МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

БИЛЕТ 4 ШИФР У-012

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 3x^2 - 4x + 2$ пересекает прямые $y = 17$, $y = 1$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить прямоугольный треугольник?

2. Найдите количество 20-значных чисел, содержащих только цифры "1", "5" и "6" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "5" ровно десять, и они идут подряд.

3. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 38$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

4. При каких значениях параметра a решением неравенства $|ax - a| \leqslant \sqrt{x - 2}$ является отрезок длины 1?

5. Несколько рабочих выполняют работу за 21 день. Если бы их было на 2 человека больше и каждый работал бы на 1 час в день дольше, то они выполнили бы эту работу за 15 дней. Если бы их было ещё на 4 человека больше и они работали бы ещё на 1 час в день дольше, они выполнили бы эту же работу за 10 дней. Сколько было рабочих? (Производительность всех рабочих одинакова.)

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 7$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $8 : 21$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 13.

7. Пиноккио выбрал по 7 целых чисел из каждого промежутка $[1; 50]$, $[51; 100]$, $[101; 150]$, $[151; 200]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 50. Какое **наибольшее** значение может принимать сумма двадцати восьми выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

угол наклона. На графике явно видны целые значения x, при которых будет удовлетворяться условие.
Подставим эти значения в $a(x-1)=\sqrt{x-1}$; $y_3 = y_1$

$2=a(5-1)$, $a\cdot(10-1)=3$, $16a=4$

$a=\frac{1}{2}$, $a=\frac{1}{3}$ $a=\frac{1}{4}$

Таким образом, можно сделать вывод, что при других вращениях прямой y_3, для удовлетворения условия, a должно быть равно $\frac{\sqrt{x}}{x}$.

Ответ: $a=\frac{\sqrt{x}}{x}$.

5. Пусть n - количество рабочих, x - скорость одного рабочего. Работу примем за 1.

$$\begin{cases} \frac{n}{x}=21, \\ \cancel{(n+2)}\frac{n+2}{x}=15-\frac{(n+2)}{24}, \ (1) \\ \cancel{(n+6)}\frac{n+6}{x}=10-\frac{2(n+6)}{24}; \ (2) \end{cases} \qquad x=\frac{n}{21}$$

$\cancel{(1)\ (n+2)\cdot 21 = 15-\frac{(n+2)}{24}}$,

$\cancel{(n+2)\cdot 21\cdot 24 = 15\cdot 24-(n+2)}$,

$21\cdot 24n+21\cdot 24\cdot 2=15\cdot 24-n-2$,

$\frac{n}{x}+\frac{2}{x}=15-\frac{n+2}{24}$,

$21\cdot 24+\frac{48}{x}=15\cdot 24-n-2$,

$21\cdot 24+\frac{48\cdot 21}{n}=15\cdot 24-n-2$,

$\cancel{(2)\ (n+6)\frac{n}{x}=10-\frac{2n+12}{24}}$,

$\cancel{(n+6)\cdot 21=10-\frac{24n+12}{24}}$,

$\cancel{21\cdot 24(n+6)=10\cdot 24-24n-12}$,

$21\cdot 24n+6\cdot 21\cdot 24=10\cdot 24-24n-12$,

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $y = 3x^2 - 4x + 2$,

квадратичная функция, график – парабола, ветви направлены вверх ($a = 3$, т.е. $a > 0$).

$x_0 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$y_0 = 3 \cdot \frac{4}{9} - 4 \cdot \frac{2}{3} + 2 = \frac{2}{3}$

Oy: $y = 2$.

найдём точки пересечения графиков $y = 3x^2 - 4x + 2$ и $y = 17$,

$17 = 3x^2 - 4x + 2$,

$3x^2 - 4x - 15 = 0$,

$D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot (-15) = 14^2$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 14}{6}$

$x_1 = 3;\ x_2 = -\frac{5}{3}$

найдём длину высеченного параболой отрезка, обозначим в, т.е. $в = x_1 - x_2 = 3 - (-\frac{5}{3}) = 4\frac{2}{3}$

найдём точки пересечения графиков $y = 3x^2 - 4x + 2$ и $y = 1$,

$1 = 3x^2 - 4x + 2$,

$3x^2 - 4x + 1 = 0$,

$D = 16 - 4 \cdot 3 = 2^2$,

$x_{3,4} = \frac{4 \pm 2}{6}$

$x_3 = 1,\ x_4 = \frac{1}{3}$

найдём длину высеченного параболой отрезка, обозначим p, т.е. $p = x_3 - x_4 = \frac{2}{3}$.

найдём точки пересечения графиков $y = 3x^2 - 4x + 2$ и $y = a$,

$a = 3x^2 - 4x + 2,$

$3x^2 - 4x + 2 - a = 0,$

$D = 16 - 4\cdot(2-a)\cdot 3 = 12a - 8,$

$x_{5,6} = \frac{4 \pm \sqrt{12a-8}}{6}$

найдём длину высеченного параболой отрезка, обозначим c, т.е.

$c = x_5 - x_6 = \frac{4+\sqrt{12a-8}}{6} - \frac{4-\sqrt{12a-8}}{6}.$

Чтобы треугольник, длины которого p, b, c, был прямоугольным, должно выполняться равенство теоремы Пифагора, т.е.

$c^2 = p^2 + b^2$	или $b^2 = p^2 + c^2$	или $p^2 = b^2 + c^2$
$c = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{196}{9}}$,	$\frac{196}{9} = \frac{4}{9} + c^2$	$\frac{4}{9} = \frac{196}{4} + c^2$
$c = \frac{10\sqrt{2}}{3}$	$c = \sqrt{\frac{192}{9}}$,	$c^2 = -\frac{192}{9}$
$\frac{4+\sqrt{12a-8}}{6} - \frac{4-\sqrt{12a-8}}{6} = \frac{10\sqrt{2}}{3} \Big\vert \cdot 6$	или $c = \frac{2\sqrt{43}}{3}$,	нет решений

$4 + \sqrt{12a-8} - 4 + \sqrt{12a-8} = 20\sqrt{2}$

$\sqrt{12a-8} = 10\sqrt{2},$

$12a - 8 = 200,$

$a = \frac{208}{12},$

$a = \frac{52}{3}.$

$\frac{4+\sqrt{12a-8}}{6} - \frac{4-\sqrt{12a-8}}{6} = \cancel{\frac{10\sqrt{2}}{3}}\ \frac{2\sqrt{43}}{3} \Big\vert \cdot 6$

$\Leftarrow 4 + \sqrt{12a-8} - 4 + \sqrt{12a-8} = 4\sqrt{43},$

$\sqrt{12a-8} = 2\sqrt{43}$

$12a - 8 = 172,$

$a = \frac{180}{12},$

$a = 15.$

Ответ: $\frac{52}{3}$; 15.

2. Будем называть место каждой ~~числа~~ цифры ячейкой. Т.к. цифр „5" должно быть 10 и они должны стоять подряд, то заполним первые 10 ячеек этими цифрами „5". Т.к. в числе должны хотя бы 1 раз встретиться цифры „1" и „6", то 11ую и 12ую ячейку заполним цифрами „1" и „6" соответственно. Во все оставшиеся ячейки мы можем подставлять 3 варианта цифр, не нарушая условия задачи.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

4-012
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.к. осталось 8 ячеек, то всего комбинаций будет 3^8. Также цифры „1" и „6" в 11ой и 12ой ячейках мы можем менять местами, тогда кол-во комбинаций составит $3^8 \cdot 2$. Также эти 10 пятёрок и „1", и „6" мы можем сдвинуть на 1 ячейку вправо и так можем сделать 8 раз, а чтобы ~~по~~ значения не повторялись. Таким образом, количество 20-значных чисел будет равно $8 \cdot 3^8 \cdot 2 = 16 \cdot 3^8 = 16 \cdot 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^2 = 16 \cdot 27 \cdot 27 \cdot 9 = 16 \cdot 6561 = 104976$.

Ответ: 104976.

7. Чтобы сумма принимала наибольшее значение, ~~будем~~ брать числа начнём с промежутка [151; 200], соответственно самые большие, т.е. 200, 199, 198, 197, 196, 195, 194. Из второго промежутка [101; 150], тоже самые большие, но ~~так~~ также, чтобы попарная разность чисел из первого промежутка и второго не делилась на 50, т.е. 143, 142, 141, 140, 139, 138, 137. Из каждого последующего промежутка по тому же принципу. В итоге получатся числа 86, 85, 84, 83, 82, 81, 80, 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23. Найдём их сумму:

$200+80+140+(29+141)+(81+199)+(28+82)+(142+198)+(27+23)+(83+137)+$
$+(143+197)+(26+84)+(86+194)+(85+25)+124+196)+195+139+138=$
$=200+80+140+170+560+440+680+220+110+50+195+139+138=$
$=500+700+280+1020+50+195+139+138=500+700+1300+50+195+$
$+139+138=2550+472=3022.$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Ответ: 3022.

3. Пусть ω_1 касается сторон AD и DC в точках H_7 и H_6 соответственно, ω_2 касается сторон DC и BC в точках H_5 и H_4 соответственно, ω_3 касается сторон BC, AB, AD в точках H_3, H_2, H_1 соответственно. Пусть центры $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ соответственно точки O_1, O_2, O_3.

Т.к. отрезки касательных, проведённых из одной точки к окружности, равны, и т.к. радиусы этих окружностей равны, то $H_7D = DH_6 = H_5C = CH_4 = H_3B = BH_2 = H_2A = AH_1 = x$.

Т.к. радиусы окружностей равны, и с касательной составляют угол в $90°$, то каждый из четырёх угольников $H_6O_1O_2H_5$, $H_4O_2O_3H_3$, $H_1O_3O_1H_7$, H_1ABH_3 будут являться прямоугольниками, а по св-ву сторон прямоугольника, противолежащие стороны равны. Обозначим радиус r.

$AD + BC - AB - CD = 38$,

$(2r + 2x) + (2r + 2x) - (2x) - (2x + 2r) = 38$,

$2r = 38$,

$r = 19$,

Ответ: a) 19.

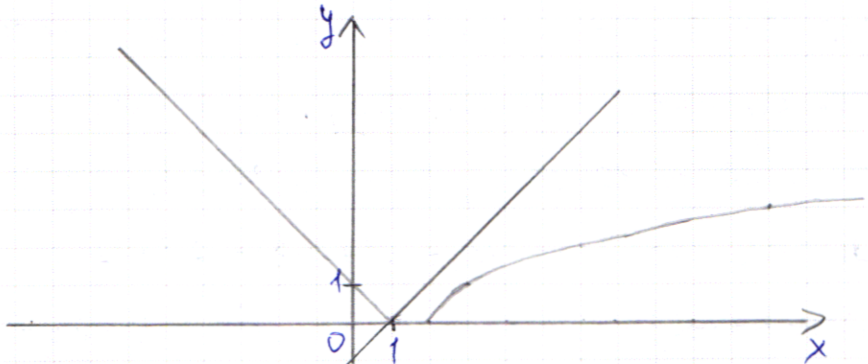
4. $|ax - a| \le \sqrt{x-2}$,

$|a(x-1)| \le \sqrt{x-2}$,

$y_1 = \sqrt{x-2}$,

$y_2 = |a(x-1)|$

т.к. левая ветвь



графика y_2 нам явно не подходит, будем рассматривать только правую, т.е. $y_3 = a(x-1)$, т.к. a - это коэффициент наклона прямой, то прямая y_3 может менять только

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. $\frac{n}{x}=21$, $\quad x=\frac{n}{21}$

$(n+2)\frac{24}{24x+1}=15$, $\quad \frac{24n}{24x+1}+\frac{48}{24x+1}=15$ $\quad \frac{24n}{24\cdot\frac{n}{21}+1}+\frac{48}{24\cdot\frac{n}{21}+1}=15$,

$(n+6)\frac{12}{12x+1}=10$; $\quad \frac{12n}{12x+1}+\frac{72}{12x+1}=10$; $\quad \frac{24n+48}{\frac{24n}{21}+1}=15$,

$\frac{12n}{\frac{12n}{21}+1}+\frac{72}{\frac{12n}{21}+1}=10$,

$24n+48=15\cdot\left(\frac{24n}{21}+1\right)$

$24n+48=\frac{5\cdot24n}{7}+15$,

$12n+72=10\cdot\frac{12n}{21}+10$,

$24\cdot7n+48\cdot7=5\cdot24n+15\cdot7$,

$62=\frac{10\cdot12n}{21}-12n$,

$24\cdot7n-5\cdot24n=15\cdot7-48\cdot7$

$62\cdot21=10\cdot12n-21\cdot12n$

$24\cdot2n=+7\cdot(15-48)$

$62\cdot21\cdot(-33)\cdot7=-11\cdot12n+24\cdot2n$,

$62\cdot3\cdot7\cdot(-33)\cdot7=-11\cdot12n+12\cdot4n$,

$7(186-33)=(-11+4)\cdot12n$,

$7\cdot153=$

5. $\frac{n}{x}=21$,

$(n+2)\frac{n}{x}=15-\frac{(n+2)}{24}$, $\quad (n+2)\cdot21=15-\frac{n+2}{24}$, (1)

$(n+6)\frac{n}{x}=10-\frac{2(n+6)}{24}$, $\quad (n+6)\cdot21=10-\frac{n+3}{12}$ (2)

(1) $(n+2)\cdot21\cdot24=15\cdot24-n$, $\qquad$ (2) $(n+6)\cdot21\cdot24=10\cdot24-2n$,

$21\cdot24n+2\cdot21\cdot24=15\cdot24-n$

$(n+2)\cdot21\cdot24=15\cdot24-n-2$,

$21\cdot24n+2\cdot21\cdot24=15\cdot24-n-2$,

$x=\frac{1\text{ работа}}{1\text{ день}}=\frac{1\text{ работа}}{1+\frac{1}{24}\text{ день}}$

1 работа $=x\cdot1$ день.

1 работа $=x\cdot\left(1+\frac{1}{24}\right)$ день.

$x=\frac{1}{1+\frac{1}{24}}=x=\frac{1}{\frac{25}{24}}=\frac{24}{25x}$

7. $[1;50]$, $[51;100]$, $[101;150]$, $[151;200]$

~~29, 28, 27~~, ~~86, 85, 84, 83~~

~~26, 25, 24, 23~~ ~~82, 81, 80~~ ~~143~~, ~~142~~, ~~141~~, ~~200~~, ~~199~~, ~~198~~, ~~197~~, ~~196~~, 195, ~~194~~

~~140~~, 139, 138, ~~137~~

$200+80+140+\overset{170}{(29+141)}+\overset{\cancel{280}}{(81+199)}+\overset{\cancel{110}}{(28+82)}+\overset{\cancel{340}}{(142+198)}+\overset{50}{(27+\cancel{143}\,23)}+$

$+\overset{\cancel{220}}{(83+137)}+\overset{\cancel{340}}{(143+197)}+\overset{\cancel{110}}{(26+84)}+\overset{\cancel{280}}{(86+194)}+\overset{110}{(85+25)}+\overset{\cancel{220}}{(24+196)}+$

$+195+139+138=\cancel{200}+80+\cancel{140}+\cancel{170}+\cancel{2560}+440+680+220+\cancel{110}+50\cancel{7}$

$+195+139+138=500+700+280+1020+50+195+139+138=$

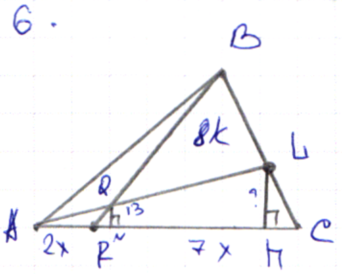
$=500+700+1300\overset{+50}{}+195+139+138=2550+472=\boxed{3022.}$

$\cancel{195+139}$

$195+139=334$, $334+138=472$

$2550+472=3022$

6.



LH - ?

$S_{ABC}=h\cdot\frac{1}{2}\cdot AC$, $\frac{AC}{AR}=\frac{9}{2}$

$S_{ABR}=\frac{1}{2}\cdot h\cdot AR$

$\frac{S_{ABC}}{S_{ABR}}=\frac{9}{2}$ $\frac{S_{BQL}}{S_{ABC}}=\frac{8}{21}$

$S_{ALC}=\frac{1}{2}LH\cdot AC$

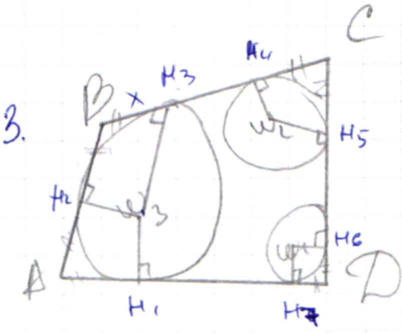
~~$S_{AQR}=\frac{1}{2}\cdot13$~~

$\triangle AQN\sim\triangle ALH$ по двум углам:

$\frac{AQ}{AL}=\frac{AN}{AH}=\frac{13}{LH}$

$AB=2x$

3.



$AD+BC-AB-CD=38$,

~~2r~~

$\cancel{2r}+\cancel{2x}+2r+\cancel{2x}-\cancel{2x}-\cancel{2x}-\cancel{2r}=38$,

$2r=38$,

$r=19$,

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

2. 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 1 6 3 3 3 3 3 3 3 3 3

$(3^8+2)\cdot 8$

$10^8+10^8+10^8+10^8+10^8 \ldots = 8\cdot10^8$

Ответ: $8\cdot10^8$

$\frac{1}{x+\frac{1}{24}} = \frac{1}{\frac{x}{24}} = \frac{24}{x}$

5. n - кол-во рабочих, x - ~~время~~ скорость 1, 1 - работа

$$\begin{cases} n\left(\frac{1}{x}\right)=21, \\ (n+2)\left(\frac{1}{x+\frac{1}{24}}\right)=15, \\ (n+6)\left(\frac{1}{x+\frac{2}{24}}\right)=10. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{n}{x}=21, \\ (n+2)\frac{24}{x}=15, \\ (n+6)\frac{12}{x}=10, \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{n}{x}=21, \\ \frac{24n+48}{x}=15, \\ \frac{12n+72}{x}=10, \end{cases}$$

$24\cdot21+\frac{48}{x}=15,$

$\frac{24n}{x}+\frac{48}{x}=15,$

$\frac{12n}{x}+\frac{72}{x}=10,$

$24\cdot21+\frac{48}{x}=15,$

$12\cdot21+\frac{72}{x}=10,$

$12\cdot21+\frac{48-72}{x}=5,$

$12\cdot21-\frac{24}{x}=5,$

$12\cdot21-5=\frac{24}{x}$

$147=\frac{24}{x}$

$x=\frac{24}{147}$

$n\cdot\frac{147}{24}=21.$

$n\cdot147=21\cdot24$

$7n=24$

$n=\frac{24}{7}$

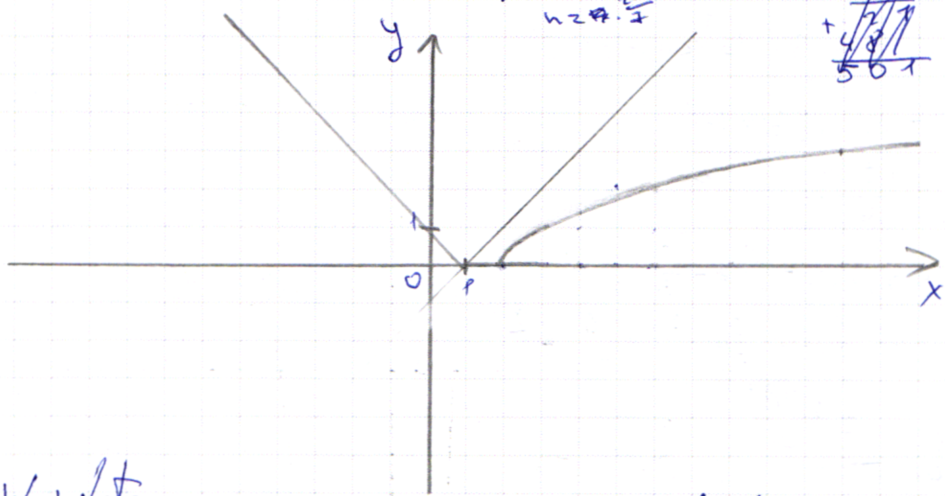
$24\cdot21=504$, $12\cdot21=252$, $252-5=247$

4. $|ax-a|\le\sqrt{x-2}$

$|a(x-1)|\le\sqrt{x-2}$

$y_1=\sqrt{x-2}$

$y_2=|a(x-1)|$



$|6a-a|\le\sqrt{6-2}$

$|5a|\le2$

$-2\le5a\le2$

$-\frac{2}{5}\le a\le\frac{2}{5}$

$|4a-a|\le\sqrt{4-2}$

$|3a|\le\sqrt2$

$-\sqrt2\le3a\le\sqrt2$

$-\frac{\sqrt2}{3}\le a\le\frac{\sqrt2}{3}$

$|a|\le0$

$\boxed{a=0}$

$x\le\sqrt{x-2}$

$x^2\le x-2$

$x^2-x+2<0$

$|4a|\le\sqrt3$

$-\sqrt3\le4a\le\sqrt3$

$-\frac{\sqrt3}{4}\le a\le\frac{\sqrt3}{4}$

$2=a(5-1)$

$2=4a,$

$a=\frac{1}{2}$

$a\cdot9=3$

$a=\frac{1}{3}$

$16a=4$

$a=\frac{1}{4}$

$a=\frac{(x-1)}{(x-1)^2}$ и ~~a=0~~

$\frac{\sqrt8}{8}\cdot7 = \frac{\sqrt2}{4}\cdot7$

$\frac{\sqrt6}{6}\cdot5=\frac{5\sqrt6}{6}$

$x+2-1-1=x$

$\frac{\sqrt x}{x}=\frac{1}{2}$

$y=\frac{\sqrt x}{x}(x-1)$

$\frac12\ 3$

$y=1{,}5.$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $y = 3x^2 - 4x + 2$

Ox: $D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot 2 < 0$

Oy: $y = 2$

$x_0 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$y_0 = 3 \cdot \frac{4}{9} - 4 \cdot \frac{2}{3} + 2 = \frac{4}{3} - \frac{8}{3} + 2 = -\frac{4}{3} + 2 = \frac{-4+6}{3} = \frac{2}{3}$

$17 = 3x^2 - 4x + 2$

$3x^2 - 4x - 15 = 0$

$D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot (-15) = 16 + 60 \cdot 3 =$

$= 16 + 180 = 196 = 14^2$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 14}{6}$

$x_1 = 3$; $x_2 = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$

$b = 3 - \left(-\frac{5}{3}\right) = 3 + \frac{5}{3} = \frac{9+5}{3} = \frac{14}{3} = \frac{2}{3}$

$x_1 - x_2 = \frac{2\sqrt{43}}{3}$

$\frac{4+\sqrt{12a-8}}{6} - \frac{4-\sqrt{12a-8}}{6} = \frac{2\sqrt{43}}{3}$

$4 + \sqrt{12a-8} - 4 + \sqrt{12a-8} = 4\sqrt{43}$,

$2\sqrt{12a-8} = 4\sqrt{43}$

$\sqrt{12a-8} = 2\sqrt{43}$

$12a - 8 = 4 \cdot 43$

$12a = 172 + 8$,

$12a = 180$

$\boxed{a = \frac{180}{12} = \frac{30}{2} = 15.}$

$y = 3 \cdot 16 - 16 + 2 = 34$

$y = 3 \cdot 9 - 4 \cdot 3 + 2 = 27 - 12 + 2 = 17.$

$3x^2 - 4x + 2 - a = 0$

$D = 16 - 4 \cdot (+2 - a) \cdot 3 =$

$= 16 - 12 \cdot (2-a) =$

$= 16 - 24 + 12a =$

$= 12a - 8$

$1 = 3x^2 - 4x + 2$

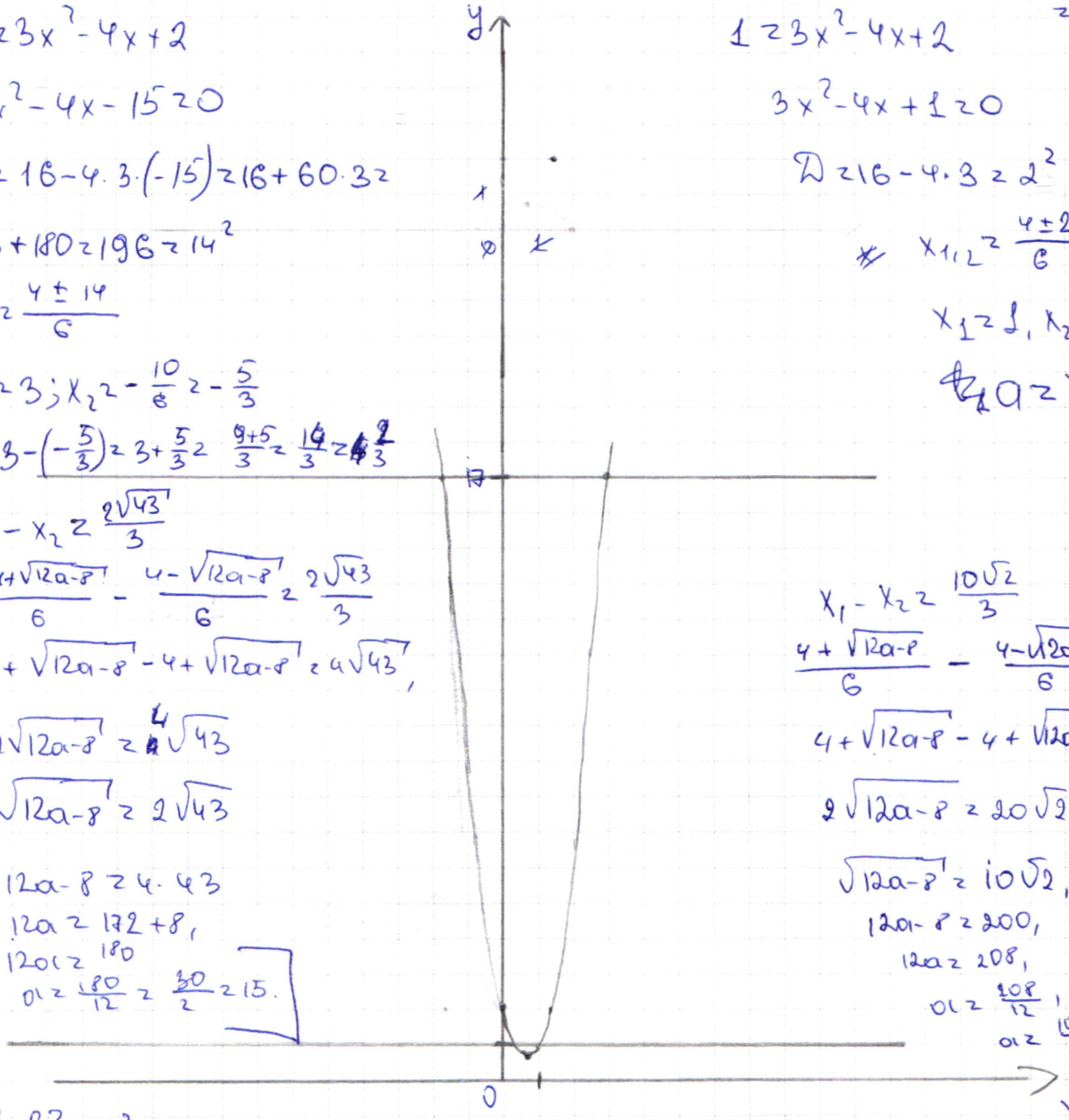
$3x^2 - 4x + 1 = 0$

$D = 16 - 4 \cdot 3 = 2^2$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{6}$

$x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{3}$

$a = x_1 - x_2 = \frac{2}{3}$



$x_1 - x_2 = \frac{10\sqrt{2}}{3}$

$\frac{4+\sqrt{12a-8}}{6} - \frac{4-\sqrt{12a-8}}{6} = \frac{10\sqrt{2}}{3}$,

$4 + \sqrt{12a-8} - 4 + \sqrt{12a-8} = 20\sqrt{2}$,

$2\sqrt{12a-8} = 20\sqrt{2}$,

$\sqrt{12a-8} = 10\sqrt{2}$,

$12a - 8 = 200$,

$12a = 208$,

$a = \frac{208}{12}$,

$\boxed{a = \frac{104}{6} = \frac{52}{3}}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$c = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{196}{9}} = \sqrt{\frac{200}{9}} = \frac{10\sqrt{2}}{3}$

$\cancel{a^2 = \sqrt{\frac{188}{9}}}$

$\cancel{a^2 = }\ \frac{4}{9} = \frac{196}{9} + c^2$; $c^2 = \frac{4}{9} - \frac{196}{9}$ $\varnothing$

$\frac{196}{9} = \frac{4}{9} + c^2$

$\frac{196}{9} - \frac{4}{9} = c^2$; $c = \sqrt{\frac{192}{9}} = \frac{2\sqrt{43}}{3}$