ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

4-025
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Т.к. парабола $y=x^2$ пересекает прямые $y=169$ и $y=64$, то значения x, при которых парабола их пересекает:

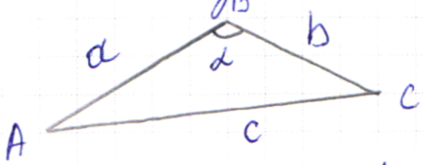
$y=169$ | $y=64$
$x^2=169$ | $x^2=64$
$x=+13$ и $x=-13$ | $x=8$ и $x=-8$

Следовательно при пересечении параболы $y=x^2$ прямых $y=169$ и $y=64$ она высекает из прямых отрезки:

из $y=169$: | из $y=64$:
$r_1=13\cdot 2=26$ | $r_2=8\cdot 2=16$

Значит задача сводиться к нахождению 3-ей стороны треугольника, у которого две другие стороны равны 26 и 16, и один из углов равен 120^0.

1-й случай:



$\triangle ABC$, где $a=26$, $b=16$, $\alpha=120^0$.

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\alpha$ – по теореме косинуса. Получаем:

$c^2=(26)^2+(16)^2-2\cdot 26\cdot 16\cdot(\cos 120^0)$

$c^2=676+256-832\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$

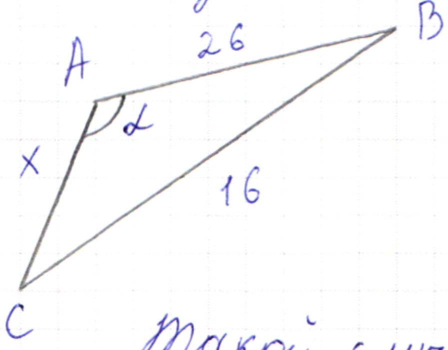
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$c^2 = 932 + 416$

$c^2 = 1348$

$c = \sqrt{1348}$

2-ой случай:



ΔABC, где $AB = 26$

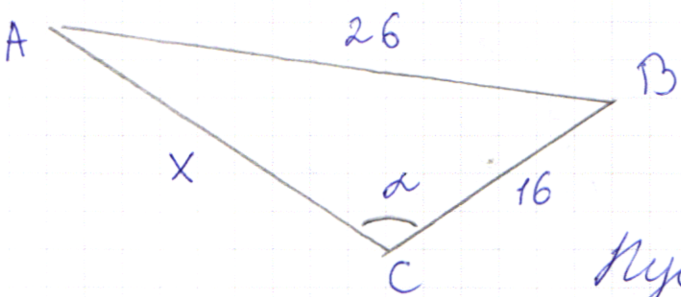
$BC = 16$

$AC = x$

$\alpha = 120^0$

Такой случай невозможен, т. к. против большего угла лежит большая сторона, а $AB > CB$ $(26 > 16)$.

3-ий случай:



ΔABC, где $AB = 26$

$BC = 16$

$\alpha = 120^0$

$AC = x$

Пусть:

$AB = y$; $BC = z$, тогда:

$y^2 = x^2 + z^2 - 2xz\cos\alpha$ – по теореме косинуса.

Получаем:

$676 = x^2 + 256 - 2x \cdot 16 \cdot (-\frac{1}{2})$

$676 = x^2 + 256 + 16x$

$x^2 + 16x - 420 = 0$

$D = 256 + 1680 = 1936 = 44^2$

$x_{1,2} = \frac{-16 \pm 44}{2}$ $\quad$ $x_1 = -30$ – не удовлетворяет

$x_2 = 14$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

МФТИ

4-015

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Исходя из 3-ёх случаев получаем, что отрезок, который высекает парабола $y=x^2$ из прямой $y=a$ равен $\sqrt{1348}$ или 14. Следовательно значения x, при которых $y=x^2$ пересекает $y=a$ равны:

$c=\sqrt{1348}$:

$x_1=\frac{\sqrt{1348}}{2}$

$x_2=-\frac{\sqrt{1348}}{2}$

$c=14$:

$x_1=7$

$x_2=-7$

Значит a равно:

при $c=\sqrt{1348}$:

$a=\left(\frac{\sqrt{1348}}{2}\right)^2=337$

при $c=14$:

$a=7^2=49$

Ответ: 337 и 49.

Задача №2

$g(x)=\sin 5x\cdot\sin 9x-\sin^2 7x-\cos^2 x-3$

Очевидно, что максимальное (наибольшее) значение функции будет при $\sin x=\pm1$.

Т.к. при $\sin x=\pm1$, $\cos x=0$, то:

$x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in Z.$

Получаем:

1-й случай, при $\sin x=1$:

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$\sin 5x = 1$

$\sin 9x = 1$

$\sin 7x = -1$, $\sin^2 7x = 1$

Значит:

$1 \cdot 1 - 1 - 0 - 3 = 1 - 1 - 3 = -3.$

2-ой случай, при $\sin x = -1$:

$\sin 5x = -1$

$\sin 9x = -1$

$\sin 7x = 1$

Значит:

$(-1) \cdot (-1) - 1 - 0 - 3 = 1 - 1 - 3 = -3$

Следователно наибольшее значение функции $g(x)$ равно -3.

Очевидно, что наименьшее значение функции будет при $\sin x = 0$.

т.к. при $\sin x = 0$, $\cos x = \pm 1$, то:

$x = \pi k,\ k \in Z$

Получаем:

1-й случай, при $\cos x = 1$:

$\sin 5x = 0$

$\sin 9x = 0$

$\sin 7x = 0$

$\cos^2 x = 1$

Значит:

$0 \cdot 0 - 0 - 1 - 3 = -4$

2-ой случай, при $\cos x = -1$:

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

4-015

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin 5x = 0$

$\sin 9x = 0$

$\sin 7x = 0$

$\cos^2 x = 1$

Значит:

$0 \cdot 0 - 0 - 1 - 3 = -4$

Следовательно наименьшее значение функции $g(x)$ равно -4.

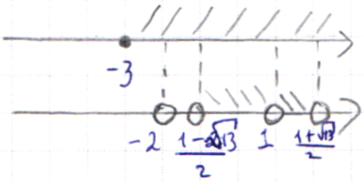
Ответ: наибольшее значение -3; наименьшее значение -4.

Задача №5

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

$$\begin{cases} x+5>0, \\ x+3 \geq 0, \\ \sqrt{x+3}-x \neq 1, \\ \sqrt{x+3}-x>0; \end{cases} \quad \begin{cases} x>-5, \\ x \geq -3, \\ x+3 \neq (1+x)^2, \\ x+3>x^2; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -3, \\ x^2+2x+1-x-3 \neq 0, \\ x^2-x-3<0; \end{cases}$$

Получаем:



$$\begin{cases} x \geq -3, \\ (x+2)(x-1) \neq 0, \\ x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}, \\ x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq -2 \\ x \neq 1 \\ x \in \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \end{cases}$$

Следовательно $x \in \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}; 1\right) \cup \left(1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

Ответ: $\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}; 1\right) \cup \left(1; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$.

Задача №7

Очевидно, что наименьшее значение суммы двадцати пяти выбранных Никакио чисел будет, если каждый раз он будет брать по 5 целых чисел из каждого промежутка, при условии, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 35, сумма которых всегда будет наименьшей.

Это будет происходить, если каждый раз он будет брать из промежутка первое число, а другие числа из других промежутков будут отличаться порядковым номером в своём промежутке на 1.

Например:

1, 37, 73, 109, 145 (в 1-ом промежутке первое число 1, далее во втором промежутке берём число с порядковым номером 2, в своём промежутке, это число - 37, так далее, увеличивая порядковый номер на 1, т.е 73, 109, 145).

Пример таких 25 чисел:

1) 1, 37, 73, 109, 145; 2) 38, 2, 74, 110, 141; 3) 3, 39, 75, 106,

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

4-025
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

142 ; 4) 4, 40, 41, 107, 143 ; 5) 36, 72, 108, 144.

1), 2), 3), 4), 5) - заходы по 5 чисел.

Получаем в каждой из заходов минимальную сумму 5-ти чисел:

$1 + 37 + 73 + 109 + 145 = 365$

$365 \cdot 5 = 1825$ - наименьшее значение суммы двадцати пяти выбранных Пиноккио чисел.

Ответ: 1825.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$169 = 13^2$ $y = x^2$ $x = 13$ $r = 26$ $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$

$64 = 8^2$ $x = 8$ $r = 16$

$r_0 = \sqrt{1348}$

$a = 26$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$

$c^2 = 676 + 256 - 832 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$c^2 = 932 + 416 = 1348$

$\sqrt{1348}$

$256 = 676 + x^2 - 52x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$256 = 676 + x^2 + 26x$

$x^2 + 26x + 420 = 0$

~~$D = 676$~~ $D < 0$

$676 = x^2 + 256 + 16x$

$x^2 + 16x - 420 = 0$

$D = 256 + 1680 = 44^2$

$x_{1,2} = \frac{-16 \pm 44}{2}$ $x_1 = -30$

$x_2 = 14$

$x = 28$

$a = 784$

450 810 630

0 0 1

1 1 0

-2-3=-5

-1-3=-4

№2

$g(x) = \sin 5x \cdot \sin 9x - \sin^2 7x - \cos^2 x - 3$

если $\sin x = 1$, то $\cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$

№5

$\log_{\sqrt{x+3}-x}(x+5) \geq 1$

$$\begin{cases} x+5>0 \\ x+3\geq 0 \\ \sqrt{x+3}-x \neq 1 \\ \sqrt{x+3}-x>0 \end{cases}$$

$x > -5$
$x \geq -3$

$x+3-x^2 \neq 1$
$x^2-x-2 \neq 0$
$x_1 \neq 2$
$x_2 \neq -1$

-5

-3

$-3 \quad 2$

$x^2-x-3>0$

$D=1+12=\sqrt{13}$

$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

$x+5 > \sqrt{x+3}-x$

$\cancel{x^2+10x+25 >}$

$2x+5 \geq \sqrt{x+3}$

$4x^2+20x+25 \geq x+3$

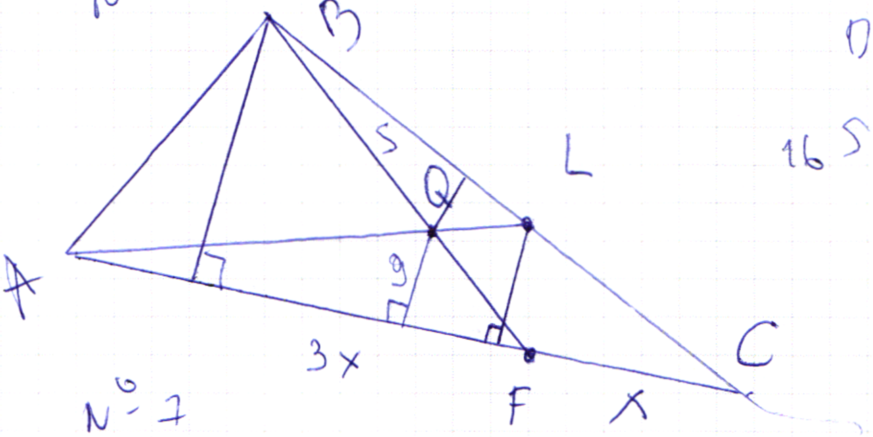
$4x^2+19x+22 \geq 0$

$\cancel{D=261} < 0$

19 × 19 = 171 + 19 = 261

22 × 16 = 132 + 22 = 352

№6 нет решений



$16 S_{BQL} = S_{ABC}$

109 + 73 = 182 + 145 = 327 + 38 = 365

$x^2-x-3<0$

№7

2; 36; 73; 109; 145

38 1; 40 2; 72 3; 108; 144

+1 2; +0 36; +4 73; +3 109; +4 145

+0 1; 40; +1 72; 108 +2; 144

+2 3; +3 37; +0 71;

+3 4; +2 38; +4

+4 5; +3 39; +

1; 37; 73; 109; 145

+1 2; +2 38; +3 74; +4 110; +0 141;

+2 3; +3 39; +4 75; +0 106; +1 142;

+3 4; +4 40; +0 71; +1 107; +2 143;

+4 5; +0 36; +1 72; +2 108; +3 144;

365 × 25 = 1825 + 730 = 9125

365 × 5 = 1825

38 + 73 = 111 + 109 = 220 + 145 = 365

$x^2+x-2 \neq 0$

$D=1+8=9$

$x_1=-2$
$x_2=1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

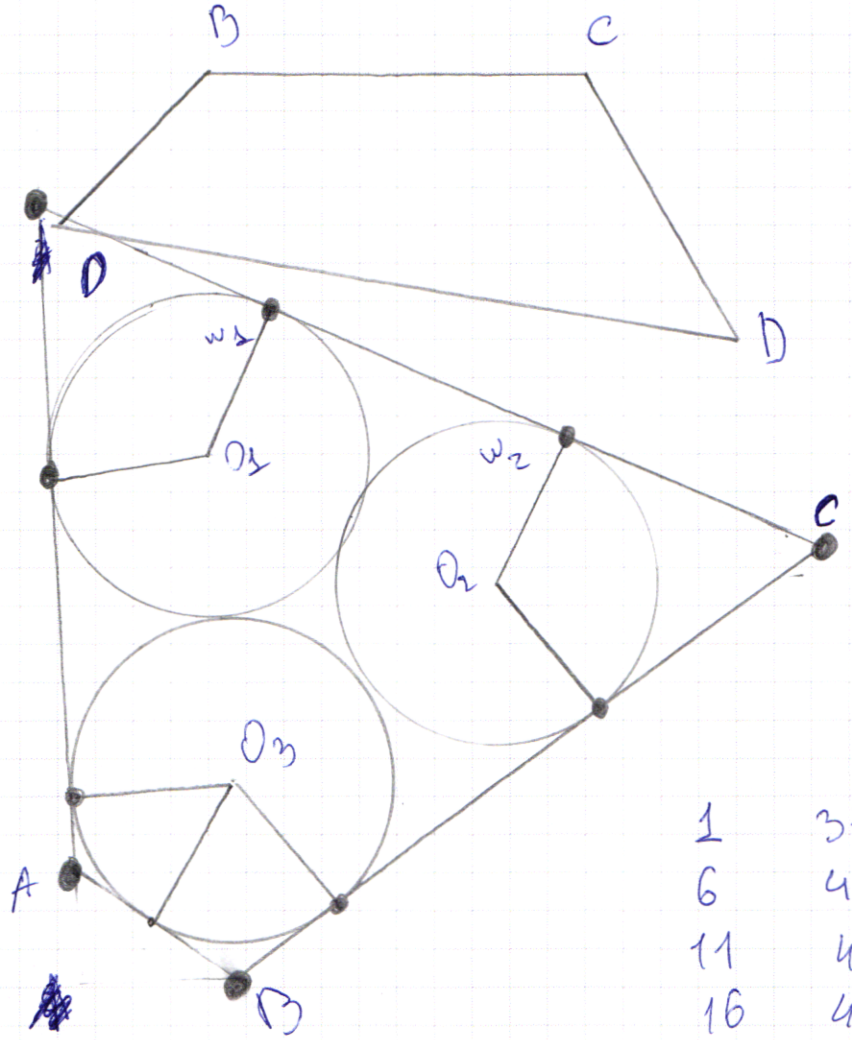
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

~~1555509~~

~~1055555~~



1	37	73	145
6	41	76	147
11	45	79	149
16	49	82	151
21	53	85	153

$AD + BC - AB - CD = 10$

$1 + 37 + 73 + 109 + 145 + 6$

~~1 + 37~~

~~1 + 2 + 3 + 4 + 5~~