

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО  
МАТЕМАТИКЕ

9 класс

БИЛЕТ 5

ШИФР

2-013

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола  $y = 3x^2$  пересекает прямые  $y = 147$ ,  $y = 75$  и  $y = a$ , высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра  $a$  из этих трёх отрезков можно составить прямоугольный треугольник?
2. Дан четырёхугольник  $ABCD$ . Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$ , причём  $\omega_1$  касается сторон  $AD$  и  $DC$ ,  $\omega_2$  касается сторон  $DC$  и  $CB$ , а  $\omega_3$  касается сторон  $CB$ ,  $BA$  и  $AD$ . Найдите радиусы окружностей, если известно, что  $AD + BC - AB - CD = 30$ .
3. Чиполлино наклеивает все свои марки в новый альбом. Если он наклеит по 22 марки на каждый лист, то все его марки в альбом не поместятся, а если по 26 марок на каждый лист, то по крайней мере один лист останется пустым. Если преподнести Чиполлино в подарок точно такой же альбом, на каждом листе которого наклеено по 21 марке, то у него станет ровно 700 марок. Сколько марок сейчас у Чиполлино? (Все марки имеют один и тот же размер.)
4. При каких значениях параметра  $a$  решением неравенства  $|ax - 3a| \leq \sqrt{x - 1}$  является отрезок длины 4?
5. Найдите количество 19-значных чисел, содержащих только цифры "2", "5" и "7" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "7" ровно восемь, и они идут подряд.
6. Точки  $F$  и  $L$  лежат на сторонах  $AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно, причём  $AF : FC = 3 : 5$ . Отрезки  $BF$  и  $AL$  пересекаются в точке  $Q$ ; площади треугольников  $BQL$  и  $BAC$  относятся как 4 : 25. Найдите расстояние от точки  $L$  до прямой  $AC$ , если расстояние от точки  $Q$  до прямой  $AC$  равно 12.
7. Пиноккио выбрал по 5 чисел из каждого промежутка  $[1; 25]$ ,  $[26; 50]$ ,  $[51; 75]$ ,  $[76; 100]$ . Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 25. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати выбранных Пиноккио чисел?



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.

22 марк-ке хватает

26 марк- пустой

подарок альбома 21 марк = 700 марк общей

$$22x + y = 26x - y$$

$$4x - 2y = 700 - 21x$$

$$25x - 2y = 700$$

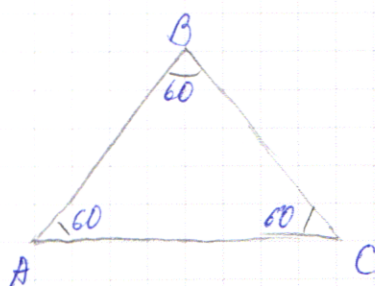
$$12,5x - y = 350$$

$$x = \frac{350}{12,5}$$

ответ  $x = 28$

у Типолино было  $22 \cdot 28 = 616$  марков

1.



$$y = 3x^2$$

$$y = 147$$

$$y = 75$$

$$y = a$$

$$a = ?$$

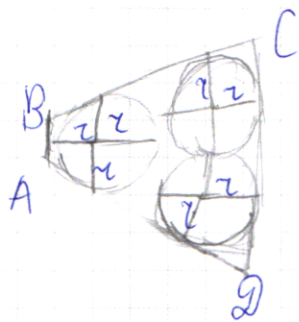
$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$b = \sqrt{147:3} = \sqrt{49} = 7$$

$$c = \sqrt{75:3} = \sqrt{25} = 5$$

$$a = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74} = 7 + 5 = 12 \text{ - ответ}$$

2.



$$\begin{aligned} CD &= 4r \\ AD &= 4r \\ BC &= 4r \\ AB &= r \end{aligned}$$

$$AD + BC - AB - CD = 30$$

$$4r + 4r - r - 4r = 30$$

$$3r = 30$$

$$r = 10 = \text{ответ}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

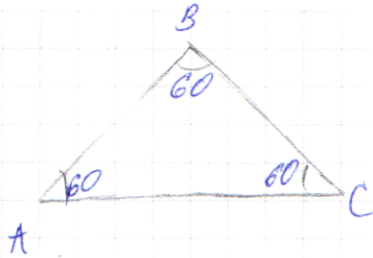
1

$$y = 3x^2$$

$$y = 147$$

$$y = 75$$

$$y = a$$



$$3x^2 = 147$$

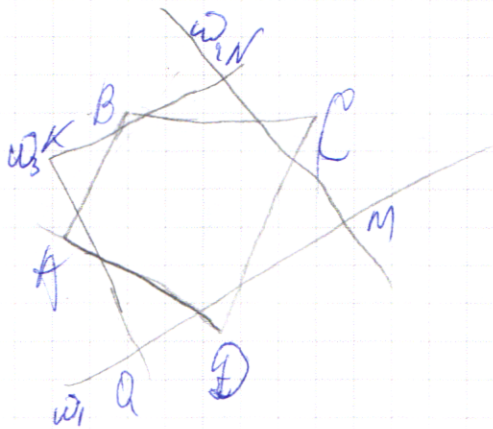
$$x_1 = 7$$

$$x_2 = 5$$

$$7^2 + 5^2 = a^2$$

$$a = 75 \quad a = 12$$

2.



$$AD + BC - AB - CD = 30$$

$$KN, NM, MQ, QK - ?$$

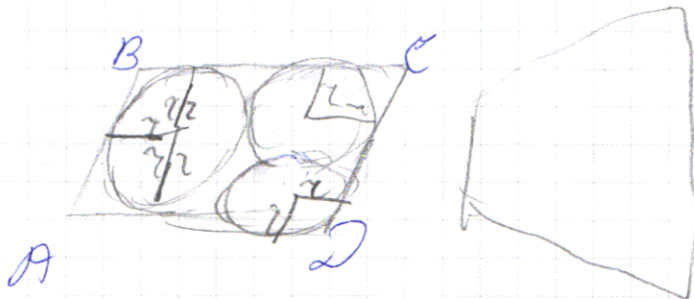
$$KN + \frac{NM}{2} - MQ - QK = 30$$

$$2KN + NM - 2MQ - 2QK = 60$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.



$$BC = 2$$

$$AB = 4$$

$$AD = 1$$

$$DC = 2$$

~~4x - 3a - \sqrt{x-1} = 4~~

~~4x - 3a - \sqrt{x-1} = 4~~

~~4x - 3a - \sqrt{x-1} = 4~~

$$4. \quad |ax - 3a| \leq \sqrt{x-1} = 4$$

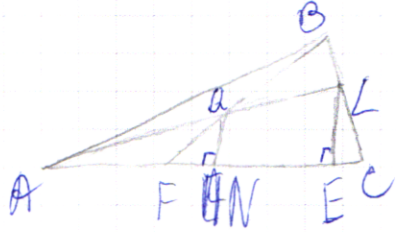
$$4x - 3a \leq \sqrt{x-1}$$

$$ax - 3a - \sqrt{x-1} \leq 0$$

$$ax - 3a - \sqrt{x-1} = 4$$

$$ax - 3a - \sqrt{x-1} - 4 = 0$$

6.



$$AF : FC = 3 : 5$$

$$BQ : L : BAC = 4 : 25$$

$$QN = 12$$


---


$$LE = ?$$

$$AQN \sim ALQE$$

$$\frac{AQ}{AL} = \frac{AN}{AE} = \frac{QN}{LE}$$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2-013

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Grid area for writing the answer.

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2-013

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Grid area for writing the answer.

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)