МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

БИЛЕТ 6 ШИФР 5-014

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 5x^2$ пересекает прямые $y = 125$, $y = 80$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить прямоугольный треугольник?

2. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD. Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 28$.

3. Чиполлино наклеивает все свои марки в новый альбом. Если он наклеит по 15 марок на каждый лист, то все его марки в альбом не поместятся, а если по 17 марок на каждый лист, то по крайней мере один лист останется пустым. Если преподнести Чиполлино в подарок точно такой же альбом, на каждом листе которого наклеено по 22 марки, то у него станет ровно 900 марок. Сколько марок сейчас у Чиполлино? (Все марки имеют один и тот же размер.)

4. При каких значениях параметра a решением неравенства $|ax - a| \leqslant \sqrt{x-3}$ является отрезок длины 2?

5. Найдите количество 18-значных чисел, содержащих только цифры “3”, “5” и “8” (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр “3” ровно шесть, и они идут подряд.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 4 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $1 : 25$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 12.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 40]$, $[41; 80]$, $[81; 120]$, $[121; 160]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 40. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма двадцати четырёх выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Б-014

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$5x^2 = 125$ $\qquad$ $5x^2 = 80$ $\qquad$ $5x^2 = a$

$x^2 = 25$ $\qquad$ $x^2 = 16$ $\qquad$ $x^2 = \frac{a}{5}$

$x_{1,2} = \pm\sqrt{25}$ $\qquad$ $x_{3,4} = \pm\sqrt{16}$ $\qquad$ $x_{5,6} = \pm\sqrt{\frac{a}{5}}$

$x_1 = 5 \quad x_2 = -5$ $\qquad$ $x_3 = 4 \quad x_4 = -4$ $\qquad$ $x_5 = \sqrt{\frac{a}{5}} \quad x_6 = -\sqrt{\frac{a}{5}}$

l_1 – длина первого отрезка; l_2 – длина второго отрезка; l_3 – длина третьего отрезка

$l_1 = x_1 - x_2 = 5 - (-5) = 10$

$l_2 = x_3 - x_4 = 4 - (-4) = 8$

$l_3 = x_5 - x_6 = \sqrt{\frac{a}{5}} - \left(-\sqrt{\frac{a}{5}}\right) = 2\sqrt{\frac{a}{5}}$

1. Третий отрезок – катет

$8^2 + \left(2\sqrt{\frac{a}{5}}\right)^2 = 10^2$

$64 + \frac{4a}{5} = 100$

$\frac{4a}{5} = 36$

$a = 36 : \frac{4}{5}$

$a = 36 \cdot \frac{5}{4}$

$a = 45$

2. Третий отрезок – гипотенуза

$8^2 + 10^2 = \left(2\sqrt{\frac{a}{5}}\right)^2$

$64 + 100 = \frac{4a}{5}$

$\frac{4a}{5} = 164$

$a = 164 : \frac{4}{5}$

$a = 164 \cdot \frac{5}{4}$

$a = 205$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Ответ: 45; 205.

№4

$|ax-a| \leq \sqrt{x-3}$

$x-3 \geq 0$

$x \geq 3$

$|ax-a|^2 \leq (\sqrt{x-3})^2$

$a^2(x-1)^2 \leq x-3$

$a^2(x^2-2x+1) - x+3 \leq 0$

$a^2x^2 - 2a^2x + a^2 - x + 3 \leq 0$

$a^2x^2 - x(2a^2+1) + a^2+3 \leq 0$

Рассмотрим функцию $y = a^2x^2 - x(2a^2+1) + a^2+3$

$D(y) = R$

Найдём нули функции

$a^2x^2 - x(2a^2+1) + a^2+3 = 0$

$D = (-(2a^2+1))^2 - 4a^2(a^2+3) = (2a^2+1)^2 - 4a^4 - 12a^2 = 4a^4+4a^2+1-4a^4-12a^2 = 1-8a^2 > 0$

$1-8a^2 > 0$

$-8a^2 > -1$

$a^2 < \frac{1}{8}$

$|a| < \sqrt{\frac{1}{8}}$

$\begin{cases} a < \sqrt{\frac{1}{8}}, \\ a > -\sqrt{\frac{1}{8}}; \end{cases}$

$\begin{cases} a < \frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ a > -\frac{1}{2\sqrt{2}}; \end{cases}$

$\begin{cases} a < \frac{\sqrt{2}}{4}, \\ a > -\frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$

$a \in (-\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4})$

$x_1 = \frac{2a^2+1+\sqrt{1-8a^2}}{2a^2}$

$x_2 = \frac{2a^2+1-\sqrt{1-8a^2}}{2a^2}$

Так как длина отрезка -2 и $x \geq 3$, то $x \leq 5$

$\frac{2a^2+1+\sqrt{1-8a^2}}{2a^2} > \frac{2a^2+1-\sqrt{1-8a^2}}{2a^2}$, значит $x_1 = 5$; $x_2 = 3$

$\begin{cases} \frac{2a^2+1+\sqrt{1-8a^2}}{2a^2} = 5, \\ \frac{2a^2+1-\sqrt{1-8a^2}}{2a^2} = 3; \end{cases}$

$\begin{cases} 2a^2+1+\sqrt{1-8a} = 10a^2, \\ 2a^2+1-\sqrt{1-8a} = 6a^2; \end{cases}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-014

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2a^2+1+\sqrt{1-8a^2} - 2a^2 - 1 + \sqrt{1-8a^2} = 10a^2 - 6a^2$

$\cancel{4a^2+2=16a^2}$ $\quad 2\sqrt{1-8a^2} = 4a^2$

$\cancel{12a^2=2}$ $\quad (2\sqrt{1-8a^2})^2 = 16a^4$

$\cancel{a^2=\frac{1}{6}}$ $\quad 4(1-8a^2) = 16a^4$

$1-8a^2 = 4a^4$

$1-8a^2-4a^4=0$

$t=a^2;\ t^2=a^4$

$1-8t-4t^2=0$

$D=(-8)^2-4(-4)=64+16=80$

$t_1 = \frac{8+\sqrt{80}}{-8} = \frac{8+4\sqrt{5}}{-8} = -1-\frac{\sqrt{5}}{2}$

$t_2 = \frac{8-\sqrt{80}}{-8} = \frac{8-4\sqrt{5}}{-8} = \frac{\sqrt{5}}{2}-1$

$a^2 = -1-\frac{\sqrt{5}}{2}$ – нет корней $\qquad a^2 = \frac{\sqrt{5}}{2}-1$

$a_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{2}-1}$

$a_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{5}}{2}-1} = \sqrt{\frac{\sqrt{5}-2}{2}} = \frac{\sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{5}-2}}{2} = \frac{\sqrt{2(\sqrt{5}-2)}}{2} = \frac{\sqrt{2\sqrt{5}-4}}{2}$

$a_2 = -\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{2}-1} = -\sqrt{\frac{\sqrt{5}-2}{2}} = -\frac{\sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{5}-2}}{2} = -\frac{\sqrt{2(\sqrt{5}-2)}}{2} = -\frac{\sqrt{2\sqrt{5}-4}}{2}$

Ответ: $\frac{\sqrt{2\sqrt{5}-4}}{2}$; $-\frac{\sqrt{2\sqrt{5}-4}}{2}$.

№ 5

$\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10} a_{11} a_{12} a_{13} a_{14} a_{15} a_{16} a_{17} a_{18}}$ – число, где a_n – цифра

k – число способов, ~~к~~ которыми можно разместить шесть троек подряд

$k=13$ (так как если считать от конца, то первая тройка будет под номером 13, а тройки могут располагаться, начиная ещё с 12 позиций, таким образом, всего 13 способов разместить 6 троек подряд в 18-значном числе).

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Теперь нужно найти, сколькими способами можно разместить оставшиеся цифры. Рассмотрим 6 случаев

1. ~~Одна~~ 1 пятёрка и 11 восьмёрок (или 1 восьмёрка и 11 пятёрок)

n_k — число размещений цифр „5" и „8" в k-ом случае

$n_1 = \frac{12!}{1! \cdot 11!} = 12$

2. 2 пятёрки и 10 восьмёрок (или 2 восьмёрки и 10 пятёрок)

$n_2 = \frac{12!}{2! \cdot 10!} = \frac{11 \cdot 12}{2} = 66$

3. 3 пятёрки и 9 восьмёрок (или 3 восьмёрки и 9 пятёрок)

$n_3 = \frac{12!}{3! \cdot 9!} = \frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{6} = 220$

4. 4 пятёрки и 8 восьмёрок (или 8 пятёрок и 4 восьмёрки)

$n_4 = \frac{12!}{4! \cdot 8!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{24} = 495$

5. 5 пятёрок и 7 восьмёрок (или 5 восьмёрок и 7 пятёрок)

$n_5 = \frac{12!}{7! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{120} = 792$

6. 6 восьмёрок и 6 пятёрок

$n_6 = \frac{12!}{6! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{720} = 1124$

n — общее число размещений цифр „5" и „8"

Так как 1–5 случаи встречаются дважды, то $n = 2n_1 + 2n_2 + 2n_3 + 2n_4 + 2n_5 + n_6 =$

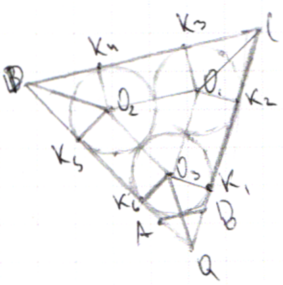
$= 2 \cdot 12 + 2 \cdot 66 + 2 \cdot 220 + 2 \cdot 495 + 2 \cdot 792 + 1124 = 4294$

N — количество чисел

$N = nk = 4294 \cdot 13 = 55528$

Ответ: 55528.

№4



Так как $O_1O_2 = O_2O_3 = O_3O_1 = 2r$, то $\triangle O_1O_2O_3$ — равносторонний. Так как $d(O_1; CB) = d(O_1; DC) = d(O_2; DC) = d(O_2; AD) =$ $= d(O_3; AD) = d(O_3; BC) = r$, то $O_3O_1 \parallel BC$; $O_1O_2 \parallel CD$; $O_2O_3 \parallel AD$, значит $\triangle QDC \sim \triangle O_3O_2O_1$. $\angle Q = 60^\circ$, значит $AQ = BQ = AB$

$\triangle QO_3K_1, \angle K_1 = 90^\circ, = \triangle CO_1K_2, \angle K_2 = 90^\circ = \triangle CO_1K_3, \angle K_3 = 90^\circ, = \triangle DO_2K_4, \angle K_4 = 90^\circ =$

☐ черновик ☑ чистовик Страница №4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$= \Delta DO_2K_5, \angle K_5 = 90^\circ = \Delta QO_3K_6, \angle K_6 = 90^\circ$ (по гипотенузе и катету)

$QO_3 = r + \frac{AB\sqrt{3}}{2}$

$\angle K_1QO_3 = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

По свойству катета, лежащего напротив угла 30°, $O_3K_1 = \frac{1}{2}QO_3$

$r = \frac{1}{2}(r + \frac{AB\sqrt{3}}{2})$

$r = \frac{1}{2}r + \frac{AB\sqrt{3}}{4}$

$\frac{1}{2}r = \frac{AB\sqrt{3}}{4}$

$r = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$

По теореме Пифагора $QO_3^2 = O_3K_1^2 + QK_1^2$

$QK_1^2 = (r + \frac{AB\sqrt{3}}{2})^2 - r^2 = r^2 + 2\cdot\frac{AB\sqrt{3}}{2}\cdot r + \frac{3AB^2}{4} - r^2 = AB\sqrt{3}\cdot\frac{AB\sqrt{3}}{2} + \frac{3AB^2}{4} = \frac{3AB^2}{2} + \frac{3AB^2}{4} =$

$= \frac{6AB^2 + 3AB^2}{4} = \frac{9AB^2}{4}$

$CK_3 = DK_4$

$CK_2 = QK_1 = \sqrt{\frac{9AB^2}{4}} = \frac{3AB}{2}$

$BK_1 = QK_1 - AB = \frac{3AB}{2} - AB = \frac{AB}{2}$

$K_4K_3 = K_1K_2 = 2r = 2\cdot\frac{AB\sqrt{3}}{2} = AB\sqrt{3}$

$BC = AD = BK_1 + K_1K_2 + CK_2 = \frac{AB}{2} + AB\sqrt{3} + \frac{3AB}{2} = \frac{AB + 2AB\sqrt{3} + 3AB}{2} = \frac{AB(1 + 2\sqrt{3} + 3)}{2} = \frac{AB(4+2\sqrt{3})}{2} =$

$= AB(2+\sqrt{3})$

$CD = CK_3 + K_4K_3 + DK_4 = \frac{3AB}{2} + AB\sqrt{3} + \frac{3AB}{2} = \frac{3AB + 2AB\sqrt{3} + 3AB}{2} = \frac{AB(3 + 2\sqrt{3} + 3)}{2} =$

$= \frac{AB(6+2\sqrt{3})}{2} = AB(3+\sqrt{3})$

$AD + BC - AB - CD = AB(2+\sqrt{3}) + AB(2+\sqrt{3}) - AB(3+\sqrt{3}) - AB = AB(2+\sqrt{3}+2+\sqrt{3}-3-\sqrt{3}-1) =$

$= AB\sqrt{3}$

$AB\sqrt{3} = 28$

$AB = \frac{28}{\sqrt{3}}$

$AB = \frac{28\sqrt{3}}{3}$

$r = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{28\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{3\cdot 2} = \frac{14\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}}$ (см)

Ответ: $\frac{14\sqrt{3}}{3}\ 14$ см.

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 6

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cancel{QK=\sqrt{\left(r+\frac{AB\sqrt3}{2}\right)^2-r^2}=\sqrt{\left(\frac{3AB\sqrt3}{2}\right)^2-(AB\sqrt3)^2}=\sqrt{\frac{27AB^2}{4}-3AB^2}=\sqrt{\frac{15AB^2}{4}}=\frac{AB\sqrt{15}}{4}}$$

$$QK=\sqrt{\left(r+\frac{AB\sqrt3}{2}\right)^2-r^2}=\sqrt{r^2+rAB\sqrt3+\frac{3AB^2}{4}-r^2}=\sqrt{3AB^2+\frac{3AB^2}{4}}=\sqrt{\frac{12AB^2+3AB^2}{4}}=\frac{AB\sqrt{15}}{2}$$

$$AK=\frac{AB\sqrt{15}}{2}-AB=\frac{AB(\sqrt{15}-3)}{2}$$

$$BC=AD=\frac{AB(\sqrt{15}-2)}{2}+2AB\sqrt3+\frac{AB\sqrt{15}}{2}=\frac{AB(\sqrt{15}-2)+4AB\sqrt3+AB\sqrt{15}}{2}=\frac{AB(\sqrt{15}-2+4\sqrt3+\sqrt{15})}{2}=$$

$$=\frac{AB(2\sqrt{15}-2+4\sqrt3)}{2}=AB(\sqrt{15}-1+2\sqrt3)$$

$$CD=AB\sqrt{15}+2AB\sqrt3=AB(\sqrt{15}+2\sqrt3)$$

$$2AB(\sqrt{15}-1+2\sqrt3)-AB-AB(\sqrt{15}+2\sqrt3)=28$$

$$AB(2\sqrt{15}-2+4\sqrt3-1-\sqrt{15}-2\sqrt3)=28$$

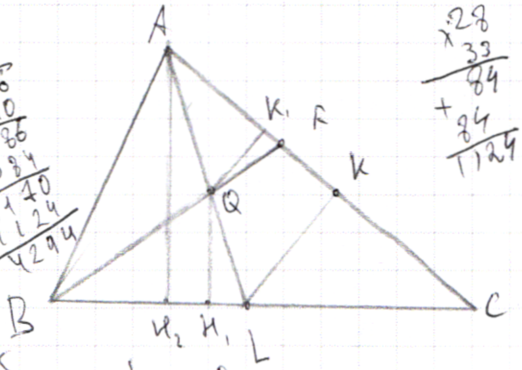
$$AB(\sqrt{15}-3+2\sqrt3)=28$$

$$AB=\frac{28}{\sqrt{15}-3+2\sqrt3}$$

$$r=\frac{28\sqrt3}{\sqrt{15}-3+2\sqrt3}$$

$$\begin{array}{r}\times\,99\\5\\\hline 495\end{array}\quad \begin{array}{r}\times\,72\\11\\\hline 72\\+72\\\hline 792\end{array}\quad \begin{array}{r}\times\,792\\2\\\hline 1584\end{array}$$

$$\begin{array}{r}156\\+440\\\hline 596\\+990\\\hline 1586\\+1584\\\hline 3170\\+1124\\\hline 4294\end{array}\quad \begin{array}{r}\times\,28\\33\\\hline 84\\+84\\\hline 1124\end{array}\quad \begin{array}{r}\times\,4294\\12\\\hline 8588\\+4294\\\hline 51528\end{array}$$



$$\cancel{S_{BQL}=\frac12 BL\cdot QH_1}$$

$$\cancel{S_{BAL}=\frac12 BC\cdot QH_2}$$

$$\frac{S_{BQL}}{S_{BAL}}=\frac{\frac12 BL\cdot QH_1}{\frac12 BC\cdot QH_2}=\frac{BL\cdot QH_1}{BC\cdot QH_2}=\frac{kBC\cdot QL}{BC\cdot AL}=k\cdot\frac{QL}{AL}$$

$a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ a_5\ a_6\ a_7\ a_8\ a_9\ a_{10}\ a_{11}\ a_{12}\ a_{13}\ a_{14}\ a_{15}\ a_{16}\ a_{17}\ a_{18}$

$k_1=13$

1. 1 – 5; 11 – 8 (11 – 5; 1 – 8)

$$n_1=\frac{12!}{11!}=12$$

~~n_2~~ 2. 2 – 5; 10 – 8 (10 – 5; 2 – 8)

$$n_2=\frac{12!}{10!\cdot2!}=\frac{11\cdot12}{2}=66$$

3. 3 – 5; 9 – 8 (9 – 5; 3 – 8)

$$n_3=\frac{12!}{9!\cdot3!}=\frac{10\cdot11\cdot12}{6}=220$$

4. 4 – 5; 8 – 8 (8 – 5; 4 – 8)

$$n_4=\frac{12!}{4!\cdot8!}=\frac{9\cdot10\cdot11\cdot12}{24}=495$$

5. 5 – 5; 7 – 8 (7 – 5; 5 – 8)

$$n_5=\frac{12!}{7!\cdot5!}=\frac{8\cdot9\cdot10\cdot11\cdot12}{120}=792$$

6. 6 – 5; 6 – 8

$$n_6=\frac{12!}{6!\cdot6!}=\frac{7\cdot8\cdot9\cdot10\cdot11\cdot12}{720}=1124$$

$$n=2n_1+2n_2+2n_3+2n_4+2n_5+n_6=$$

$$=2\cdot12+2\cdot66+2\cdot220+2\cdot495+2\cdot792+1124=$$

$$=24+132+440+990+1584+1124=$$

$$=4294$$

$$N=kn=13\cdot4294=51528$$

$$\cancel{\frac{2a^2+1-\sqrt{1-8a^2}}{2a^2}=3} \qquad \frac{2a^2+1+\sqrt{1-8a^2}}{2a^2}=5$$

$$\cancel{2a^2+1-\sqrt{1-8a^2}=6a^2} \qquad 2a^2+1+\sqrt{1-8a}=10a^2$$

$$1-\sqrt{1-8a^2}-4a^2=0 \qquad 1+\sqrt{1-8a^2}-8a^2=0$$

$$\begin{cases} \frac{x}{15}>n, \\ \frac{x}{17}\le n-1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>15n, \\ x\le 17n-17. \end{cases}$$

$$22n+x=900$$

$$17n-17>15n$$

$$2n>17$$

$$n>8{,}5$$

$$\begin{array}{r} \times\, 224 \\ 9 \\ \hline 1887 \end{array} \qquad 917 \,|\, 39 \quad -78 \quad 23 \quad 137 \quad 117 \quad 20$$

$$900 \,|\, 38 \quad -76 \quad 23{,}6 \quad 240 \quad -228 \quad 12$$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5 - 014

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$5x^2 = 125$

$x^2 = 25$

$x_1 = 5;\ x_2 = -5$

$l_1 = 5 - (-5) = 10$

$5x^2 = 80$

$x^2 = 16$

$x_3 = 4;\ x_4 = -4$

$l_2 = 4 - (-4) = 8$

$-AB = 28 + CD - AD - BC$

$AB = AD + BC - CD - 28$

~~$AB = CD - 28 - 2AB$~~

$5x^2 = a$

$x^2 = \frac{a}{5}$

$x = \sqrt{\frac{a}{5}}$

$x_5 = \sqrt{\frac{a}{5}}$ $x_6 = -\sqrt{\frac{a}{5}}$

$l_3 = 2\sqrt{\frac{a}{5}}$

2. $2\sqrt{\frac{a}{5}}$ – гипотенуза

$8^2 + 10^2 = \left(2\sqrt{\frac{a}{5}}\right)^2$

$64 + 100 = \frac{4a^2}{5}$ ~~AD+BC~~

$\frac{4a}{5} = 164$

$4a = 820$

$a = 205$

1. $2\sqrt{\frac{a}{5}}$ – катет

$8^2 + \left(2\sqrt{\frac{a}{5}}\right)^2 = 10^2$

$64 + \frac{4a}{5} = 100$

$\frac{4a}{5} = 36$

$4a = 180$

$a = \frac{45}{2}$

$AD + BC - AB - 28 - 3AB = 28$

~~$AD + BC = 56 - 4AB$~~

$AQ + QC - AB - CD = 28 + 2AB$

$CD = 28 + 3AB$

$\times\frac{164}{5}$ $820 : 4 = 205$

$r = \frac{1}{2}\left(r + \frac{AB\sqrt{3}}{2}\right)$

$r = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$

$\frac{1}{2}r = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$

$r = AB\sqrt{3}$

$|ax - a| \leq \sqrt{x-3}$

$x \geq 3$

$|ax - a|^2 \leq \left(\sqrt{x-3}\right)^2$

$|ax - a|^2 \leq x - 3$

$ax - x \leq a - 3$

$x(a-1) \leq a - 3$

$x \leq \frac{a-3}{a-1}$

$a \neq 1$

$a = 0{,}5$

~~$x \leq 5$~~ $\frac{a-3}{a-1} = 5$

~~$a - 3 = 5a - 5$~~

~~$-4a = -2$~~

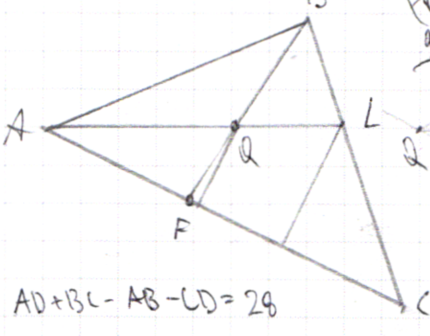
$a - 3 = 5(a-1)$

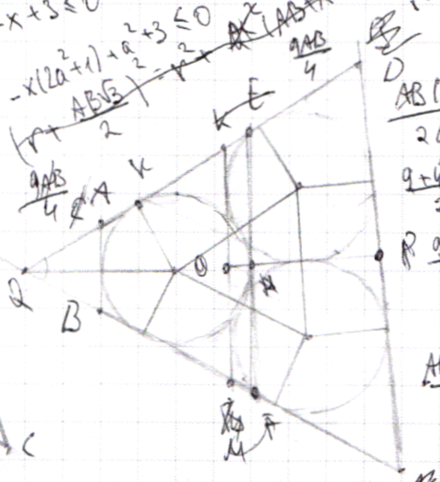
$a^2(x^2 - 2x + 1) - x + 3 \leq 0$

$a^2x^2 - 2a^2x + a^2 - x + 3 \leq 0$

$a^2x^2 - x(2a^2+1) + a^2 + 3 \leq 0$

$\left(r + \frac{AB\sqrt{3}}{2}\right)^2 - r^2 + \frac{9AB}{4}$ ~~$AE(AB+AK)$~~





$\frac{AB(9+4\sqrt{3}) : 2}{2AB\sqrt{3}}$

$\frac{9+4\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}}$

$\frac{9+4\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$

$\frac{AB(9+4\sqrt{3})}{2}$

$AD + BC - AB - CD = 28$

$AD + BC - (AB + CD) = 28$

$AB + CD - AD - BC = -28$

$(ax - a)^2$

$a^2(x-1)^2 \leq x - 3$

$a^2(x-1)^2 - x + 3 \leq 0$

$AB + EF = AE + BF$

~~$\frac{9AB}{2} + 2AB\sqrt{3}$~~

$r + \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{AB\sqrt{3}}{2} + AB\sqrt{3} + \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{3AB\sqrt{3}}{2}$

$OK + PD = KD + PO$

$OM + PC = OP + MC$

$= \frac{9AB + 4AB\sqrt{3}}{2}$

$AB + EF + OK + PD + OM + PC = AE + BF + KD + PO + OP + MC$

$AB + EF + MK + CD = AD - KE + BC - MF + 2OP$

$AB + CD - BC - AD = 2OP - EF - MK - KE - MF = -28$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

Пусть x – число марок, n – число ~~страниц~~ листов в альбоме

$$\begin{cases} \frac{x}{15} > n, \\ \frac{x}{17} \le n-1; \\ \cancel{22n + x = 900}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 15n \\ x \le 17(n-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 15n, \\ x \le 17n - 17 \end{cases}$$

Пусть $x = 17n - 17$

$22n + x = 900$

$22n + 17n - 17 = 900$

$39n = 917$

$n = 23\frac{20}{39}$ – не подходит по смыслу задачи

$x < 17n - 17$

$15n$ $\quad$ $\cancel{17n-17}$ $\cancel{17n}$ $\quad$ $17n-17$

$\cancel{17n - 17 > 15n}$

$\cancel{2n > 17}$

$\cancel{n > 8,5}$

$22n + 15n = 900$

$37n = 900$

$n = \frac{900}{37} = 24\frac{12}{37}$

$n = 24$

$x + 22n = 900$

$x + 22 \cdot 24 = 900$

$x + 528 = 900$

$917 : 39 = 23$, -78, 137, -117, 20

$17 \cdot 23 = 391$

$22 \cdot 24 = 528$

$900 : 37 = 24$, -74, 160, -148, 12

$24 \cdot 15 = 120$

$900 - 528 = 272$

$272 : 15 = 18$, -15, 122

$x > 360$

$x \le 391$

$x = 272$

$\cancel{\frac{x}{17} > 1 - n}$

$\cancel{\frac{x}{15} - \frac{x}{17} > n + 1 - n}$

$\frac{2x}{17} > 1$

$2x > 17$

$x > 8,5$

$x + 22n = 900$

$\frac{2\sqrt{2\sqrt{5}-4}}{4} > \frac{\sqrt{2}}{4}$

$2 + \sqrt{2\sqrt{5}-4} - \sqrt{2} = \sqrt{2}(\sqrt{2}\sqrt{2\sqrt{5}-4} - 1)$

$= \sqrt{2}(\sqrt{4\sqrt{5}-8} - 1)$

$2\sqrt{5} - 4 - \sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{5}-2}{2}$ $\quad \frac{\sqrt{2}}{4}$

$\frac{2(\sqrt{5}-2)}{4}$ $\quad \frac{\sqrt{2}}{4}$

$= \pm \frac{\sqrt{2\sqrt{5}-4}}{2}$

$\cancel{a^2x^2 - 2a^2x + a}$

$a^2x^2 - x(2a^2+1) + a^2 + 3 = 0$

$D = (-(2a^2+1))^2 - 4a^2(a^2+3) =$

$= (2a^2+1)^2 - 4a^4 - 12a^2 =$

$= 4a^4 + 4a^2 + 1 - 4a^4 - 12a^2 =$

$= 1 - 8a^2 > 0$

$x_1 = \frac{2a^2 + 1 + \sqrt{1-8a^2}}{2a^2}$

$x_2 = \frac{2a^2 + 1 - \sqrt{1-8a^2}}{2a^2}$

$\frac{2a^2+1+\sqrt{1-8a^2}}{2a^2} - \frac{2a^2+1-\sqrt{1-8a^2}}{2a^2} = 2$

$\frac{2a^2+1+\sqrt{1-8a^2} - 2a^2 - 1 + \sqrt{1-8a^2}}{2a^2} = 2$

$\frac{2\sqrt{1-8a^2}}{2a^2} = 2$

$\frac{\sqrt{1-8a^2}}{a^2} = 2$

$\sqrt{1-8a^2} = 2a^2$

$(\sqrt{1-8a^2})^2 = 4a^4$

$1 - 8a^2 = 4a^4$

$1 - 8a^2 - 4a^4 = 0$

$t = a^2 \quad t^2 = a^4$

$1 - 8t - 4t^2 = 0$

$D = (-8)^2 - 4(-4) = 64 + 16 = 80$

$t_1 = \frac{8 + \sqrt{80}}{-8} = \frac{8 + 4\sqrt{5}}{-8} = -1 - \frac{\sqrt{5}}{2}$

$t_2 = \frac{8 - \sqrt{80}}{-8} = \frac{8 - 4\sqrt{5}}{-8} = \frac{\sqrt{5}}{2} - 1$

$a = \pm\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{2}{1}} =$

$= \pm\sqrt{\frac{\sqrt{5}-2}{2}} = \pm\frac{\sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{2}} =$

$= \pm\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\sqrt{5}-2}}{2} = \pm\frac{\sqrt{2(\sqrt{5}-2)}}{2} =$

☑ черновик $\quad$ ☐ чистовик $\quad$ Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) $\quad$ (Нумеровать только чистовики)