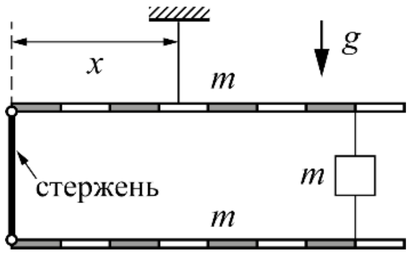
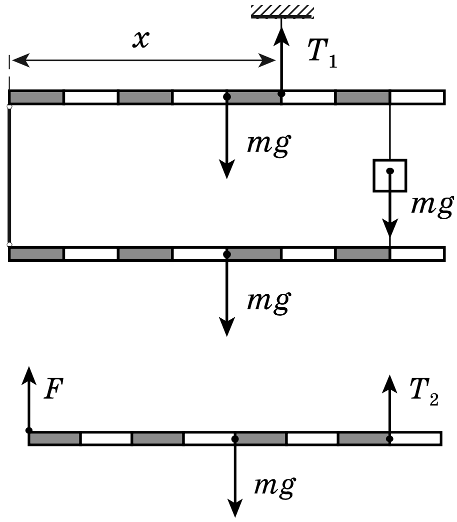
Задача 2.8.1. Натяжение (10 баллов). Два одинаковых однородных рычага массой m = 7 кг и длиной 80 см каждый, шарнирно соединены с помощью лёгкого стержня и нитей, между которыми подвешен груз с такой же массой m. Определите, на каком расстоянии x от левого края верхнего рычага находится точка крепления нити, удерживающей систему в равновесии; чему равны силы натяжения всех трёх нитей и сила, действующая со стороны шарнира на верхний рычаг. Для удобства, на рисунке рычаги размечены на 8 равных частей. Точка крепления самой верхней нити к рычагу изображена условно. g = 10 Н/кг.



Возможное решение (М. Замятнин). Расставим сначала только внешние силы, действующие на всю систему, как единое целое.



Так как эти силы уравновешивают друг друга, то $T_1 = 3mg$ = 210 Н.

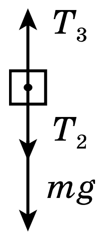
Приняв длину всего рычага за $8l$, запишем правило моментов относительно левого края системы: $2 \cdot mg4l + mg7l = 3mgx$, откуда $x = 5l$ = 50 см.

Теперь рассмотрим силы, действующие только на нижний рычаг.

Записав правило моментов относительно левого края, получим:

$$T_2 7l = mg4l, \text{ откуда } T_2 = 4mg/7 = 40 \text{ Н}.$$

Так как все силы, действующие на рычаг, компенсируют друг друга $F = 3mg/7$ = 30 Н. Но стержень легкий и такая же сила F действует со стороны этого стержня на верхний рычаг.

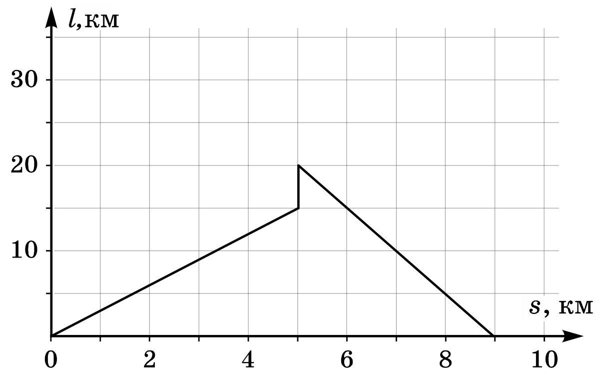


Сила натяжение верхней нити, удерживающей груз m теперь может быть найдена из условия равновесия этого груза: $T_3 = mg + T_2$. Тогда $T_3 = 11mg/7$ = 110 Н.

Такой же результат можно получить, записав правило моментов для верхнего рычага.

№	**Задача 2.8.1. Критерии оценивания (10 баллов)**	**Баллы**
1	Записано условие равновесия всей системы	1
2	Найдена сила натяжения верхней нити T_1	1
3	Записано правило моментов для всей системы (или для верхнего рычага), позволяющее найти точку крепления верхней нити	1
4	Найдено значение расстояния x	1
5	Записано правило моментов для нижнего рычага	1
6	Найдено значение силы T_2	1
7	Записано уравнение для нахождения силы F	1
8	Найдено значение силы F	1
9	Записано условие равновесия груза, или иное уравнение, позволяющее найти T_3	1
10	Найдено значение силы T_3	1

Задача 2.8.2. Дорога доканала (10 баллов). Ярик и Прохор после кружка по физике отправились на прогулку вдоль берега длинного прямого канала. Ярик пошел пешком, а Прохор поехал на велосипеде. График зависимости расстояния l между ними от перемещения s Ярика приведен на рисунке.



Сначала мальчики двигались с постоянными скоростями, но устав, Ярик сделал привал, в конце которого позвонил Прохору и попросил его подъехать к нему, после чего продолжил движение с прежней скоростью в прежнем направлении. Прохор развернулся, и увеличив скорость более чем в два раза, направился к другу. В результате ребята встретились через 1 ч 55 мин после того как расстались. Определите:

- какой путь проехал Прохор с начала прогулки до встречи с Яриком;
- во сколько раз увеличил скорость Прохор после разворота;
- сколько времени Ярик отдыхал на привале;
- чему равна скорость Ярика;
- обоснуйте однозначность своих ответов.

Возможное решение (М. Замятнин). Предположим ребята начали движение в одну сторону. Ярик сделал привал через 5 км, так как до этого момента удаление Прохора увеличивалось пропорционально пройденному Яриком расстоянию, что соответствует движению с постоянными скоростями. К этому времени Прохор удалился от Ярика на 15 км, а от места старта на 20 км. Следовательно, скорость Прохора в 4 раза больше скорости Ярика.

Пока Ярик отдыхал, Прохор проехал еще 5 км, после чего по звонку друга развернулся и поехал назад. Ярик успел пройти вперед еще 4 км, а Прохор проехал в этом случае 16 км. А значит он продолжил движение с прежней скоростью (в 4 раза большей чем у Ярика). Но это противоречит условию! Там сказано, что его скорость увеличилась **более чем в 2 раза**.

Рассмотрим вариант, в котором изначально мальчики начали движение в разные стороны. Пройдя 5 км, Ярик удалился от Прохора на 15 км (Прохор проехал 10 км со скоростью в два раза большей чем у Ярика).

Пусть на эту часть прогулки ребятам потребовалось время τ. После привала Ярика Прохор проехал еще 5 км и потратил на это время $\tau/2$.

После звонка, чтобы догнать Ярика, Прохору пришлось проехать все расстояние до места старта (15 км) и еще 9 км, т.е. всего 24 км. Ярик же с прежней скоростью прошел 4 км, потратив $4\tau/5$. Следовательно, скорость Прохора вместо прежней 10 км за τ составила 24 км за $4\tau/5$. Что втрое больше начальной. Это не противоречит условию!

Путь, пройденный Прохором, оказался равен (15 + 24) км = 39 км.

Общее время от начала прогулки до встречи равно $\tau + \tau/2 + 4\tau/5 = 23\tau/10$, что по условию равно 115 мин, откуда $\tau = 50$ мин, а время привала 25 мин.

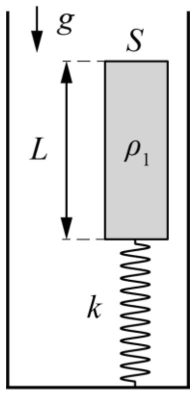
За 50 мин на первом участке Ярик прошел 5 км, следовательно, его скорость равна 6 км/ч.

Ответ. Прохор проехал 39 км, увеличив после разворота скорость в 3 раза. Ярик шел со скоростью 6 км/ч, а отдыхал 25 мин. Вариант начального движения в одну сторону приводит к противоречию с условием.

№	**Задача 2.8.2. Критерии оценивания (10 баллов)**	**Баллы**
1	Показана невозможность начального движения в одну сторону	2
2	Найден путь Прохора на каждом из участков (по 1 баллу)	3
3	Найдено отношение скоростей Прохора	2
4	Найдена скорость Ярика	1
5	Найдено время привала	2

Решение задачи **только** по сценарию начального движения в одну сторону, если сделан вывод о противоречии условию задачи, должно оцениваться не более чем в 2 балла!
Если этот вывод не сделан, то за решение ставится 0 баллов!

Задача 2.8.3. Груз на пружинке (10 баллов). Груз плотности $\rho_1 = 0{,}80$ г/см^3 прикреплен к пружине с коэффициентом жесткости $k = 50$ Н/м, нижний конец которой соединён с дном сосуда. Длина пружины в недеформированном состоянии $L_0 = 10$ см, высота груза $L = 12{,}5$ см, площадь поперечного сечения груза $S = 10$ см^2.

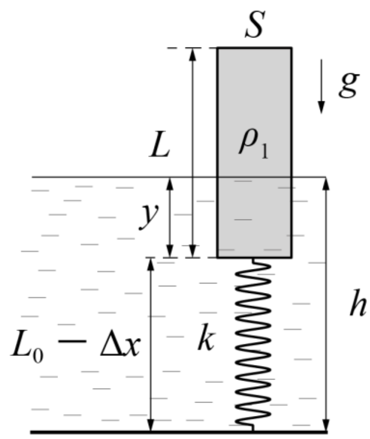


В сосуд начинают медленно наливать воду.

Найдите зависимость деформации Δx пружины от уровня h воды в сосуде. Плотность воды $\rho = 1{,}00$ г/см^3, $g = 10$ Н/кг.

Укажите, при каких значениях h пружина растянута. Постройте график зависимости Δx от h, считая, что если пружина сжата то $\Delta x < 0$. Объёмом и массой пружины можно пренебречь.

Возможное решение (О. Инишева). Масса груза $m = \rho_1 SL = 0{,}1$ кг. Определим начальную деформацию Δx_0 пружины (сосуд без воды).



$$k\Delta x_0 = mg; \qquad \Delta x_0 = \frac{mg}{k} = 0{,}02 \text{ м} = 2 \text{ см}.$$

Этому соответствует длина пружины $L_1 = L_0 - \Delta x_0 = 8$ см.

Когда в сосуд начнут наливать воду, сжатие пружины не изменится до тех пор, пока уровень воды h_1 не достигнет значения $L_1 = 8$ см.

Пусть теперь уровень жидкости $h > h_1 = 8{,}0$ см. Пружина по-прежнему сжата, а сила упругости $F_{упр}$ направлена вверх. Кроме того, на тело действует сила Архимеда. С увеличением уровня, будет увеличиваться и сила Архимеда, а деформация пружины уменьшаться. Запишем условие равновесия тела:

$$mg = F_{упр} + F_{Арх}. \tag{1}$$

Сила Архимеда

$$F_{Арх} = \rho g S y = \rho g S\left(h - \left(L_0 - \Delta x\right)\right). \tag{2}$$

Сила упругости

$$F_{упр} = k\Delta x. \tag{3}$$

С учетом уравнений (1), (2), (3) получаем выражение для нахождения величины деформации пружины

$$mg = k\Delta x + \rho g S\left(h - \left(L_0 - \Delta x\right)\right).$$

Определим деформацию Δx:

$$\Delta x = \frac{mg + \rho g S\left(L_0 - h\right)}{k + \rho g S}.$$

Числитель обращается в ноль при $h_0 = 0{,}2$ м.

Длина пружины в этом случае равна $L_0 = 10$ см, следовательно, в жидкости находится часть груза высотой $h_0 - L_0 = 10$ см.

Рассмотрим случай $h > h_0$. Теперь сила упругости направлена вниз, пружина будет растянута, условие равновесия примет вид:

$$mg + F_{\text{упр}} = F_{\text{Арх}}.$$

С учётом выражений для $F_{\text{Арх}}$ и $F_{\text{упр}}$ получим

$$\Delta x = \frac{\rho g S h - \rho g S L_0 - mg}{k + \rho g S}. \qquad (4)$$

Определим минимальную высоту уровня жидкости h_2, при которой тело окажется полностью погружённым в жидкость. $h_2 = L + L_0 + \Delta x.$ (5)

Решая систему уравнений (4) и (5), получим

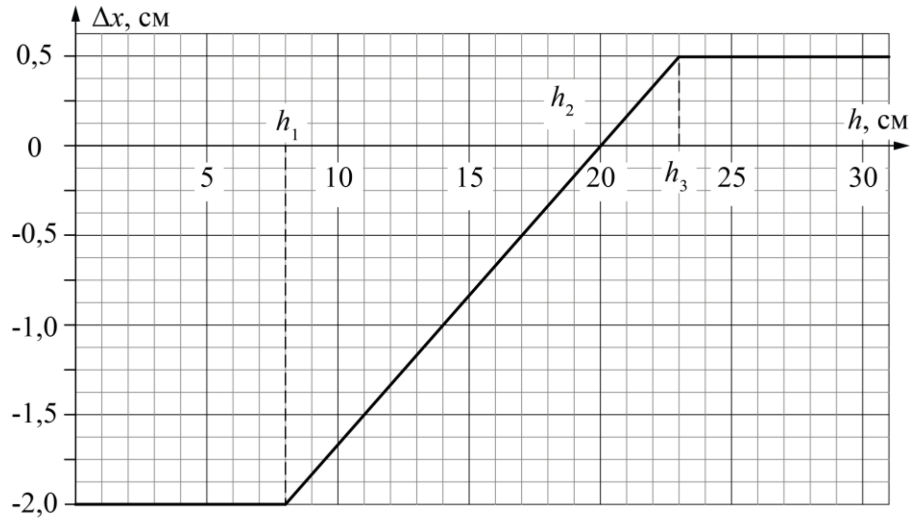
$$h_2 = 23 \text{ см}.$$

Соответствующая этому уровню жидкости деформация пружины

$$\Delta x_2 = 0,5 \text{ см}.$$

При $h > h_2$ тело окажется полностью погруженным в жидкость и сила Архимеда изменяться не будет, как и деформация пружины.

График зависимости деформации пружины от высоты уровня жидкости приведен на рисунке.



№	**Задача 2.8.3. Критерии оценивания (10 баллов)**	**Баллы**
1	Определена начальная деформация пружины (2 см)	1
2	Определен уровень $h_1 = 8$ см. При $h < h_1$ пружина сжата, величина деформации не изменяется	1
3	Описан случай $8\text{ см} < h < 20\ см$, пружина сжата, величина деформации уменьшается	2
4	Найдено $h_0 = 20$ см, отмечено, что пружина не деформирована	1
5	Рассмотрен случай $20\text{ см} < h < 23\ см$, пружина растянута, величина деформации увеличивается	2
6	Рассмотрен случай $h > 23$ см, величина деформации не изменяется и равна 0,5 см, пружина растянута	1
7	Построен график	2
	Подписаны оси и указаны единицы измерения (0,5 балла)	
	Выбран разумный масштаб осей (0,5 балла)	
	Указаны характерные точки (0,5 балла)	
	Через экспериментальные точки проведена линия графика (0,5 балла)	

Задача 2.8.4. Глюк отлил (20 баллов). Однажды экспериментатор Глюк решил отлить оловянного солдатика. Для этого он положил в ковшик кусок оловянного сплава массой m = 150 г и поместил его на плитку постоянной мощности. Как только началось плавление металла, Глюк стал снимать зависимость его температуры t от времени τ (см. таблицу). Вскоре после перехода всего сплава в жидкую фазу экспериментатор выключил плитку.

По результатам измерений определите:

1. удельную теплоемкость c сплава;
2. мощность P плитки;
3. через какое время T, прошедшее после выключения плитки, сплав затвердел (полностью кристаллизовался).

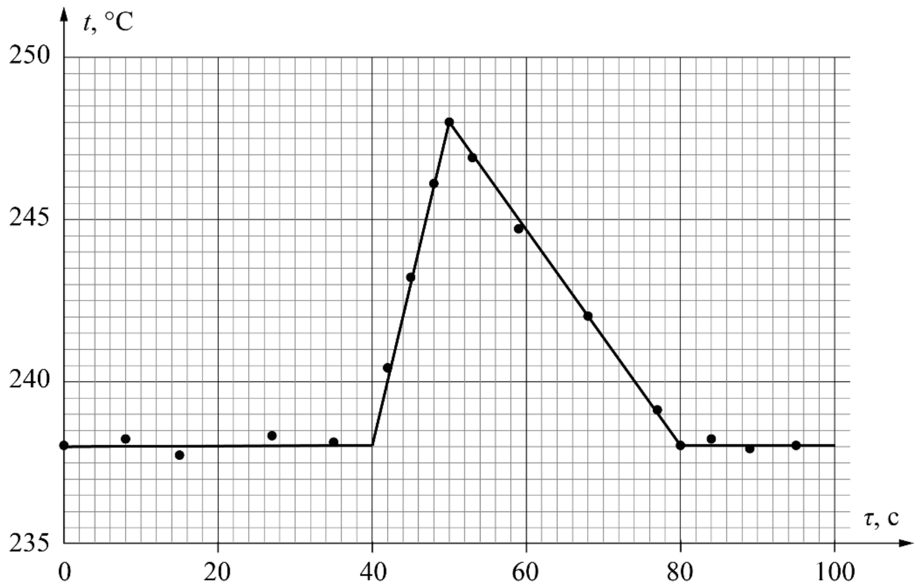
Теплоемкостью ковшика и плитки можно пренебречь. Известно, что удельная теплота плавления сплава равна λ = 20 кДж/кг.

t, °C	238,0	238,2	237,7	238,3	238,1	240,4	243,2	246,1	248,0
τ, с	0	8	15	27	35	42	45	48	50

t, °C	246,9	244,7	242,0	239,1	238,0	238,2	237,8	238,0
τ, с	53	59	68	77	80	84	89	95

Возможное решение (А. Вергунов).

1. Построим график зависимости $t(\tau)$



2. Из графика следует, что после 50 с плитка была выключена и затем система остывала в результате теплопередачи. Будем считать, что мощность теплопотерь P_x постоянна на протяжении всего эксперимента.
3. Для интервала времени [0;40] с: $\lambda m = (P - P_x)\tau_1$. (1)

   Для интервала времени [40;50] с: $cm(t_2 - t_1) = (P - P_x)\tau_2$, (2)

   где $t_2 = 248$ °C, $t_1 = 238$°C, $\tau_2 = 10$ с, $\tau_1 = 40$ с.

   Для интервала времени [50; 80] с получим: $cm|t_1 - t_2| = P_x\tau_3$, (3)

   где $\tau_3 = 30$ с.

4. Для нахождения удельной теплоемкости разделим уравнение (2) на (1):

$$c = \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{\lambda}{(t_2 - t_1)} = 500 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^{\circ}\text{C}}.$$

5. Подставим удельную теплоемкость в уравнение (3) и найдем P_x:

$$P_x = \frac{\lambda m \tau_2}{\tau_1 \tau_3} = 25 \ \text{Вт}.$$

6. Для нахождения P подставим P_x в уравнение (1):

$$P = \frac{\lambda m (\tau_3 + \tau_2)}{\tau_1 \tau_3} = 100 \ \text{Вт}.$$

Время кристаллизации найдём из уравнения

$$\lambda m = P_x (T - \tau_3). \tag{4}$$

$$T = \frac{\lambda m}{P_x} + \tau_3 = 150 \text{ с}. \tag{5}$$

№	**Задача 2.8.4. Критерии оценивания (20 баллов)**	**Баллы**
1	Построен график зависимости $t(\tau)$	4
	Указаны единицы измерения на осях (1 балл)	
	Правильно выбран масштаб на осях (1 балл)	
	Правильно нанесены экспериментальные точки (1 балл)	
	По экспериментальным точкам проведены правильные прямые (1 балл)	
2	Проведен анализ графика и сделан вывод о наличии тепловых потерь	3
3	Составлены уравнения (1) - (4) или аналогичные	4
4	Найдено значение удельной теплоемкости сплава (узкие «ворота»: $\pm 5\%$)	3
	широкие «ворота»: $\pm 10\%$ (1 балл)	
5	Найдено значение мощности P плитки (узкие «ворота»: $\pm 5\%$)	3
	широкие «ворота»: $\pm 10\%$ (1 балл)	
6	Найдено время (5) кристаллизации сплава (узкие «ворота»: $\pm 5\%$)	3
	широкие «ворота»: $\pm 10\%$ (1 балл)	
	если ученик забыл вычесть время τ_3 – ставим 0 баллов	