 2x = 0$$

$$\cos(5x+4x) = \cos 5x \cdot \cos 4x - \sin 5x \cdot \sin 4x$$

$$\cancel{4} \sin 5x \cdot \cos 5x \cdot \cos 4x - 4 \sin^2 5x \cdot \sin 4x - 2 \sin 14x + \sin 2x = 0$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x)$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 &= 5 \sin 4x - 7 \cos 5x (\sin 4x \cdot \cos 5x + \sin 5x \cdot \cos 4x) + \\
 &+ 3 \sin 5x (\cos 5x \cdot \cos 4x - \sin 5x \cdot \sin 4x) + \sin 2x = \\
 &= 5 \sin 4x - 7 \cos^2 5x \cdot \sin 4x - 7 \sin 5x \cos 4x \cdot \cos 5x + \\
 &+ 3 \cos 5x \cdot \sin 5x \cdot \cos 4x - 3 \sin^2 5x \cdot \sin 4x + \sin 2x = \\
 &= 5 \sin 4x - 7 \cos^2 5x \cdot \sin 4x + 3 \sin 5x \cdot \cos 5x \cdot \cos 4x - 3 \\
 &- 3 \sin^2 5x \cdot \sin 4x + \sin 2x = \\
 &= 5 \sin 4x - 7 \cos^2 5x \cdot \sin 4x - 2 \sin 10x \cdot \cos 4x - \\
 &- 3 \sin 4x + 3 \cos^2 5x \cdot \sin 4x + \sin 2x = \\
 &= 2 \sin 4x - 4 \cos^2 5x \cdot \sin 4x - 2 \sin 10x \cdot \cos 4x + \sin 2x = \\
 &= 2 \sin 4x - 4 \sin^2 5x + 4 \sin^2 5x \cdot \sin 4x - 2 \sin 10x \cdot \cos 4x + \sin 2x = \\
 &= \cancel{2 \sin 4x} - 2 \sin 4x + 4 \sin^2 5x \cdot \sin 4x - 2 \sin 10x \cdot \cos 4x + \\
 &+ \sin 2x
 \end{aligned}$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

$a_2 1$

~~$1+35+1$~~

1 <sub>+5</sub>	3 7	7 3	10 9	14 5
6 <sub>+5</sub>	4 2 <sub>+5</sub>	7 8 <sub>+5</sub>	11 4 <sub>+5</sub>	15 0 <sub>+5</sub>
11 <sub>+5</sub>	4 7	8 3	11 9	15 5 <sub>+5</sub>
16 <sub>+5</sub>	5 2	8 8	12 4	16 0
21	5 7	9 3	12 9	16 5

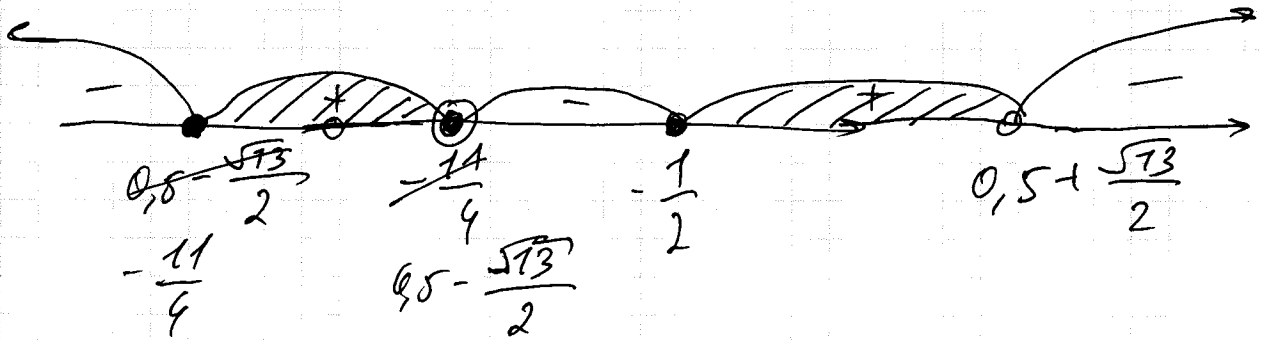
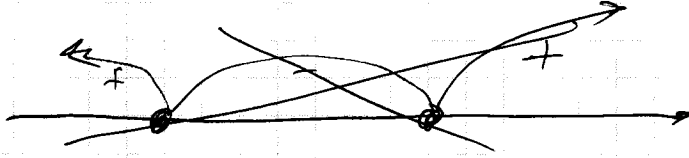
$$\begin{aligned}
 \text{Сумма чисел} &= (1+37+73+109+145) + \\
 &+ (6+42+78+114+150) + (11+47+83+ \\
 &+ 119+155) + (16+52+88+124+160) + \\
 &+ (21+57+93+129+165) = \\
 &= 365 + 390 + 415 + 440 + 465 = 830 + 830 + 415 = \\
 &= 1660 + 415 = 2075 \\
 \text{Ответ: } &2075.
 \end{aligned}$$

№ 2

$$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$$

$$\begin{aligned}
 g'(x) &= 5 \cos 5x \cdot \sin 9x - 9 \cos 9x \cdot \sin 5x - 2 \sin 7x \cdot \cos 7x - \\
 &- 2 \cos x \cdot (-\sin x) = 5 \sin(9x-5x) - 4 \cos 9x \cdot \sin 5x - 7 \sin 14x + \\
 &+ 2 \sin 2x = 5 \sin 4x - 4 \cos 9x \sin 5x - 7 \sin 14x + \sin 2x = \\
 &= 5 \sin 4x - 4 \cos 9x \cdot \sin 5x - 7 \sin 9x \cdot \cos 5x + 7 \sin 9x \cdot \sin 5x + \sin 2x = \\
 &= 5 \sin 4x - 7 \sin 9x \cdot \cos 5x + 3 \sin 5x \cos 9x + \sin 2x =
 \end{aligned}$$

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**



OD3  $x \in (0,5 - \frac{\sqrt{13}}{2}; 0,5 + \frac{\sqrt{13}}{2}) \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in [-\frac{1}{2}; 0,5 + \frac{\sqrt{13}}{2})$

Ответ:  $x \in [-\frac{1}{2}; 0,5 + \frac{\sqrt{13}}{2})$

№ 7

~~[141; 145]~~, чтобы числа были наименьшей  
числа у промежутков должны быть  
наименьшие  
[1; 35], [36; 70], [71; 105], [106; 140], [141; 145]

~~a + 35 + 1~~  
~~a + 35 + 1~~   ~~a + 35 + 1 + 1~~   ~~a + 35 + 1 + 1 + 1~~   ~~a +~~

a                      a + 35 + 1                      a + 70 + 2                      a + 105 + 3                      a + 140 + 4  
b = (a + 140 + 4) - 140 + 4 = a + 5                      b + 35 + 1                      b + 70 + 2                      b + 105 + 3                      b + 140 + 4  
и так далее



$$\begin{aligned} \text{Всего: } 2^{12} - 2 + 12(2^{11} - 1) &= \cancel{2048} - 2 + \cancel{12} \\ &= 4096 - 2 + 12 \cdot 2048 - 12 = 4082 + 24576 = 28658 \end{aligned}$$

Ответ: 28658 ~~два~~ 18-значных чисел.

№5

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$$

$$\text{ОДЗ: } x+3 \geq 0$$

$$x \geq -3$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - 1 \geq 0$$

$$\sqrt{x+3}-x > 0$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x) \geq 0 \quad \sqrt{x+3} > x$$

или  $x \geq 0$ , то

$$x+3 > x^2$$

$$x^2 - x + 3 < 0$$

$$D < 1 + 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

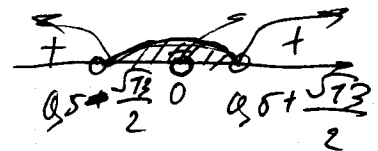
$$\log_{\sqrt{x+3}-x}\left(\frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x}\right) \geq 0 \quad \frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x} \geq 1$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}\left(\frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x}\right) \geq 0$$

~~$$\frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x} \geq 1$$~~

$$\frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x} \geq 1$$

$$\frac{2x+5-\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+3}-x} \geq 0$$



~~$$x+5 = \sqrt{x+3}-x$$~~

$$2x+5 = \sqrt{x+3}$$

$$4x^2 + 20x + 25 = x+3$$

$$4x^2 + 19x + 22 = 0$$

$$D = 19^2 - 4 \cdot 4 \cdot 22 = 361 - 352 = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-19 \pm 3}{8}$$

$$x_1 = \frac{-22}{8} = -\frac{11}{4}$$

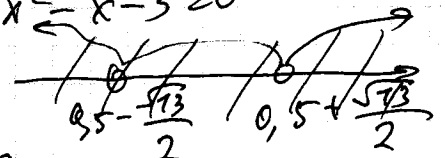
$$x_2 = \frac{-16}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x+3} - x \geq 0$$

$$\sqrt{x+3} \geq x$$

$$x+3 = x^2$$

$$x^2 - x - 3 \geq 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

5 5 5 5 5 5 . . . . .

$C_n^k = n^k$

- сочетания с повторениями

Кол-во вариантов  $= C_3^{12} - C_2^{12} - 1$   
при таком расположении

$C_3^{12} = 2^{12}$

2 варианта, когда все цифры одинаковы.

когда только 5 и 9 или 5 и 0. все нули

5 5 5 5 5 5 . . . . .  
5 или 9  
 $C_3^{11} - 2$   
 $C_3^{11} - 1$

№3

① 5 5 5 5 5 5 . . . . .

$C_n^k = n^k$  - сочетания с повторениями

① Кол-во вар.:  $C_2^{12} - 2$  - когда только нули или 9.

② 9 5 5 5 5 5 . . . . .

$C_2^{11} - 1$  - когда все одинаковы.

9 5 5 5 5 5 . . . . .  
12 Кол-во вар.:  $12 \cdot (C_2^{11} - 1)$

I случай.

$$a_1^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos \alpha \quad (\text{по теореме косинусов})$$

$$26^2 = 16^2 + c^2 - 2 \cdot 16 \cdot c \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \quad \cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = -\frac{1}{2}$$

$$c^2 + 16c + 16^2 - 26^2 = 0$$

$$D = 16^2 + 4(16^2 - 26^2) = -3 \cdot 16^2 + 4 \cdot 26^2 = -3 \cdot 2^8 + 2^4 \cdot 13^2 =$$

$$= 2^4(169 - 3 \cdot 16) = 2^4 \cdot 121 = 4^2 \cdot 11^2$$

$$c_{1,2} = \frac{-16 \pm 44}{2}$$

$$c_1 = \frac{-60}{2} \quad \text{не удов. условию}$$

$$c_2 = \frac{28}{2} = 14$$

Первый треугольник со сторонами 14, 26, 16.

$$c = 14 = 2x$$

$$x = 7$$

$$y = x^2$$

$$y(14) =$$

$$x^2 = a$$

$$7^2 = a$$

$$\boxed{a = 49}$$

II случай.

$$c^2 = a_1^2 + b^2 - 2 \cdot b \cdot a_1 \cdot \cos \alpha$$

$$c^2 = 26^2 + 16^2 - 2 \cdot 16 \cdot 26 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$c^2 = 26^2 + 16^2 + 16 \cdot 26$$

$$c^2 = 676 + 256 + 416 = 1348$$

$$c = \sqrt{1348} = 2 \sqrt{337}$$

$$c = 2x \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{337}}{2} = \sqrt{337}$$

Ответ:  $a = 337$ ;  $a = 49$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 26 \\ \hline 96 \\ 320 \\ \hline 416 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ 160 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 520 \\ \hline 676 \end{array}$$

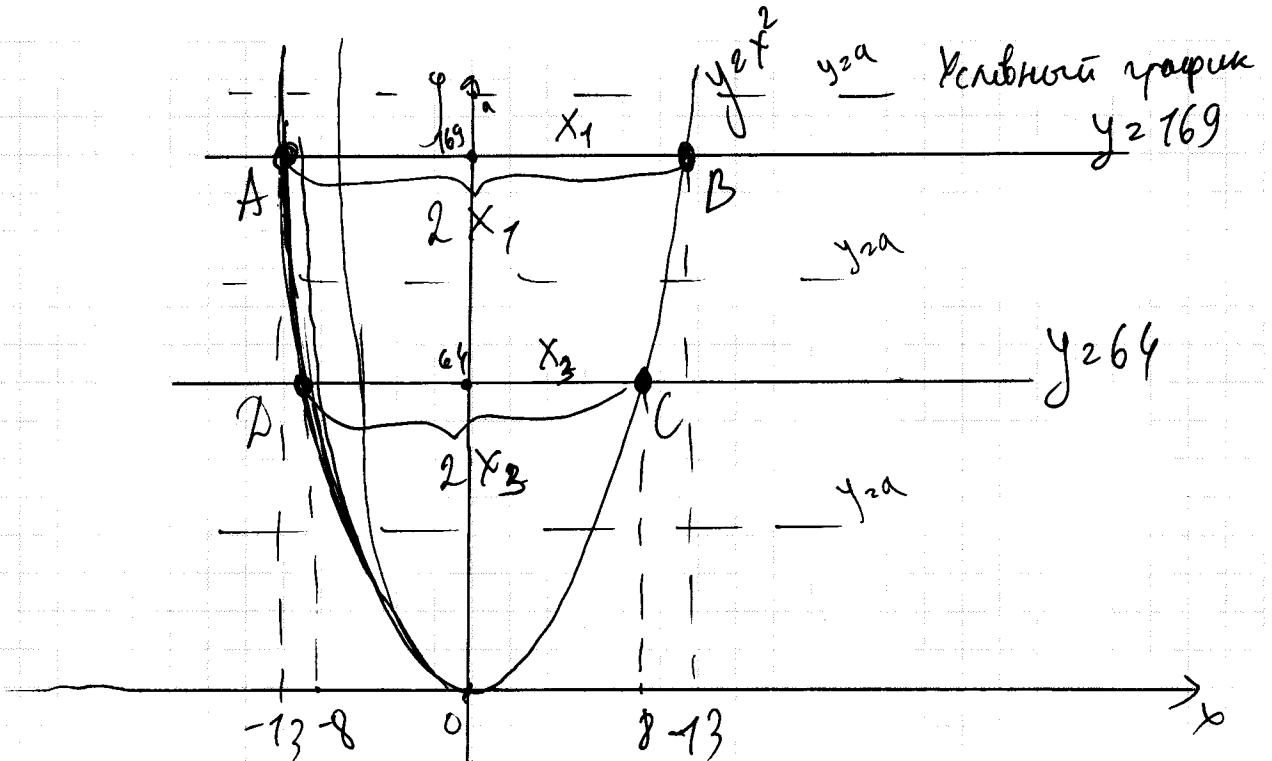
$$2\sqrt{337} < 40$$

$$1348 < 1600$$

$$x^2 = a$$

$$\boxed{337 = a}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$x^2 = 169 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 13, x_1 = 13$

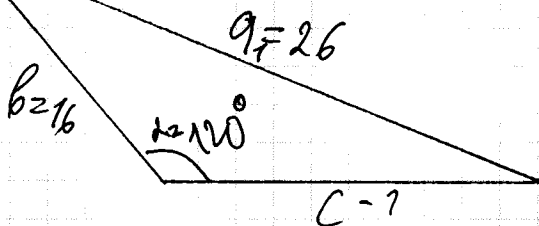
$AB = 2x_1 = 26$

(т.к. график  $y = x^2$  симметричен относительно  $Oy$ )

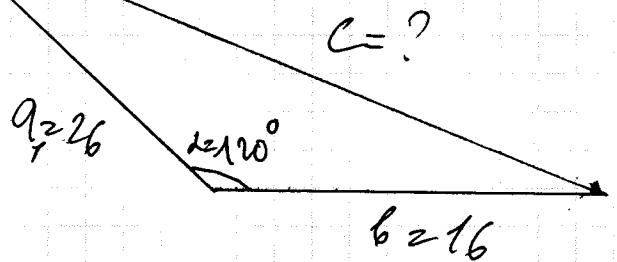
$x^2 = 64 \Rightarrow x_{3,4} = \pm 8, x_3 = 8$

$PC = 2x_3 = 16$

I случай.



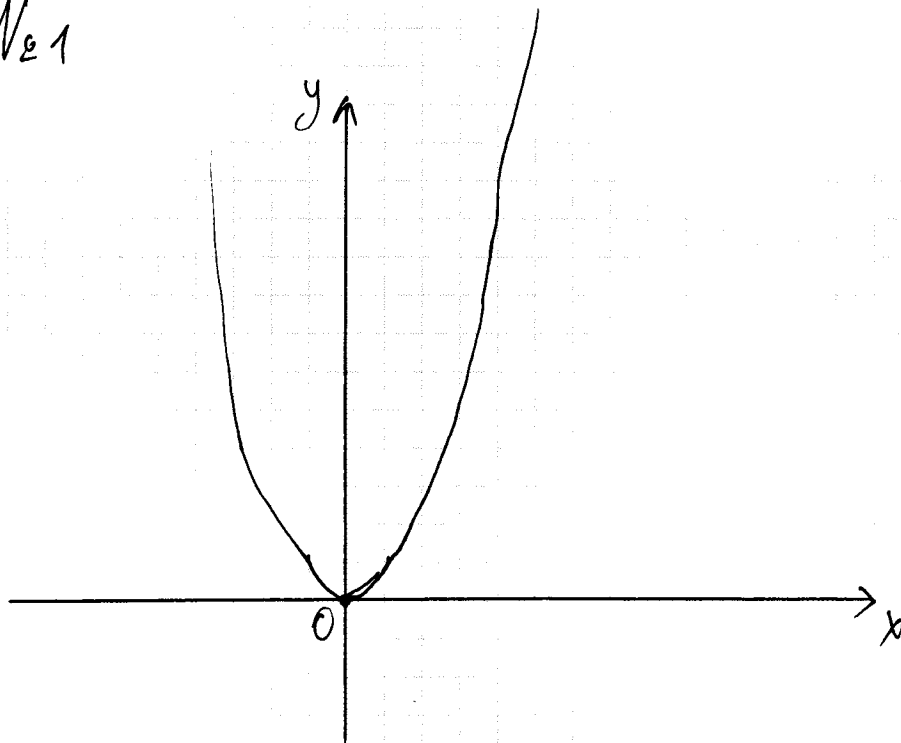
II случай.



Против большей стороны лежит больший угол,  
поэтому сторона  $b$  не может лежать напротив угла.  
 $a \leq b + c$ ;  $26 \leq 16 + c \Rightarrow \boxed{c \geq 10}$   
 $c \leq a + b$   
 $\boxed{c \leq 40}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - \log_{\sqrt{x+3}-x}\sqrt{x+3}-x \geq 0$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x} \frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x} \geq 0$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x} \frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x} \geq 1$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ x+9 \\ \hline 771 \\ +99 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$x+5 = \sqrt{x+3}-x$$

$$2x+5 = \sqrt{x+3}$$

$$4x^2 + 20x + 25 = x+3$$

$$4x^2 + 19x + 22 = 0$$

$$\begin{array}{r} x \text{ д.р.} \\ 4 \\ \hline 352 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{73}}{2}$$

$$\frac{1-\sqrt{73}}{2}$$

$$\frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x} \geq 1$$

$$= 3, \dots$$

$$1-\sqrt{73}$$

$$\frac{x+5 - \sqrt{x+3} + x}{\sqrt{x+3}-x} \geq 0$$

$$13$$

$$-2\frac{3}{4}$$

$$2x+5 - \sqrt{x+3} = 0$$

$$-2, 75$$