МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 2 ШИФР 15-006

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = x^2$ пересекает прямые $y = 169$, $y = 64$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$.

3. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры "0", "5" и "9" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно шесть, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 10$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 42$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x + 5) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 3 : 4$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 16$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 9.

7. Пиноккио выбрал по 5 целых чисел из каждого промежутка $[1; 35]$, $[36; 70]$, $[71; 105]$, $[106; 140]$, $[141; 175]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-006

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$y = x^2 \qquad y = 169\ ;\ y = 64\ ;\ y = a$

~~Запишем условие существования такого треугольника~~

~~и это~~ Найдем длины известных отрезков и обозначим их как b и c соответственно как $(y = 169) \cap (y = x^2)$ и $(y = 64) \cap (y = x^2)$

$b = \sqrt{169} - (-\sqrt{169}) = 13 + 13 = 26$

$c = \sqrt{64} - (-\sqrt{64}) = 8 + 8 = 16$

Запишем условия существования такого треугольника

$\begin{cases} 26 < 16 + z \\ 16 < 26 + z \\ z < 26 + 16 \end{cases} \quad \begin{cases} z > 10 \\ z > -10 \\ z < 42 \end{cases} \quad z \in (10; 42)$

где z – длина отрезка для $(y = a \cap y = x^2)$

$z = 2\sqrt{a} \Rightarrow a = \frac{z^2}{4} \Rightarrow a \in (25; 21^2)$

$(a \geq 0)$ т.к. иначе $y = a$ не имеет пересечений с $y = x^2$

$z > 0 \quad b > 0 \quad c > 0$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1 (Нумеровать только чистовики)

Получив ограничение, эта перечеркну р подставим в теорему косинусов её зная, что против большей стороны лежит больший угол

1) $z \in (10; 26)$

$26^2 = 10^2 + z^2 - 2z \cdot 10 \cdot \cos 120^\circ \quad (\cos 120^\circ = -\frac{1}{2})$

$-(26^2 - 10^2) \cancel{+} z^2 + 10z = 0$

$z^2 + 10z - 16 \cdot 36 < 0$

$\frac{1}{4}D = 25 + 16 \cdot 36 = 601$

576

$\left[\begin{array}{l} z = -5 + \sqrt{601} \\ z = -5 - \sqrt{601} < 0 \text{ (посторонний корень)} \end{array}\right.$

$-5 + \sqrt{601} \vee 10$

$\sqrt{601} \vee 15$

$601 > 225$

$-5 + \sqrt{601} \vee 26$

$\sqrt{601} \vee 31$

$601 \vee 961$

$-5 + \sqrt{601} \in (10; 26)$

$z = 2\sqrt{a} \qquad a = \frac{z^2}{4} = \frac{25 - 10\sqrt{601} + 601}{4} = \frac{626 - 10\sqrt{601}}{4}$

2) $z \in (26; 42)$ 26 исключаем т.к. в равнобедренном треугольнике угол при основании всегда острый

$z^2 = 26^2 + 10^2 - 2 \cdot 26 \cdot 10 \cdot \cos 120^\circ$

$z = \sqrt{26^2 + 26 \cdot 10 + 10^2}$

$z = \sqrt{(26+10)^2 - 26 \cdot 10}$

$z = \sqrt{36^2 - 260} = \sqrt{1036}$ ~~$\vee 42$~~

$\sqrt{1036} \vee 26$

$1036 > 26 \Rightarrow$

$\Rightarrow z = \sqrt{1036}$ – посторонний корень

Ответ: $a = \frac{626 - 10\sqrt{601}}{4}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

$g'(x) = \cos 5x \cdot 5 \cdot \sin 9x + \cos 9x \cdot \sin 5x \cdot 9 -$

$- 2\sin 7x \cdot \cos 7x \cdot 7 + 2\cos x \sin x - 0$

$g'(x) = 5(\cos 5x \sin 9x + \cos 9x \cdot \sin 5x) + 4\cos 9x \cdot \sin 5x -$

$- 7\sin 14x + 2\sin 2x$

$g'(x) = 5\sin 14x + 4\left(\frac{\sin 7x - \sin 2x}{2}\right) - 7\sin 14x$

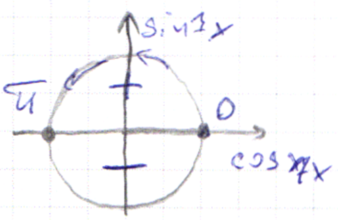
$+ 2\sin 2x$

$g'(x) = -2\sin 14x + 2\sin 7x \cancel{- 2\sin 2x} \cancel{+ 2\sin 2x}$

$g'(x) = -2\sin 7x(\cos 7x - 1)$

Найдем критические точки. $(g'(x) = 0)$

$\left[\begin{array}{l} \sin 7x = 0 \\ \cos 7x = 1 \end{array}\right.$



$\Rightarrow x \in (0; \pi \cdot n)$ $g(x)$ возрастает и при $x \in (\pi \cdot n; 2\pi \cdot n)$ убывает $(n \in Z)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow 7x = \pi + 2\pi \cdot n$ – точка локального минимума

$7x = 2\pi \cdot n$ – точка локального максимума

А т.к. функция непрерывная и периодическая $\Rightarrow$

$7x = \pi + 2\pi \cdot n$ – ~~максимум~~ функции $7x = 2\pi$ – минимум функции

$X_{мин} = \frac{\pi + \pi \cdot n}{7}$ Т.к. $n \in Z$, то возьмём

$X_{макс} = \frac{2\pi n}{7}$ $n = 0$ {

$y_{мин} = \sin\frac{5\pi}{7}\sin\frac{3\pi}{7} - \sin^2\frac{\pi}{7} - \cos^2\frac{\pi}{7} - 3$

$y_{макс} = \sin 0 \sin 0 - \sin^2 0 - \cos^2 0 - 3$

$= 0 - 0 - 1 - 3 = -4$

Ответ: минимальное значение $\sin\frac{5\pi}{7}\sin\frac{9\pi}{7} - \cos^2\frac{\pi}{7} - 3$; максимальное значение -4.

№3.

Рассмотрим два случая:

I В начале стоит 6 пятерок $(555555\underbrace{xxxxxxxxxxxx}_{12})$

II В начале стоит 9.

I 1) Т.к. у нас должно быть хотя бы по одному 0 и 9, то фиксируем наши значения. Получаем, что мы можем заполнить 10 оставшихся значением 0 или 9, соответственно таких различных перестановок (с повторениями) 2^{10}.

2) Для каждого ~~такого~~ набора есть по 12 размещений для 0 и 9 (~~их~~ наши зафиксированные значения), т.е. есть для каждого набора из 10 цифр мы можем составить $12 \cdot 12$ комбинаций с нашими 0 и 9. ~~всего~~.

3) Получаем из 1 и 2, что ~~об~~ число чисел удовлетворяющих условию в ~~первом~~ I случае $\underline{144 \cdot 2^{10}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

II 1) Как и в первом случае фиксируем значения 55555 и 0, получаем 10 свободных знакомест, может ~~…~~ перестановки с повторениями 2^{10} (т.к. мы расставляем 0 и 3, 5 роль в аддиции подрез)

2) Для каждого набора из 10 этих цифр существует по 12 размещений для каждого нашего фиксированного значения

3) из 1 и 2 получаем, что число чисел удовлетворяющих условию во II случае $144 \cdot 2^{10}$

Значит общее число случаев это $144 \cdot 2^{10} + 144 \cdot 2^{10} = 2 \cdot 144 \cdot 2^{10} = 2048 \cdot 144 = 294\,912$ (или $2^{15} \cdot 3^2$)

Ответ: ~~От~~ Всего существует 294 912 (или $2^{15} \cdot 3^2$) таких 18-значных чисел.

№5

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$$

$$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - \log_{\sqrt{x+3}-x}\left(\sqrt{x+3}-x\right) \geq 0$$

О.О.Н (область определения неравенства)

$$\begin{cases} x+5>0 \\ x+3>0 \\ \sqrt{x+3}-x>0 \\ \sqrt{x+3}-x \neq 1 \end{cases}$$

По свойству разности логарифмов

О.О.Н

$(\sqrt{x+3}-x-5)\left(\frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x}-1\right)\geq 0$

$x\in\left(-3;\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)\setminus\left\{\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right\}$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sqrt{x+3}-x-1\geq 0 & \text{I}\\ \frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x}-1\geq 0 & \text{II}\end{cases}\\ \begin{cases}\sqrt{x+3}-x-1\leq 0 & \text{III}\\ \frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x}-1\leq 0 & \text{IV}\end{cases}\end{array}\right.$$

I $\sqrt{x+3}-x-1\geq 0$

$\sqrt{x+3}\geq x+1$

$$\left[\begin{array}{l}x<-1\\ \begin{cases}x\geq -2\\ x+3\geq x^2+2x+1\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x\leq -2\\ \begin{cases}x\geq -2\\ x^2+x-2\leq 0\end{cases}\end{array}\right.$$

$D>0$ $\begin{cases}x=1\\ x=-2\end{cases}$

$$\left[\begin{array}{l}x\leq -2\\ x\in(-1;1]\end{array}\right.$$

$x\in(-\infty;1]$, а на ~~ООО~~ О.Д.Н.

$x\in(-3;1]\setminus\left\{\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right\}$

II $\frac{x+5-\sqrt{x+3}+x}{\sqrt{x+3}-x}\geq 0$ $\sqrt{x+3}-x>0$ на О.Д.Н. $\Rightarrow$

$x+5-\sqrt{x+3}+x\geq 0$

$2x+5\geq\sqrt{x+3}$ $x\geq-\frac{5}{2}$

$4x^2-20x+25\geq x+3$

$4x^2-21x+22\geq 0$

$D=21^2-4\cdot4\cdot22=441-352=89$

$x=\frac{21+\sqrt{89}}{2}$ $x=\frac{21-\sqrt{89}}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №6

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-006

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x \in \left(-\infty; \frac{21-\sqrt{83}}{2}\right] \cup \left[\frac{21+\sqrt{83}}{2}; +\infty\right) \\ x > -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$-\frac{5}{2} \overset{<}{\vee} \frac{21-\sqrt{83}}{2}$$

$$\sqrt{83} \overset{<}{\vee} 5+21 \qquad 83 \overset{<}{\vee} 26^2$$

$x \in \left(-\frac{5}{2}; \frac{21-\sqrt{83}}{2}\right] \cup \left[\frac{21+\sqrt{83}}{2}; +\infty\right)$ в

пересечении с О.Д.З. $\Rightarrow x \in \left(-\frac{5}{2}; \frac{21-\sqrt{83}}{2}\right]$

III $\sqrt{x+3} \le x+1$

$x \geq -1$: $x+3 \le x^2+2x+1$

$x^2+x-2 \geq 0$

$$\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right. \quad (D>0)$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty) \\ x \geq -1 \end{cases}$$

$x \in [1; +\infty)$ при пересечении с О.Д.З. $\Rightarrow$

$\Rightarrow x \in \left[1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

IV $\frac{x+3}{\sqrt{x+3}-x} - 1 \le 0$ $\qquad$ $\sqrt{x+3} - x > 0$ на О.Д.З.

$x+3-\sqrt{x+3}+x \le 0$

$2x+3 \le \sqrt{x+3}$

$$\left[\begin{array}{l} x \le -\frac{3}{2} \\ \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ 4x^2+12x+9 \le x+3 \end{cases} \end{array}\right.$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7

(Нумеровать только чистовики)

$$\left[\begin{array}{l} x < -\frac{5}{2} \\ x \in \left[\frac{21-\sqrt{83}}{2}; \frac{21+\sqrt{83}}{2}\right] \end{array}\right.$$ в пересечении с О.Д.Ч

$$x \in (-3; -\tfrac{5}{2}] \cup \left[\frac{21-\sqrt{83}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \setminus \left\{\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right\}$$

из I, II, III, IV получаем

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in [-3; 1] \setminus \left\{\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right\} \\ x \in \left(-\frac{5}{2}; \frac{21-\sqrt{83}}{2}\right] \end{cases} \\ \begin{cases} x \in \left[1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \\ x \in (-3; -\frac{5}{2}] \cup \left[\frac{21-\sqrt{83}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \end{cases} \end{array}\right.$$

$\frac{21-\sqrt{83}}{2} \overset{?}{\vee} 1$

$21 \overset{?}{\vee} \sqrt{83}$

$21^2 \overset{?}{\vee} 83$

$$\left[\begin{array}{l} x \in \left(-\frac{5}{2}; \cancel{\tfrac{21-\sqrt{8}}{}}\ 1\right] \setminus \left\{\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right\} \\ x \in \left[\frac{21-\sqrt{83}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \end{array}\right.$$

~~$\frac{21-\sqrt{83}}{2} \vee \frac{1+\sqrt{13}}{2}$~~

$21 - \sqrt{83} \vee 1 + \sqrt{13}$

~~$2^2 \vee 83 + 21$~~

$\frac{21-\sqrt{83}}{2} < \frac{1+\sqrt{13}}{2} \Rightarrow \left[\frac{21-\sqrt{83}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

Ответ: $x \in \left(-\frac{5}{2}; 1\right] \setminus \left\{\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right\}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

Представим выбранные им числа следующим образом

где a_n - некоторые числа $\in [1; 35]$

$a_1 +$

$a_2 + 35$

$a_3 + 70$

$a_4 + 105$

$a_5 + 140$

Из условия получаем что $a_1 \neq a_2 \neq a_3 \neq a_4 \neq a_5$ (иначе одна из разностей будет кратна 35)

$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + 35 + 70 + 105 + 140$

S - сумма этих чисел

$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + 350$

Как легко заметить для того, чтобы S было минимальным, о

$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 350 = 365$

Ответ: 365

№6.

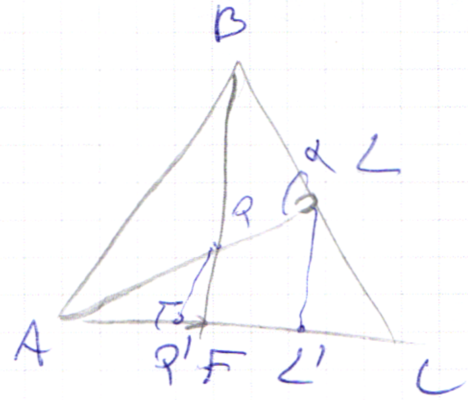
Дано

$\frac{S_{\triangle BQL}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{1}{16}$

$\frac{AF}{FC} = \frac{3}{4}$

$QQ' = 9$

LL' - ?



Решение

1) $\triangle AQQ' \sim \triangle ALL'$

по $k = \frac{AQ}{AL}$

2) $S_{BQL} = QL \cdot BL \cdot \sin\alpha$

$S_{\triangle BAC} = AL \cdot BL \cdot \sin\alpha + AL \cdot LC \cdot \sin(180° - \alpha)$

$8 \frac{QL}{AL} = \frac{BL}{BC}$

3) По теореме Менелая

$\triangle ALC$ сек BF

$\frac{CF}{FA} \cdot \frac{AQ}{QL} \cdot \frac{BL}{BC}$

Пусть $AQ = y$, $QL = x$

$\frac{4}{3} \cdot \frac{y}{x} \cdot 8 \frac{x}{x+y} = 1$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-006

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4yx' = \frac{3}{8}(x+y)x'$$

$$4y = \frac{3}{8}x + \frac{3}{8}y$$

$$29y = 3x$$

$$y = \frac{3}{29}x$$

$$k = \frac{3}{29+3}$$

$$LL' = AA' \cdot \frac{3}{29+3}$$

Ответ: $LL' = \frac{27}{32}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №11

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-006

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. ~~8 17 цифр~~ I 555555 12 цифр I

9 17 цифр II

$21 \times 21 = 441$ $22 \times 16 = 352$

I ~~Пяти~~ ~~10 2~~ 0 x x x x x x x x x 9 x2

0 x x x x x x x x x 9 x

0 4 3 2^{10}

12 · 12

I $12^2 \cdot 2^{10} = 1024 \cdot 144$

II 555555 0 2 K2x . . . . xy

2

$12^2 \cdot 2^{10} = 1024 \cdot 144$

$I + II = 2 \cdot 1024 \cdot 144 = 2048 \cdot 2^4 \cdot 3^2 =$

~~1024~~ $5096 \cdot 2^3 \cdot 3^2 =$ ~~$10192 \cdot 2^2 \cdot 3^2$~~

$2048 \times 144 = 294912$

294912

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

2. $g(x)=\sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

$g'(x) = \cos 5x \cdot \sin 9x \cdot 5 + \cos 9x \cdot \sin 5x \cdot 9 -$

$2\sin 7x \cdot 7 \cdot \cos 7x + 2\cos x \cdot \sin x \cdot$

$g'(x) = \cancel{\cos\frac{\alpha+\beta}{2} - \cos\frac{\alpha-\beta}{2}}$

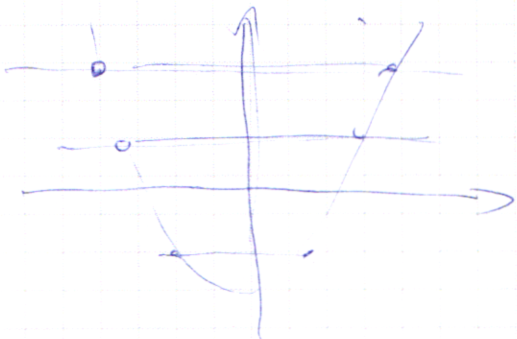
$g'(x) = 5(\cos 5x \sin 9x + \sin 5x \cos 9x) +$

$+ 4 \cos 9x \sin 5x - 7\sin 14x + \sin 2x$

... Продолжу

1. $y = x^2$. $y = 169$ $y = 64$ $y - a$

~~Если а > 169, то~~



$169 + 64 > a$

$a < \cancel{1}73 + 60$

$a < 233$

$169 < 64 + a$

$169 - 64 < a$

$a > 105$

$a \in (105; 233)$

$64 < 169 + a$

При

~~При а ∈ (105; 169)~~

При $a \in (105; 169)$ ~~$64^2 = 169^2 + 169$~~

$169^2 = 64^2 + a^2 - 2a \cdot 64 \cdot \cos 120^\circ$

$-(169^2 - 64^2) + a^2 + a\,64 = 0$

$\cos 120 = -\cos 60^\circ$

$-\sin 30^\circ$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-006

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$g'(x) = 5 \cdot \sin(5x+3x) + 4\cos 9x \sin 5x -$

$- 7\sin 14x + \sin 2x$

$g'(x) = -2\sin 14x + 4\cos 9x \sin 5x + \sin 2x$

$\cos\alpha \cdot \sin\beta = \dfrac{\sin\frac{\alpha+\beta}{2} + \sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{2}$

$\sin\alpha\cos\beta = \dfrac{\sin\frac{\alpha+\beta}{2} + \sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{2}$

$g'(x) = -2\sin 14x + 2\sin 7x + 2\sin 2x + 2\sin 2x$

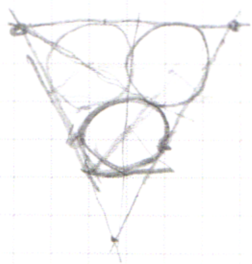
~~sin 14x~~

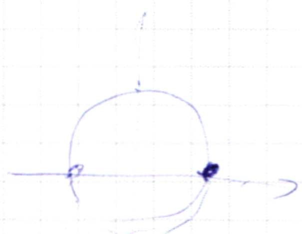
$-2\sin 7x(\cos 7x - 1) = 0$

$\sin 7x = 0$

$\cos 7x = 1$

$x = \frac{\pi}{7}$





$\begin{array}{r} 42 \\ \times 42 \\ \hline 84 \\ 168 \\ \hline 1764 \end{array}$

$x = 13$ $\quad z = 26$

$x = -13$ $\quad y = 21$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-006

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x+5}{\sqrt{x+3}-x} - 1 \vee 0$$

$$\frac{x+5-\sqrt{x+3}-x}{\sqrt{x+3}-x} \vee 0$$

$$\cancel{x}+5-\sqrt{x+3}-\cancel{x} \vee 0$$

$$5 \vee \sqrt{x+3}$$

$$25 \vee x+3$$

$$22 \vee x$$

36×36: 216, 108, 1296

16×36: 96, 48, 576

21×21: 21, 42, 441

31×31: 31, 93, 961

$$x < 22 \quad \frac{x+5-\sqrt{x+3}-x}{\sqrt{x+3}-x} > 0 \Rightarrow$$

$$x > 22 \quad \frac{x+5-\sqrt{x+3}-x}{\sqrt{x+3}-x} < 0$$

$$\Rightarrow \quad x \in (-3; 1] \setminus \left\{\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right\}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

~~35 - a1~~ a_1

~~70 - a2~~ $35 + a_2$

~~105 - a3~~ $70 + a_3$

~~140 - a4~~ $105 + a_4$

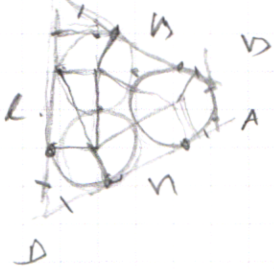
~~145 - a5~~ $140 + a_5$

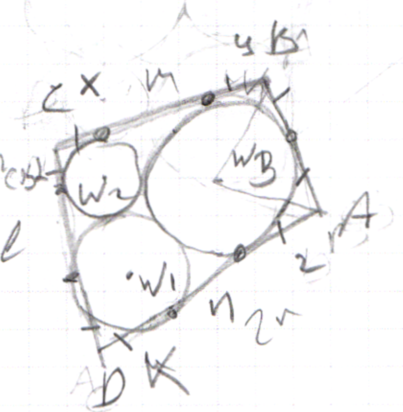
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + 210 + 140$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + 350$

4. 365

S_4





$n^2 + 4n^2 = 2n^2(x...$

$n^2 + l^2 = n^2 + 4n^2$

$l =$

$-\ ((y + z) + (x + k + l)) + x + m + y$

$+ k + z + n$

$n + m - l = 10$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{CF}{AF}\cdot\frac{AQ}{QL}\cdot\frac{LB}{BC}=1$$

$$\frac{4}{3}\quad\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{x+y}\cdot 8=1$$

$$x^2=\frac{3}{32}(yx+y^2)$$

$$1=\frac{3}{32}\cdot\frac{y}{x}+\frac{y^2}{x^2}\cdot\frac{3}{32}$$

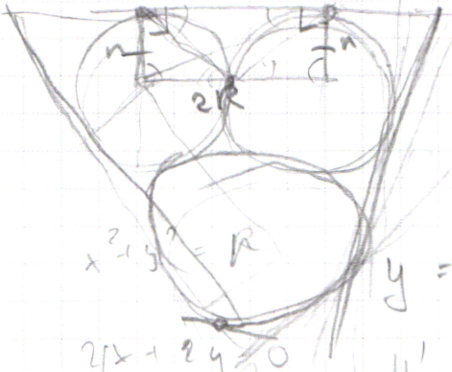
$$3t^2+3t-32$$

$$D=9+4\cdot3\cdot32=3(3+128)=3\cdot131$$

$$t=\frac{-3+\sqrt{3\cdot131}}{6}$$

$$\frac{y}{x+y}=\cancel{\ldots 3-\sqrt{3\cdot131}}\ \frac{-3+\sqrt{3\cdot131}}{3+\sqrt{3\cdot131}}$$

$$LL'=9\cdot\frac{3+\sqrt{3\cdot131}}{3+\sqrt{393}}=9-\frac{54}{3+\sqrt{393}}$$



$\frac{180-\alpha}{2}$

$l =$

$\frac{180-\beta}{2}$

$x^2 + y^2 = R$

$y = \sqrt{r - x^2}$

$y' = \frac{-2x}{\sqrt{r - x^2}}$

$2x + 2y = 0$

$y'_x = -x_x$

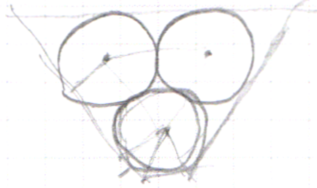
$180 - (\alpha+\beta)\frac{1}{2}$

$\alpha + \beta$

$180 - 180 + (\alpha+\beta)\cdot\frac{1}{2}$

$90 - \alpha \quad 90 - \beta$

$180 - \alpha + \beta + (\alpha+\beta)\frac{1}{2}$

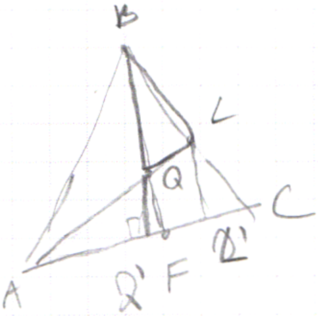


$(x + 2r)^2 + y^2 = r^2$

$y' = \frac{-2(x+2r)}{\sqrt{r^2 - (x+2r)^2}}$

$y' = \frac{-2(x+2r)}{\sqrt{(r - x - 2r)(x+3r)}} = \frac{-2(x+2r)}{\sqrt{(-(x+r))(x+3r)}}$

$-2(x + 2r$



$\frac{LC}{LB} \cdot \frac{BQ}{QF} \cdot \frac{AF}{AC}$

$16 \cdot QL \cdot BL \cdot \sin\alpha \cdot \frac{1}{2} = (AL \cdot BL \cdot \sin\alpha + AL \cdot LC \cdot \sin$

$(180 - \alpha) \cdot \frac{1}{2}$

$8 \cdot QL \cdot BL \cdot \sin\alpha = AL \cdot \sin\alpha (BL + LC)$

$\frac{QL}{AL} = \frac{BC}{8BL}$

$\cancel{\frac{AB}{AL}} = \cancel{\frac{LC}{BC}}$

$\frac{BL}{BC} = 8\frac{QL}{AL}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-006

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a^2 + 64a - (169-64)(169+64)$

$a^2 + 64a - 105 \cdot 233 = 0$

$\frac{1}{4}D = 32^2 + 105 \cdot 233 = 25484$

$8 \cdot 4$

$2^3 \cdot 2^2 = 2^5$

2^{10}

$a = \dfrac{-32 + \sqrt{25484}}{2} > 0$

$a = \dfrac{-32 - \sqrt{25484}}{2} < 0$ – посторонний

$$\begin{array}{r} \times 105 \\ 233 \\ \hline 315 \\ 315 \\ 210 \\ \hline 24465 \\ + 1024 \\ \hline 25484 \end{array}$$

$a \in (169; 233)$

$a^2 = 169^2 + 64^2 - 2 \cdot 169 \cdot 6 \cdot (-\frac{1}{2})$

$a^2 = 169^2 + 64^2 + 169 \cdot 64$

$$\begin{array}{r} 10000 \\ \times 150 \\ 150 \\ \hline 750 \\ 150 \\ \hline 22500 \end{array}$$

$a = \sqrt{13^4 + 8^4 + 13^2 \cdot 8^2}$

$a = \sqrt{(13^2+8^2)^2 - 13^2 \cdot 8^2}$

$\times 170$

$a = \sqrt{233^2 - 169 \cdot 64}$

$$\begin{array}{r} \times 500 \\ 500 \\ \hline 2500 \\ 2500 \\ \hline 25000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 450 \\ 450 \\ \hline 2250 \\ 1800 \\ \hline 202500 \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

5. $\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) - \log_{\sqrt{x+3}-x}(\sqrt{x+3}-x) \geq 0$

$\begin{cases} x > -5 \\ x \geq -3 \\ \sqrt{x+3}-x > 0 \\ \sqrt{x+3}-x \neq 1 \end{cases}$

$\sqrt{x+3} \neq 1 - x$

$\sqrt{x+3} > x$ $\quad x<1$

$x+3 \neq 1-2x+x^2$

$x^2-3x-2 \neq 0$

$D = 9+8 = 17$

$x = \frac{3-\sqrt{17}}{2} < 0$

$x = \frac{3+\sqrt{17}}{2}$

$\begin{cases} x>0 \\ x+3 > x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} x > 0 \\ x^2 - x - 3 < 0 \end{cases}$

$D = 1 + 12 = 13$

$x = \frac{1-\sqrt{13}}{2} < 0$

$x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} > 0$

$x \in \left(0; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

$(\sqrt{x+3} - x - 1)$

$\left(\frac{(x+5)}{\sqrt{x+3}-x} - 1\right) \geq 0$

$\sqrt{x+3} - x - 1 \vee 0$

$\frac{3+\sqrt{17}}{2} \vee 1$

$3+\sqrt{17} \vee 2$

$\sqrt{17} \vee -1$

$\sqrt{x+3} \vee x+1$

$x \left(-3; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \setminus \left\{\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right\}$

$1 \vee \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$1 \vee \sqrt{13}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \leq -1 \\ \sqrt{x+3} \geq x+1 \end{cases} \\ \begin{cases} x > -1 \\ x+3 \vee x^2+2x+1 \end{cases} \end{array}\right.$

$\begin{cases} x > -2 \\ -(x^2+x-2) \vee 0 \end{cases}$

$D = 1 + 8 = 9$

$x = \frac{-1+3}{2} = 1$

$x = \frac{-1-3}{2} < -1$

~~$x \in [-2; 1]$~~

$\sqrt{x+3} - x - 1 \geq 0$

$x \in (-3; 1] \setminus \left\{\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right\}$

$\sqrt{x+3} - x - 1 \leq 0 \quad x \in \left[1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)