

«Физтех. Бизнес»

Конкурс	11 класс, вариант 1
Количество заданий	5
Сумма баллов	80
Время написания	240 минут

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех задачах бесконечно делимыми. Количества фирм и людей могут быть только целыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта а) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все неизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Удачи!

Заключительный этап олимпиада «Физтех. Бизнес». Задачи.

1. Коронавирус и внешний эффект

После разразившейся коронавирусной инфекции в городе Энске правительство все-речь решило заняться проблемой вакцинирования населения. Известно, что вакцинирование является добровольным. Единственная компания, производящая и реализующая вакцину в городе, здесь и далее продает ее по цене 16 рублей за штуку, а ее издержки имеют вид $TC_V = V^2$, где V – количество проданных вакцин. Также, в городе есть частная больница, занимающаяся лечением пневмонии. Услуги лечения в больнице стоят фиксированные 2 рубля, а издержки больницы зависят от коллективного иммунитета населения, то есть от количества реализованных вакцин. Так, издержки больницы имеют вид $TC_B = \frac{B^2}{V}$, где B – количество курсов лечения пневмонии. Считайте, что больница и фирма-производитель всегда максимизируют свою прибыль.

(a) (3 балла) Рассчитайте, сколько вакцин и курсов лечения от пневмонии будет реализовано изначально.

(b) (5 баллов) Правительство Энска решает вмешаться в рынок, который не учитывает положительный эффект от реализации вакцин. Чтобы эффект полностью учитывался, правительство решило принудительно объединить обе фирмы в одну, которая будет максимизировать суммарную прибыль. Найдите, сколько вакцин и курсов лечения будет реализовано в таком случае.

(c) (8 баллов) Создание единой компании не понравилось Федеральной Антимонопольной Службе, и она запретила объединение фирм. Мэрии Энска пришлось думать, как заставить фирмы учитывать положительный внешний эффект от вакцин по-другому. Впоследствии было принято следующее решение: мэрия создала рынок доплаты за вакцины, обязав больницу выплачивать фиксированную сумму P за каждую реализованную вакцину фирме-производителю. Цену на получившемся «рынке положительного эффекта» обе фирмы, пока еще не осознавшие свою рыночную власть, воспринимают как заданную, формируя на данном рынке спрос и предложение. Определите равновесную цену P , а также количество реализованных вакцин и курсов лечения от пневмонии в данном случае.

2. Банковский кризис

В банковском секторе США сейчас продолжают проблемы: после банкротства крупных банков люди бросились снимать деньги со счетов. ФРС США (Федеральная Резервная Система, аналог российского Центрального Банка) объявила о выдаче большого количества займов коммерческим банкам, чтобы справиться с паникой (так, за первые 2 недели кризиса было выдано \$390 млрд, по сравнению с \$4 млрд неделей ранее). Также, совсем недавно ФРС повысила ключевую ставку (ставку, под которую коммерческие банки могут брать кредиты у ЦБ) в экономике до уровня 5% годовых. Однако, именно с резким повышением ставки в прошлом связывают проблемы обанкротившихся банков в США.

(a) (3 балла) Объясните, почему чрезмерное изъятие денег с банковских счетов может создать проблемы для экономики страны.

(b) (5 баллов) Объясните, почему резкое повышение ключевой ставки может привести к проблемам у банков.

(c) (8 баллов) Объясните, почему увеличение количества займов банкам со стороны ФРС и одновременное повышение ключевой ставки в экономике являлись бы противоречивыми действиями в безкризисной ситуации.

3. Покупка конкурента

На рынке авиаперевозок со спросом $P_d = 36 - Q$ конкурируют фирмы Флот и Беда. Перевозки, осуществляемые фирмами однородны, потребителям безразлично у какой фирмы покупать перевозки. Фирмы конкурируют, выбирая объем перевозок, одновременно выпуская Q_f и Q_b соответственно. После этого цена формируется из уравнения спроса: $P_d = 36 - Q_f - Q_b$. Вот только фирма Флот гораздо более технологична и имеет издержки на перевозки, равные $TC = 4Q_f$, в то время как издержки Беды – $TC = 8Q_b$.

(а) (3 балла) Найдите выпуски, которые выберут фирмы в равновесии.

(б) (5 баллов) Флот решает воспользоваться наилучшим положением Беды и решает купить часть фирмы. Если Флот купит меньше 50% Беды, то он просто получит долю ее прибыли, равную доле фирмы, которую он купил. Если флот купит 50% или более Беды, то он получит право назначить выпуск Беды и также получит долю прибыли, получаемую ей. Собственник Беды согласится продать Беду, только если сумма выручки от продажи части компании и прибыли от оставшейся части будет больше или равна, чем прибыль, которую может получить собственник, не продавая Беду. Если собственнику безразлично продавать или не продавать, то он продает часть фирмы. Найдите стратегию действий Флота (долю выкупаемой компании, выплачиваемую сумму, назначенный выпуск/выпуски), при которой он сможет получить наибольшую прибыль.

(с) (8 баллов) Контроль над сделкой поглощения решил провести ФАС. Он одобрит сделку, только если общественное благосостояние после слияние фирм увеличится хотя бы на 8. Общественное благосостояние является суммой излишка потребителя (здесь он будет равен $\frac{Q^2}{2}$) и прибылей фирм. На каких условиях состоится сделка, если Флот будет придерживаться стратегии из предыдущего пункта?

4. Любители мороженого

В некотором очень небольшом городе, в котором живет 24 человека, $a > 0$ человек любят есть мороженое с клубникой, а $b > 0$ любят есть мороженое с шоколадом. При этом известно, что $a + b < 24$. Назовём любителей шоколадного и клубничного мороженого активными потребителями, а оставшихся жителей - нейтральными. Бизнесмен Александр хочет начать продавать жителям города мороженое, при этом он не может в силу производственных ограничений производить оба вида мороженого, и сейчас выбирает, какой из вкусов производить.

Но всё не так просто, ведь любители клубничного и шоколадного мороженого ведут свою игру и убеждают нейтральных жителей становиться любителями того же типа мороженого, что и они. Так как общество в целом любит клубничное мороженое, то один любитель клубничного может убедить одного нейтрального в своих вкусах, а каждые два любителя шоколадного могут убедить лишь одного нейтрального. При этом если человека убеждают и те, и те, то он путается и не будет покупать мороженое вообще. Бизнесмен Александр будет производить то мороженое, которое нравится большинству жителей города.

Каждый активный потребитель хочет убеждать нейтральных таким образом, чтобы бизнесмен Александр в итоге решил производить именно его тип мороженого. Любители шоколадного мороженого не покупают клубничное и наоборот. При этом нейтральные покупают любой тип мороженого, какого бы вкуса оно не было, а жители в этом городе бесконечно делимы.

(a) (3 балла) Найдите, мороженое какого вкуса выберет производить Александр если $a = 3$, а $b = 4$.

(b) (5 баллов) Предположим, что $a + b \leq 12$, мороженое какого вкуса выберет производить Александр в зависимости от значений a и b ?

(c) (8 баллов) Для всех возможных изначальных значений a и b ($a + b < 24$ и $a, b > 0$) определите, мороженое какого вкуса выберет производить Александр.

5. Убеждение фирм

Наивная страна – закрытая трехсекторная экономика. Потребление в стране не зависит от дохода и является автономным: $C_a = 100$, а фирмы инвестируют по следующему правилу: если выпуск в предыдущем периоде меньше чем выпуск, который ожидают фирмы в этом периоде, то инвестиции положительны и равны $0.5Y$, где Y – ожидаемый выпуск в текущем периоде. Если выпуск в текущем периоде меньше или равен выпуску в предыдущем, то фирмы не инвестируют ничего. Государственные закупки автономны и равны 50, а налоги в стране отсутствуют.

(а) (4 балла) Предположим, что фирмы действуют наивно: в каждом периоде они ожидают такой же выпуск, который был в предыдущем периоде. На сколько нужно увеличить государственные закупки, чтобы добиться увеличения выпуска на 100?

(б) (6 баллов) Предположим, что государство может убедить фирмы, что оно увеличит государственные закупки, и поэтому выпуск в текущем периоде окажется больше, чем в предыдущем. Найдите, на сколько государству нужно будет увеличить государственные закупки, чтобы добиться увеличения выпуска на 100, если фирмы будут убеждены в том, что выпуск будет увеличен.

(с) (5 баллов) В реалиях предыдущего пункта оказывается, что убеждение фирм оказывается затратным, и для того, чтобы фирмы действительно поверили государству, надо потратить $\Delta G = G_t - G_{t-1}$ усилий (чем выше изменение государственных закупок, тем сложнее убеждать фирмы в том, что это изменение произойдет). Государство, любящее стабильность, минимизирует следующую функцию потерь:

$$L = (Y_t - Y_{t-1})^2 + (G_t - G_{t-1})^2$$

Найдите оптимальное изменение государственных закупок в каждом периоде.

«Физтех. Бизнес»

Конкурс	11 класс, вариант 2
Количество заданий	5
Сумма баллов	80
Время написания	240 минут

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех задачах бесконечно делимыми. Количества фирм и людей могут быть только целыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта а) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все неизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Удачи!

Заключительный этап олимпиада «Физтех. Бизнес». Задачи.

1. Коронавирус и внешний эффект

После разразившейся коронавирусной инфекции в городе Энске правительство все-речь решило заняться проблемой вакцинирования населения. Известно, что вакцинирование является добровольным. Единственная компания, производящая и реализующая вакцину в городе, здесь и далее продает ее по цене 12 рублей за штуку, а ее издержки имеют вид $TC_V = V^2$, где V – количество проданных вакцин. Также, в городе есть частная больница, занимающаяся лечением пневмонии. Услуги лечения в больнице стоят фиксированный 1 рубль, а издержки больницы зависят от коллективного иммунитета населения, то есть от количества реализованных вакцин. Так, издержки больницы имеют вид $TC_B = \frac{B^2}{V}$, где B – количество курсов лечения пневмонии. Считайте, что больница и фирма-производитель всегда максимизируют свою прибыль.

(a) (3 балла) Рассчитайте, сколько вакцин и курсов лечения от пневмонии будет реализовано изначально.

(b) (5 баллов) Правительство Энска решает вмешаться в рынок, который не учитывает положительный эффект от реализации вакцин. Чтобы эффект полностью учитывался, правительство решило принудительно объединить обе фирмы в одну, которая будет максимизировать суммарную прибыль. Найдите, сколько вакцин и курсов лечения будет реализовано в таком случае.

(c) (8 баллов) Создание единой компании не понравилось Федеральной Антимонопольной Службе, и она запретила объединение фирм. Мэрии Энска пришлось думать, как заставить фирмы учитывать положительный внешний эффект от вакцин по-другому. Впоследствии было принято следующее решение: мэрия создала рынок доплаты за вакцины, обязав больницу выплачивать фиксированную сумму P за каждую реализованную вакцину фирме-производителю. Цену на получившемся «рынке положительного эффекта» обе фирмы, пока еще не осознавшие свою рыночную власть, воспринимают как заданную, формируя на данном рынке спрос и предложение. Определите равновесную цену P , а также количество реализованных вакцин и курсов лечения от пневмонии в данном случае.

2. Банковский кризис

В банковском секторе США сейчас продолжаются проблемы: после банкротства крупных банков люди бросились снимать деньги со счетов. ФРС США (Федеральная Резервная Система, аналог российского Центрального Банка) объявила о выдаче большого количества займов коммерческим банкам, чтобы справиться с паникой (так, за первые 2 недели кризиса было выдано \$390 млрд, по сравнению с \$4 млрд неделей ранее). Также, совсем недавно ФРС повысила ключевую ставку (ставку, под которую коммерческие банки могут брать кредиты у ЦБ) в экономике до уровня 5% годовых. Однако, именно с резким повышением ставки в прошлом связывают проблемы обанкротившихся банков в США.

(a) (3 балла) Объясните, почему люди бросились снимать деньги со счетов, когда узнали о банкротстве нескольких банков.

(b) (5 баллов) Объясните, почему резкое повышение ключевой ставки может привести к проблемам у банков.

(c) (8 баллов) Объясните, почему увеличение количества займов банкам со стороны ФРС с точки зрения экономической теории является нелогичным в случае увеличения ставки процента.

3. Покупка конкурента

На рынке авиаперевозок со спросом $P_d = 40 - Q$ конкурируют фирмы Флот и Беда. Перевозки, осуществляемые фирмами однородны, потребителям безразлично у какой фирмы покупать перевозки. Фирмы конкурируют, выбирая объем перевозок, одновременно выпуская Q_f и Q_b соответственно. После этого цена формируется из уравнения спроса: $P_d = 40 - Q_f - Q_b$. Вот только фирма Флот гораздо более технологична и имеет издержки на перевозки, равные $TC = 8Q_f$, в то время как издержки Беды – $TC = 12Q_b$.

(a) (3 балла) Найдите выпуски, которые выберут фирмы в равновесии.

(b) (5 баллов) Флот решает воспользоваться наилучшим положением Беды и решает купить часть фирмы. Если Флот купит меньше 50% Беды, то он просто получит долю ее прибыли, равную доле фирмы, которую он купил. Если флот купит 50% или более Беды, то он получит право назначить выпуск Беды и также получит долю прибыли, получаемую ей. Собственник Беды согласится продать Беду, только если сумма выручки от продажи части компании и прибыли от оставшейся части будет больше или равна, чем прибыль, которую может получить собственник, не продавая Беду. Если собственнику безразлично продавать или не продавать, то он продает часть фирмы. Найдите стратегию действий Флота (долю выкупаемой компании, выплачиваемую сумму, назначенный выпуск/выпуски), при которой он сможет получить наибольшую прибыль.

(c) (8 баллов) Контроль над сделкой поглощения решил провести ФАС. Он одобрит сделку, только если общественное благосостояние после слияние фирм увеличится хотя бы на 32. Общественное благосостояние является суммой излишка потребителя (здесь он будет равен $\frac{Q^2}{2}$) и прибылей фирм. На каких условиях состоится сделка, если Флот будет придерживаться стратегии из предыдущего пункта?

4. Любители мороженого

В некотором очень небольшом городе, в котором живет 36 человек, $a > 0$ человек любят есть мороженое с клубникой, а $b > 0$ любят есть мороженое с шоколадом. При этом известно, что $a + b < 36$. Назовём любителей шоколадного и клубничного мороженого активными потребителями, а оставшихся жителей - нейтральными. Бизнесмен Александр хочет начать продавать жителям города мороженое, при этом он не может в силу производственных ограничений производить оба вида мороженого, и сейчас выбирает, какой из вкусов производить.

Но всё не так просто, ведь любители клубничного и шоколадного мороженого ведут свою игру и убеждают нейтральных жителей становиться любителями того же типа мороженого, что и они. Так как общество в целом любит клубничное мороженое, то один любитель клубничного может убедить одного нейтрального в своих вкусах, а каждые два любителя шоколадного могут убедить лишь одного нейтрального. При этом если человека убеждают и те, и те, то он путается и не будет покупать мороженое вообще. Бизнесмен Александр будет производить то мороженое, которое нравится большинству жителей города.

Каждый активный потребитель хочет убеждать нейтральных таким образом, чтобы бизнесмен Александр в итоге решил производить именно его тип мороженого. Любители шоколадного мороженого не покупают клубничное и наоборот. При этом нейтральные покупают любой тип мороженого, какого бы вкуса оно не было, а жители в этом городе бесконечно делимы.

(a) (3 балла) Найдите, мороженое какого вкуса выберет производить Александр если $a = 6$, а $b = 8$.

(b) (5 баллов) Предположим, что $a + b \leq 18$, мороженое какого вкуса выберет производить Александр в зависимости от значений a и b ?

(c) (8 баллов) Для всех возможных изначальных значений a и b ($a + b < 36$ и $a, b > 0$) определите, мороженое какого вкуса выберет производить Александр.

5. Убеждение фирм

Наивная страна – закрытая трехсекторная экономика. Потребление в стране не зависит от дохода и является автономным: $C_a = 60$, а фирмы инвестируют по следующему правилу: если выпуск в предыдущем периоде меньше чем выпуск, который ожидают фирмы в этом периоде, то инвестиции положительны и равны $0.5Y$, где Y – ожидаемый выпуск в текущем периоде. Если выпуск в текущем периоде меньше или равен выпуску в предыдущем, то фирмы не инвестируют ничего. Государственные закупки автономны и равны 20, а налоги в стране отсутствуют.

(a) (4 балла) Предположим, что фирмы действуют наивно: в каждом периоде они ожидают такой же выпуск, который был в предыдущем периоде. На сколько нужно увеличить государственные закупки, чтобы добиться увеличения выпуска на 100?

(b) (6 баллов) Предположим, что государство может убедить фирмы, что оно увеличит государственные закупки, и поэтому выпуск в текущем периоде окажется больше, чем в предыдущем. Найдите, на сколько государству нужно будет увеличить государственные закупки, чтобы добиться увеличения выпуска на 100, если фирмы будут убеждены в том, что выпуск будет увеличен.

(c) (5 баллов) В реалиях предыдущего пункта оказывается, что убеждение фирм оказывается затратным, и для того, чтобы фирмы действительно поверили государству, надо потратить $\Delta G = G_t - G_{t-1}$ усилий (чем выше изменение государственных закупок, тем сложнее убеждать фирмы в том, что это изменение произойдет). Государство, любящее стабильность, минимизирует следующую функцию потерь:

$$L = (Y_t - Y_{t-1})^2 + (G_t - G_{t-1})^2$$

Найдите оптимальное изменение государственных закупок в каждом периоде.