

«Физтех. Бизнес»

Конкурс	10 класс, вариант 1
Количество заданий	5
Сумма баллов	80
Время написания	240 минут

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех задачах бесконечно делимыми. Количества фирм и людей могут быть только целыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта а) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все неизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Удачи!

Заключительный этап олимпиада «Физтех. Бизнес». Задачи.

1. Рынок труда и нефть

На рынке труда предложение задаётся уравнением $L_s = w$, где w - заработная плата работников в час, а L_s - величина предложения труда выраженная в тысячах человека-часов. Спрос на труд предъявляют две отрасли: промышленная и нефтегазовая. Общий спрос промышленной отрасли имеет вид $L_d = 120 - w$, а нефтегазовой - $L_d = P - w$, где w и L выражены в тех же единицах, а $P > 0$ - цена нефти на мировом рынке.

(а) (3 балла) Пусть $P = 120$. Найдите равновесную заработную плату работников в час.

(б) (5 баллов) Найдите равновесную заработную плату при каждом значении P (в зависимости от P).

(с) (8 баллов) Дайте содержательную экономическую интерпретацию ответу полученному в предыдущем пункте. Почему заработная плата зависит от стоимости нефти именно таким образом?

Решение:

а) Суммарный спрос на труд равен $L_d = (120 - w) + (120 - w) = 240 - 2w$, приравняв к предложению получим: $240 - 2w_e = w_e$, то есть равновесная зарплата в час равна $w_e = 80$

б) Возможны 2 случая:

1. $P \leq 120$, в таком случае суммарный спрос имеет вид:

$$L_d = \begin{cases} 0, & w > 120, \\ 120 - w, & P < w \leq 120, \\ 120 + P - 2w, & 0 \leq w \leq P, \end{cases}$$

Тогда спрос пересекается с предложением $L_s = w$ в следующей равновесной зарплате:

$$w_e = \begin{cases} 40 + P/3, & 60 \leq P \leq 120, \\ 60, & 0 \leq P < 60, \end{cases}$$

2. $P > 120$, в таком случае суммарный спрос имеет вид:

$$L_d = \begin{cases} 0, & w > P, \\ P - w, & 120 < w \leq P, \\ 120 + P - 2w, & 0 \leq w \leq 120, \end{cases}$$

Тогда спрос пересекается с предложением $L_s = w$ в следующей равновесной зарплате:

$$w_e = \begin{cases} P/2, & 240 < P \\ 40 + P/3, & 120 < P \leq 240, \end{cases}$$

Итоговый ответ:

$$w_e = \begin{cases} P/2, & 240 < P \\ 40 + P/3, & 60 < P \leq 240, \\ 60, & 0 \leq P \leq 60 \end{cases}$$

в)

Нужно объяснить три участка:

1. При достаточно маленькой цене на нефть ($P < 60$) заработная плата никак не зависит от цены на нефть, так как спрос нефтегазовой отрасли на труд достаточно низкий и в равновесии отрасль не нанимает работников.

2. При "средних" ценах на нефть ($60 \leq P \leq 240$) с ростом цены на нефть растёт и потребность в работниках со стороны нефтегазовой отрасли и вследствие более высокого спроса устанавливается более высокая равновесная заработная плата.

3. При высоких ценах на нефть ($P > 240$) спрос на труд растёт по цене на нефть по тем же причинам, но при этом он растёт быстрее, так как при высоких ценах спрос нефтегазовой отрасли на труд настолько высок, что данная отрасль вытесняет промышленную.

2. Неравенство в городе Оэсэнск

Переместимся в чудный город Оэсэнск. Владимир Е. недавно был избран губернатором города, однако прошлый госслужащий не оставил для Владимира почти никакой подробной информации о жителях Оэсэнска. Всё, что известно Владимиру, это то, что в городе живут только врачи, повара и каменщики, работающие на шахте. Каждый врач получает в 2.5 раза меньше каждого каменщика и в 2 раза больше каждого повара, хоть в городе всех поровну.

(а) (3 балла) В городе Оэсэнск давно не проводилась перепись населения. Помогите Владимиру Е. понять численность каждой группы и сколько получает каждый житель (в зависимости от профессии), если поваров в городе 10 тыс. человек, а заработная плата каждого врача равна 40 тыс. рублей.

(б) (5 баллов) Владимир Е., как хороший губернатор, обеспокоен неравенством распределения доходов внутри города. Задайте аналитически и изобразите графически кривую Лоренца города Оэсэнск. Вычислите коэффициент Джини для города. Считайте, что губернатор жителем города Оэсэнск не является и только приезжает в него поработать.

Если $y = f(x)$ - функция, описывающая кривую Лоренца, то доля $x \in [0; 1]$ самого бедного населения получает долю $y \in [0; 1]$ доходов общества. Коэффициент неравенства доходов Джини считается как $G = 1 - 2S$, где S - площадь под графиком кривой Лоренца.

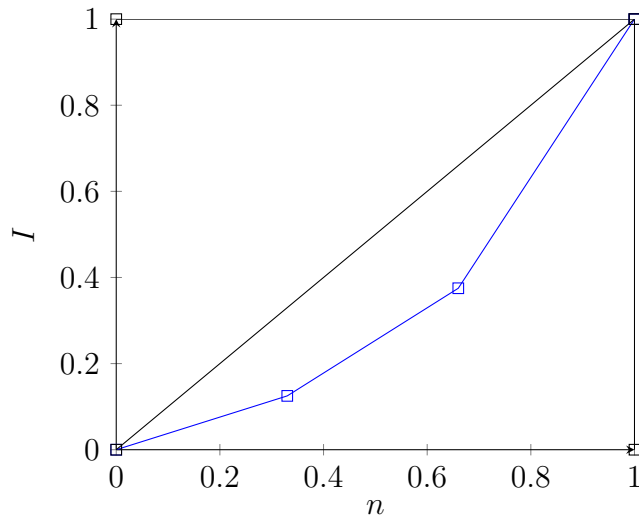
(с) (8 баллов) Из Москвы поступило необычное распоряжение: передать показания о неравенстве распределения доходов среди 50% богатейшего населения. Рассчитайте коэффициент Джини, необходимый Москве.

Решение:

а) Пусть заработная плата врача равна w , тогда заработная плата каменщика равна $2.5w$, а заработная плата повара равна $0.5w$. Тогда так как $w = 40$ по условию, то заработная плата каменщика равна $2.5 * 40 = 100$, а заработная плата повара равна $0.5 * 40 = 20$. Так как из условия всех жителей поровну, а поваров 10 тыс., то и врачей 10 тыс., и каменщиков тоже 10 тыс.

б) Если всех жителей поровну, то доли группы по численности равны - каждая группа занимает $\frac{1}{3}$ от общего числа жителей. Зарботная плата каждого повара меньше заработной платы каждого врача, которая в свою очередь меньше каждой заработной платы каменщика, значит на кривой Лоренца самой первой и самой бедной группой будут повара, они получают: $\frac{20 * 10}{20 * 10 + 40 * 10 + 100 * 10} = \frac{200}{1600} = \frac{1}{8}$. Далее будут идти врачи, получающие $\frac{40 * 10}{20 * 10 + 40 * 10 + 100 * 10} = \frac{400}{1600} = \frac{1}{4}$, однако на кривой Лоренца перелом будет в точке, которая так же учитывает доходы поваров, поэтому точка изгиба будет при накопленной доли богатства равной $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$.

Тогда кривая Лоренца выглядит так:



Зададим её аналитически:

$$y = \begin{cases} \frac{3}{8}x, & x \in [0, \frac{1}{3}] \\ \frac{3}{4}x - \frac{1}{8}, & x \in [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}] \\ \frac{15}{8}x - 0.875, & x \in [\frac{2}{3}, 1] \end{cases} \quad (1)$$

Посчитаем коэффициент Джини как $G = 1 - 2S_2$, где S_2 - это площадь под кривой Лоренца.

$$S_2 = 0.5 * \frac{1}{3} * \left(\frac{1}{8} + \frac{1+3}{8} + \frac{3+8}{8} \right) = \frac{1}{3} \Rightarrow G = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

в)

Заметим, что 50% богатейшего населения состоит из двух групп: Первая находится во всей стране от $\frac{1}{2}$ до $\frac{2}{3}$ по населению и от $\frac{1}{4}$ до $\frac{3}{8}$ по доходу. Вторая - является богатейшей во всей стране.

Найдем точку перегиба новой кривой лоренца, растянутой от 0 до 1.

$$x^* = \frac{2/3 - 1/2}{1 - 1/2} = \frac{1}{3}$$

$$y^* = \frac{3/8 - 1/4}{1 - 1/4} = \frac{1}{6}$$

Тогда, посчитем коэффициент Джини (для упрощения воспользуемся формулой для двух групп с точкой перелома: $x^* - y^*$)

$$G = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

3. Сложности в поставке одежды

Молодой бизнесмен Анатолий открывает свою фирму по перевозке одежды из Турции в Россию. У него есть два доступных способа: на самолёте и на пароходе. Стоимость перелета самолета составляет 500 тыс рублей, в него максимально вмещается 6 тонн одежды (да, стоимость перевозки формируется не по количеству перевезенных вещей, а по их весу). Но, как на любом перелёте, за перевес можно заплатить: если вес перевозки превышает 6 тонн на Q кг, за это нужно доплатить $30 \cdot Q^2$ рублей. Но перевес не может быть больше 4 тонн. Стоимость отправки парохода составляет 300 тыс рублей, в него вмещается 2 тонны одежды. Количество самолетов и пароходов могут быть только целыми.

(а) (3 балла) Неожиданно небо над Россией оказалось закрытым, из-за чего перевозки одежды самолетом оказались недоступны. Найдите затраты Анатолия на перевозку 9 тонн одежды с помощью пароходов.

(б) (5 баллов) Теперь предположим, что Анатолию удалось договориться о том, что он сможет использовать один самолет. Какие затраты понесет Анатолия на перевозку 9 тонн одежды, если теперь при минимизации затрат он учитывает новую возможность?

(с) (8 баллов) Анатолию разрешили использовать сколько угодно самолетов, и он решил использовать только их для доставки одежды. Определите, какие издержки в таком случае понесет Анатолий, если ему нужно доставить 15 тонн одежды.

Решение:

а) Прсчииаем затраты на перевозку пароходом. Для перевозки 9 тонн одежды необходимо $9/2 = 4.5$ парохода, округляем в большую сторону, т.к. пароходы могут быть только целыми. Итого издержки на перевозку $TC = 300.000 \cdot 5 = 1.500.000$

б) Заметим, что перевозка 6 тонн самолетом выгоднее, чем перевозка тремя пароходами. Тогда первые 6 тонн, точно перевозим, используя самолет. Далее посмотрим, как стоит распределить оставшиеся 3 тонны: Если используем только самолет, то $TC = 500.000 + 30 \cdot 3000^2 = 270.500.000$.

Если хотим использовать один пароход, то имеет смысл на самолете перевозить только одну тонну, тогда $TC = 500.000 + 30 \cdot 1000^2 + 200.000 = 30.700.000$

Если хотим использовать два парохода, то дополнительную нагрузку на самолет не надо ставить вообще $TC = 500.000 + 2 \cdot 200.000 = 900.000$

Очевидно, что самый выгодный вариант - последний.

в) Заметим, что перевозка первых 6 тонн оптимальна при помощи самолета. Тогда у нас остается 9 тонн одежды, решение задачи для которых эквивалентно пункту б)

Итого издержки: $TC = 500.000 \cdot 2 + 2 \cdot 200.000 = 1.400.000$

4. Странные налоги

В России существует очень большое количество налогов, которые платят те или иные граждане или компании. Так как налоги – неотъемлемая часть экономики, то их влияние на рынок изучается крайне активно, а на олимпиадах школьникам предлагается решать задачи о вмешательстве государства. В этой задаче вам необходимо ответить на несколько фундаментальных вопросов о том, как и почему отличаются налоги в олимпиадах и в жизни.

(а) (3 балла) Вы очень часто можете увидеть потоварный налог в олимпиадных задачах, тогда как налог на прибыль встречается очень редко. В реальности же государство предпочитает налог на прибыль потоварному налогу. Почему государство предпочитает именно налог на прибыль потоварному?

(b) (5 баллов) Довольно часто в задачах можно увидеть условие о том, что государство максимизирует налоговые сборы, хотя на самом деле такой задачи у государства нет. Объясните, зачем (именно с экономической, а не управленческой или политической точки зрения) собирает государство налоги в реальной жизни и какую проблему таким образом решает.

(с) (8 баллов) Думаю, вы слышали о таком налоге, как Налог на Добавленную Стоимость (НДС). Он обычно взимается с той дополнительной прибыли за единицу товара, которую получает фирма. Например, если фирма, потратив на производство одной пачки сока суммарно 60 рублей, заработала за нее 100 рублей чистой выручки, то данный налог будет взиматься с «добавленной стоимости» данной пачки, то есть с $100 - 60 = 40$ рублей. Однако почти во всех экономических моделях вы увидите, что НДС взимается как процент от итоговой цены производителя (P_s), то есть со всех 100 рублей, если мы говорим о пачке сока. Приведите **один** самый релевантный и логичный с экономической точки зрения аргумент, почему в экономических моделях можно предполагать, что НДС считается именно таким образом.

Решение

а) Налог на прибыль проще рассчитать. Потоварный налог имеет ряд недостатков при подсчете: например, разные товары требуют разных ставок налога, или же не весь произведенный товар может быть реализован, что создает дополнительные проблемы бухгалтерии. Налог на прибыль может быть единым для всех фирм, что упрощает процесс сбора налогов как для государства, так и для фирм.

б) Основная(базовая) цель сбора налогов – финансирование общественных благ. Проблема общественных благ заключается в том, что каждый человек считает, что его вклад в общественные блага является незначительным, что приводит к недофинансированию этих благ относительно оптимального уровня. Данная проблема носит название «Проблемы безбилетника». Государство, принуждая с помощью налогов платить людей за общественные блага, таким образом повышает общественное благосостояние.

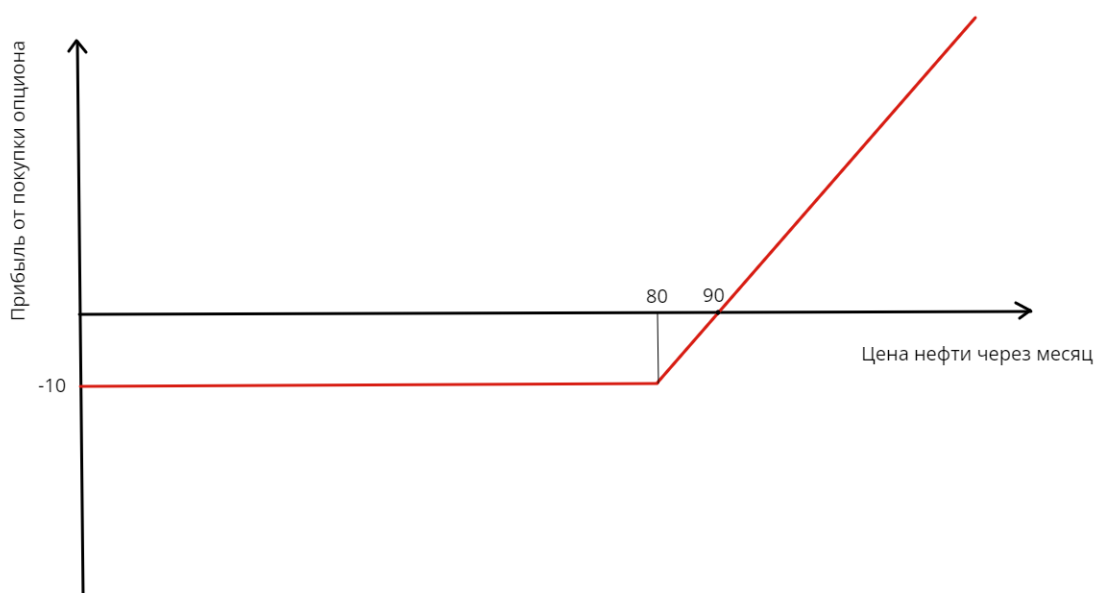
с) Вопрос задачи можно перефразировать следующим образом: почему с 60 рублей, являющихся издержками фирмы, тоже собирается налог? Правильным ответом является то, что данные 60 рублей, которые потратит фирма на закупку сока, получают другие экономические агенты, и эти 60 рублей на самом деле также являются добавленной стоимостью, которую получают эти агенты. Таким образом можно предполагать, что при введении налога все агенты, участвующие в цепочке производства сока, заплатят этот налог. Так как изначальная стоимость любого блага равна 0, то суммарная добавленная стоимость всех агентов в цепочке равняется итоговой чистой

выручке конечного продавца за этот товар. Поэтому в моделях налог и можно считать с итоговой цены производителя.

5. Опционы

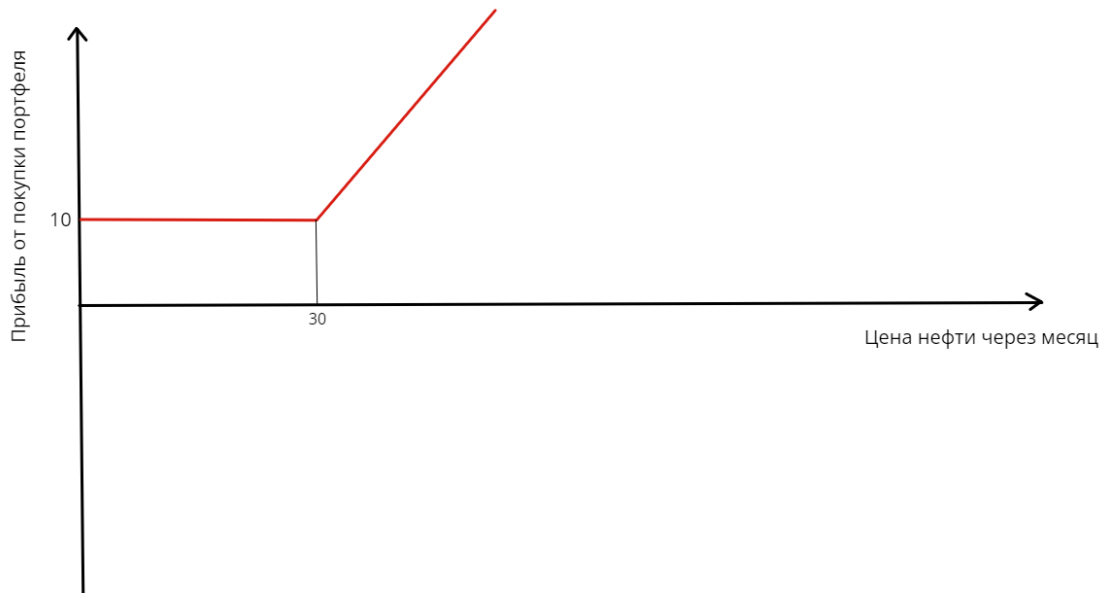
В данной задаче мы рассмотрим финансовый рынок, а именно один из производных финансовых инструментов: **опционы**. Опцион является ценной бумагой, дающей **право** на покупку (колл-опцион) или продажу (пут-опцион) актива по фиксированной цене (данная цена называется **ценой исполнения** опциона) через фиксированное время (**срок исполнения** опциона). В задаче мы будем рассматривать опционы на покупку или продажу нефти. Все опционы в задаче будут иметь срок исполнения, равный месяцу, однако, мы будем также считать, что дисконтирование на рынке отсутствует, так что срок исполнения, по сути, не важен. Все цены указаны в рублях. Вы можете заметить, что некоторые ситуации из задачи не могут существовать на сбалансированном рынке, так что считайте рынок не сбалансированным. Никакие цены не могут опускаться ниже 0. Прибылью от покупки опциона называется выгода от его реализации в срок исполнения за вычетом стоимости опциона.

(а) (3 балла) Рассмотрите следующий график зависимости **прибыли от покупки одного опциона** от **цены нефти через месяц**:



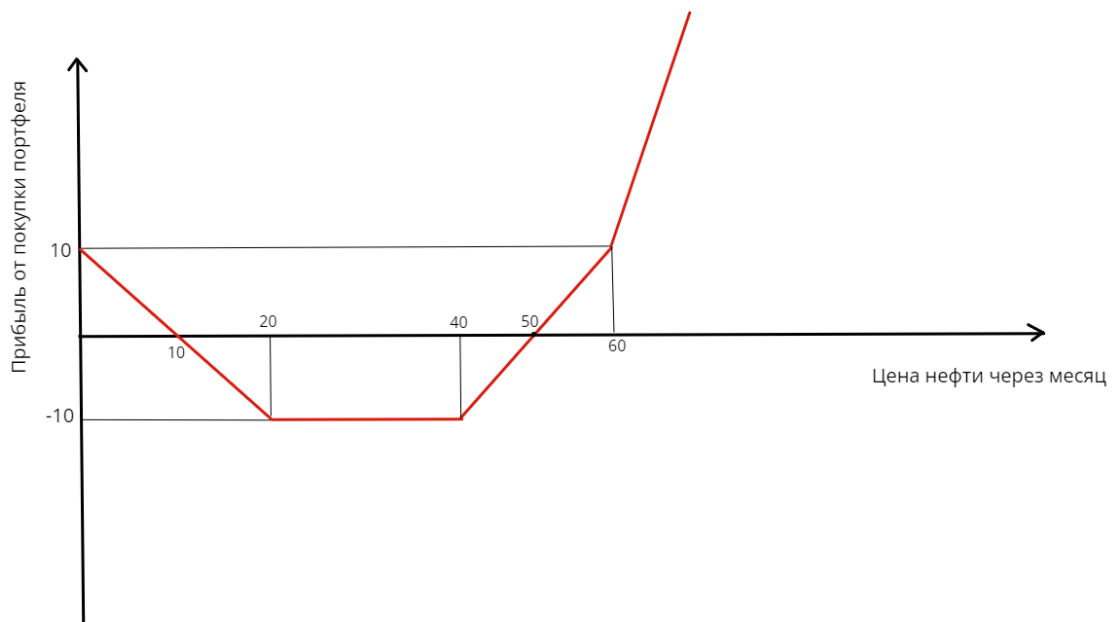
Определите, является ли данный опцион опционом на покупку (колл) или на продажу (пут). Также найдите текущую рыночную стоимость данного опциона и цену его исполнения.

(b) (5 баллов) Рассмотрите следующий график, показывающий зависимость **прибыли от покупки портфеля из двух разных опционов** от **цены нефти через месяц**:



Опишите, какие типы опционов находятся в портфеле: это два пут-опциона, два колл-опциона, или один из них пут-, а второй колл-? Найдите цену исполнения каждого опциона, а также суммарную стоимость портфеля.

(с) (8 баллов) Рассмотрите следующий график, показывающий зависимость **прибыли от покупки портфеля из трех разных опционов от цены нефти через месяц**:



Дополнительно вам известно, что существует интервал цен на нефть, при котором ни один опцион реализовывать не выгодно. Для каждого из трех опционов, представленных в портфеле, найдите, является ли он пут- или колл-опционом, а также цену его исполнения. Чему равна суммарная текущая стоимость такого портфеля?

Решение

а) Прибыль с пут опциона (право продажи нефти) мы получаем, если цена исполнения опциона выше рыночной. Аналогично, прибыль с колл-опциона (право покупки нефти) мы получаем, что цена исполнения опциона ниже рыночной. Разница между ценой исполнения и рыночной ценой в таком случае является выгодной от покупки опциона: это сэкономленные деньги.

На графике мы видим, что прибыль от покупки опциона начинает расти, начиная с цены 80: это и есть цена исполнения опциона, при превышении которой мы начинаем получать выгоду от покупки. Так как мы получаем выгоду при высоких ценах, то перед нами колл-опцион: право покупки по фиксированной цене выгодно именно при высоких ценах. Также мы видим, что если мы не реализуем опцион (если цена ниже 80 нет смысла пользоваться правом купить нефть за 80), то прибыль от его покупки составляет (-10). Следовательно, его рыночная цена сейчас равняется 10, так как при отсутствии выгоды мы просто уходим в минус на стоимость опциона.

б) Из предыдущего пункта мы понимаем, что изменение прибыли от опциона происходит, когда цена нефти становится равна цене исполнения опциона. Так как на графике всего одна точка перелома, то либо в ней достигается цена исполнения обоих опционов, либо цена исполнения одного опциона равна 0.

Первый вариант невозможен: в таком случае, если оба опциона колл- или оба опциона пут-, то существовал бы участок, на котором мы не реализовывали бы эти опционы (при меньшей цене, если это колл- и при большей, если это пут-), и прибыль была бы отрицательной. Если же эти опционы разные, то не получилось бы горизонтального участка, так как прибыль менялась бы и справа от цены исполнения (так ведет себя колл-опцион), и слева от цены исполнения (так ведет себя пут-опцион).

Следовательно, цена исполнения одного опциона равна 0, а второго – 30. Далее можно заметить, что если бы оба опциона были колл- или пут-, у нас был бы участок с отрицательной прибылью при низких (в случае колл-) или высоких (в случае пут-) ценах нефти. Значит, один из опционов – пут, другой колл.

В случае, если цена нефти растет, то выгода от колл-опциона растет или не меняется, а от пут-опциона падает или не меняется. На графике мы видим горизонтальный участок, следовательно, на нем либо обе выгоды не меняются (это случай, когда оба опциона не приносят прибыли, так как мы их не реализуем. Он нам не подходит, так как в таком случае прибыль была бы отрицательной), либо выгода колл-опциона растет, а пут-опциона падает (получается, наш вариант). В таком случае, колл-опцион дает прибыль на этом участке, а, следовательно, его цена исполнения равна 0. Тогда цена исполнения пут-опциона равна 30.

Найдем стоимость портфеля из двух этих опционов. Обозначим рыночные цены опционов за P^c (колл-опцион) и P^p (пут-опцион). Рассмотрим цену нефти, равную 30 (можно рассмотреть абсолютно любую точку, результат никак не изменится). Мы знаем, что в данной точке пут-опцион с ценой исполнения 30 приносит нулевую выгоду (так как цена нефти совпадает с ценой реализации опциона), а колл-опцион приносит выгоду, равную 30 (так как право покупки нефти за 0 при цене нефти 30 дает выгоду, равную 30). Тогда суммарная выгода от покупки в этой точке равна $30 - P^c - P^p$. По графику мы видим, что она равняется 10:

$$30 - P^c - P^p = 10$$

$$P^c + P^p = 20$$

Суммарная стоимость опционов и есть стоимость портфеля.

Ответ: В портфеле находятся пут-опцион с ценой исполнения 30 и колл-опцион с ценой исполнения 0. Суммарная стоимость портфеля равна 20.

с) С помощью идем из пункта (b) понимаем, что цены исполнения трех опционов равны 20, 40 и 60. Заметим, что при высоких (>60) ценах нефти мы получаем резкий рост прибыли. Следовательно, 2 опциона из трех – это колл-опционы, приносящие прибыль при высоких ценах. Также мы видим участок цен (<20), когда прибыль увеличивается уже при снижении цены. Такой рост прибыли дает право на продажу нефти по фиксированной цене (пут-опцион). Следовательно, 2 опциона – колл- и 1 опцион – пут-.

Далее мы видим, при ценах от 20 до 40 есть горизонтальный участок. Любое изменение прибыли означает, что хотя бы один опцион реализовать выгодно. Следовательно, так как мы знаем, что по условию существует участок, на котором все три опциона реализовать невыгодно, то это именно он. Здесь же мы сразу можем найти суммарную стоимость портфеля: она равна убытку, который мы получаем, если не реализуем ни один опцион, то есть 10.

Осталось понять, у какого опциона какая цена исполнения. Заметим, что на участке от 20 до 40 цена исполнения пут-опциона уже ниже цены нефти (нет смысла продавать нефть по опциону, если на рынке она стоит дороже), а цена колл-опционов выше цены нефти (нет смысла покупать нефть по опциону, если на рынке она стоит дешевле). Следовательно, цена пут-опциона равна 20, а цены колл-опционов равна 40 и 60.

Ответ: в портфеле находятся пут-опцион с ценой исполнения 20 и два колл-опциона с ценами исполнения 40 и 60. Цена всего портфеля равна 10.

«Физтех. Бизнес»

Конкурс	10 класс, вариант 2
Количество заданий	5
Сумма баллов	80
Время написания	240 минут

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех задачах бесконечно делимыми. Количества фирм и людей могут быть только целыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта а) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все неизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Удачи!

Заключительный этап олимпиада «Физтех. Бизнес». Задачи.

1. Рынок труда и нефть

На рынке труда предложение задаётся уравнением $L_s = w$, где w - заработная плата работников в час, а L_s - величина предложения труда выраженная в тысячах человека-часов. Спрос на труд предъявляют две отрасли: промышленная и нефтегазовая. Общий спрос промышленной отрасли имеет вид $L_d = 240 - w$, а нефтегазовой - $L_d = P - w$, где w и L выражены в тех же единицах, а $P > 0$ - цена нефти на мировом рынке.

(а) (3 балла) Пусть $P = 240$. Найдите равновесную заработную плату работников в час.

(б) (5 баллов) Найдите равновесную заработную плату при каждом значении P (в зависимости от P).

(с) (8 баллов) Дайте содержательную экономическую интерпретацию ответу полученному в предыдущем пункте. Почему заработная плата зависит от стоимости нефти именно таким образом?

Решение:

а) Суммарный спрос на труд равен $L_d = (240 - w) + (240 - w) = 480 - 2w$, приравняв к предложению получим: $480 - 2w_e = w_e$, то есть равновесная зарплата в час равна $w_e = 160$

б) Возможны 2 случая:

1. $P \leq 240$, в таком случае суммарный спрос имеет вид:

$$L_d = \begin{cases} 0, & w > 240, \\ 240 - w, & P < w \leq 240, \\ 240 + P - 2w, & 0 \leq w \leq P, \end{cases}$$

Тогда спрос пересекается с предложением $L_s = w$ в следующей равновесной зарплате:

$$w_e = \begin{cases} 80 + P/3, & 120 \leq P \leq 240, \\ 120, & 0 \leq P < 120, \end{cases}$$

2. $P > 240$, в таком случае суммарный спрос имеет вид:

$$L_d = \begin{cases} 0, & w > P, \\ P - w, & 240 < w \leq P, \\ 240 + P - 2w, & 0 \leq w \leq 240, \end{cases}$$

Тогда спрос пересекается с предложением $L_s = w$ в следующей равновесной зарплате:

$$w_e = \begin{cases} P/2, & 480 < P \\ 80 + P/3, & 240 < P \leq 480, \end{cases}$$

Итоговый ответ:

$$w_e = \begin{cases} P/2, & 480 < P \\ 80 + P/3, & 120 < P \leq 240, \\ 60, & 0 \leq P \leq 120 \end{cases}$$

в)

Нужно объяснить три участка:

1. При достаточно маленькой цене на нефть ($P < 120$) заработная плата никак не зависит от цены на нефть, так как спрос нефтегазовой отрасли на труд достаточно низкий и в равновесии отрасль не нанимает работников.

2. При "средних" ценах на нефть ($120 \leq P \leq 480$) с ростом цены на нефть растёт и потребность в работниках со стороны нефтегазовой отрасли и вследствие более высокого спроса устанавливается более высокая равновесная заработная плата.

3. При высоких ценах на нефть ($P > 480$) спрос на труд растёт по цене на нефть по тем же причинам, но при этом он растёт быстрее, так как при высоких ценах спрос нефтегазовой отрасли на труд настолько высок, что данная отрасль вытесняет промышленную.

2. Неравенство в городе Оэсэнск

Переместимся в чудный город Оэсэнск. Владимир Е. недавно был избран губернатором города, однако прошлый госслужащий не оставил для Владимира почти никакой подробной информации о жителях Оэсэнска. Всё, что известно Владимиру, это то, что в городе живут только врачи, повара и каменщики, работающие на шахте. Каждый врач получает в 3 раза меньше каждого каменщика и в 2 раза больше каждого повара, хоть в городе всех поровну.

(а) (3 балла) В городе Оэсэнск давно не проводилась перепись населения. Помогите Владимиру Е. понять численность каждой группы и сколько получает каждый житель (в зависимости от профессии), если поваров в городе 10 тыс. человек, а заработная плата каждого врача равна 40 тыс. рублей.

(б) (5 баллов) Владимир Е., как хороший губернатор, обеспокоен неравенством распределения доходов внутри города. Задайте аналитически и изобразите графически кривую Лоренца города Оэсэнск. Вычислите коэффициент Джини для города. Считайте, что губернатор жителем города Оэсэнск не является и только приезжает в него поработать.

Если $y = f(x)$ - функция, описывающая кривую Лоренца, то доля $x \in [0; 1]$ самого бедного населения получает долю $y \in [0; 1]$ доходов общества. Коэффициент неравенства доходов Джини считается как $G = 1 - 2S$, где S - площадь под графиком кривой Лоренца.

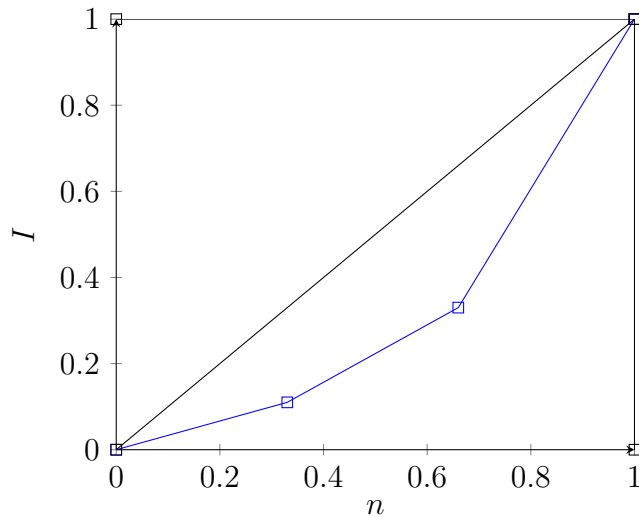
(с) (8 баллов) Из Москвы поступило необычное распоряжение: передать показания о неравенстве распределения доходов среди 45% богатейшего населения. Рассчитайте коэффициент Джини, необходимый Москве.

Решение:

а) Пусть заработная плата врача равна w , тогда заработная плата каменщика равна $3w$, а заработная плата повара равна $0.5w$. Тогда так как $w = 40$ по условию, то заработная плата каменщика равна $3 * 40 = 120$, а заработная плата повара равна $0.5 * 40 = 20$. Так как из условия всех жителей поровну, а поваров 10 тыс., то и врачей 10 тыс., и каменщиков тоже 10 тыс.

б) Если всех жителей поровну, то доли группы по численности равны - каждая группа занимает $\frac{1}{3}$ от общего числа жителей. Заработная плата каждого повара меньше заработной платы каждого врача, которая в свою очередь меньше каждой заработной платы каменщика, значит на кривой Лоренца самой первой и самой бедной группой будут повара, они получают: $\frac{20 * 10}{20 * 10 + 40 * 10 + 120 * 10} = \frac{200}{1800} = \frac{1}{9}$. Далее будут идти врачи, получающие $\frac{40 * 10}{20 * 10 + 40 * 10 + 120 * 10} = \frac{400}{1800} = \frac{2}{9}$, однако на кривой Лоренца перелом будет в точке, которая так же учитывает доходы поваров, поэтому точка изгиба будет при накопленной доле богатства равной $\frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{1}{3}$.

Тогда кривая Лоренца выглядит так:



Зададим её аналитически:

$$y = \begin{cases} \frac{1}{3}x, & x \in [0, \frac{1}{3}] \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}, & x \in [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}] \\ 2x - 1, & x \in [\frac{2}{3}, 1] \end{cases} \quad (1)$$

Посчитаем коэффициент Джини как $G = 1 - 2S_2$, где S_2 - это площадь под кривой Лоренца.

$$S_2 = 0.5 * \frac{1}{3} * \left(\frac{1}{9} + \frac{1+3}{9} + \frac{3+9}{9} \right) = \frac{17}{54} \Rightarrow G = 1 - \frac{17}{27} = \frac{10}{27}$$

в)

Заметим, что 45% богатейшего населения состоит из двух групп: Первая находится во всей стране от $\frac{11}{20}$ до $\frac{2}{3}$ по населению и от $\frac{23}{90}$ до $\frac{1}{3}$ по доходу. Вторая - является богатейшей во всей стране.

Найдем точку перегиба новой кривой лоренца, растянутой от 0 до 1.

$$x^* = \frac{2/3 - 11/20}{1 - 11/20} = \frac{7}{27}$$

$$y^* = \frac{1/3 - 23/90}{1 - 23/90} = \frac{7}{67}$$

Тогда, посчитем коэффициент Джини (для упрощения воспользуемся формулой для двух групп с точкой перелома: $x^* - y^*$)

$$G = \frac{7}{27} - \frac{7}{67} = \frac{280}{1809}$$

3. Сложности в поставке одежды

Молодой бизнесмен Анатолий открывает свою фирму по перевозке одежды из Турции в Россию. У него есть два доступных способа: на самолёте и на пароходе. Стоимость перелета самолета составляет 500 тыс рублей, в него максимально вмещается 6 тонн одежды (да, стоимость перевозки формируется не по количеству перевезенных вещей, а по их весу). Но, как на любом перелёте, за перевес можно заплатить: если вес перевозки превышает 6 тонн на Q кг, за это нужно доплатить $60 \cdot Q^2$ рублей. Но перевес не может быть больше 4 тонн. Стоимость отправки парохода составляет 600 тыс рублей, в него вмещается 4 тонны одежды. Количество самолетов и пароходов могут быть только целыми.

(а) (3 балла) Неожиданно небо над Россией оказалось закрытым, из-за чего перевозки одежды самолетом оказались недоступны. Найдите затраты Анатолия на перевозку 9 тонн одежды с помощью пароходов.

(б) (5 баллов) Теперь предположим, что Анатолию удалось договориться о том, что он сможет использовать один самолет. Какие затраты понесет Анатолия на перевозку 9 тонн одежды, если теперь при минимизации затрат он учитывает новую возможность?

(с) (8 баллов) Анатолию разрешили использовать сколько угодно самолетов, и он решил использовать только их для доставки одежды. Определите, какие издержки в таком случае понесет Анатолий, если ему нужно доставить 15 тонн одежды.

Решение:

а) Прсчииаем затраты на перевозку пароходом. Для перевозки 9 тонн одежды необходимо $9/2 = 4.5$ парохода, округляем в большую сторону, т.к. пароходы могут быть только целыми. Итого издержки на перевозку $TC = 600.000 \cdot 5 = 3.000.000$

б) Заметим, что перевозка 6 тонн самолетом выгоднее, чем перевозка тремя пароходами. Тогда первые 6 тонн, точно перевозим, используя самолет. Далее посмотрим, как стоит распределить оставшиеся 3 тонны: Если используем только самолет, то $TC = 500.000 + 60 \cdot 3000^2 = 540.500.000$.

Если хотим использовать один пароход, то имеет смысл на самолете перевозить только одну тонну, тогда $TC = 500.000 + 60 \cdot 1000^2 + 600.000 = 61.100.000$

Если хотим использовать два парохода, то дополнительную нагрузку на самолет не надо ставить вообще $TC = 500.000 + 2 \cdot 600.000 = 1.700.000$

Очевидно, что самый выгодный вариант - последний.

в) Заметим, что перевозка первых 6 тонн оптимальна при помощи самолета. Тогда у нас остается 9 тонн одежды, решение задачи для которых эквивалентно пункту б)

Итого издержки: $TC = 500.000 \cdot 2 + 2 \cdot 600.000 = 2.200.000$

4. Странные налоги

В России существует очень большое количество налогов, которые платят те или иные граждане или компании. Так как налоги – неотъемлемая часть экономики, то их влияние на рынок изучается крайне активно, а на олимпиадах школьникам предлагается решать задачи о вмешательстве государства. В этой задаче вам необходимо ответить на несколько фундаментальных вопросов о том, как и почему отличаются налоги в олимпиадах и в жизни.

(а) (3 балла) Вы очень часто можете увидеть потоварный налог в олимпиадных задачах, тогда как налог на выручку встречается очень редко. В реальности же государство предпочитает налог на выручку потоварному налогу. Почему государство предпочитает именно налог на выручку потоварному?

(b) (5 баллов) Довольно часто в задачах можно увидеть условие о том, что государство максимизирует налоговые сборы, хотя на самом деле такой задачи у государства нет. Объясните, зачем (именно с экономической, а не управленческой или политической точки зрения) собирает государство налоги в реальной жизни и какую проблему таким образом решает.

(с) (8 баллов) Думаю, вы слышали о таком налоге, как Налог на Добавленную Стоимость (НДС). Он обычно взимается с той дополнительной прибыли за единицу товара, которую получает фирма. Например, если фирма, потратив на производство одной пачки сока суммарно 60 рублей, заработала за нее 100 рублей чистой выручки, то данный налог будет взиматься с «добавленной стоимости» данной пачки, то есть с $100 - 60 = 40$ рублей. Однако почти во всех экономических моделях вы увидите, что НДС взимается как процент от итоговой цены производителя (P_s), то есть со всех 100 рублей, если мы говорим о пачке сока. Приведите **один** самый релевантный и логичный с экономической точки зрения аргумент, почему в экономических моделях можно предполагать, что НДС считается именно таким образом.

Решение

а) Налог на выручку проще рассчитать. Потоварный налог имеет ряд недостатков при подсчете: например, разные товары требуют разных ставок налога, или же не весь произведенный товар может быть реализован, что создает дополнительные проблемы бухгалтерии. Налог на выручку может быть единым для всех фирм, что упрощает процесс сбора налогов как для государства, так и для фирм.

б) Основная(базовая) цель сбора налогов – финансирование общественных благ. Проблема общественных благ заключается в том, что каждый человек считает, что его вклад в общественные блага является незначительным, что приводит к недофинансированию этих благ относительно оптимального уровня. Данная проблема носит название «Проблемы безбилетника». Государство, принуждая с помощью налогов платить людей за общественные блага, таким образом повышает общественное благосостояние.

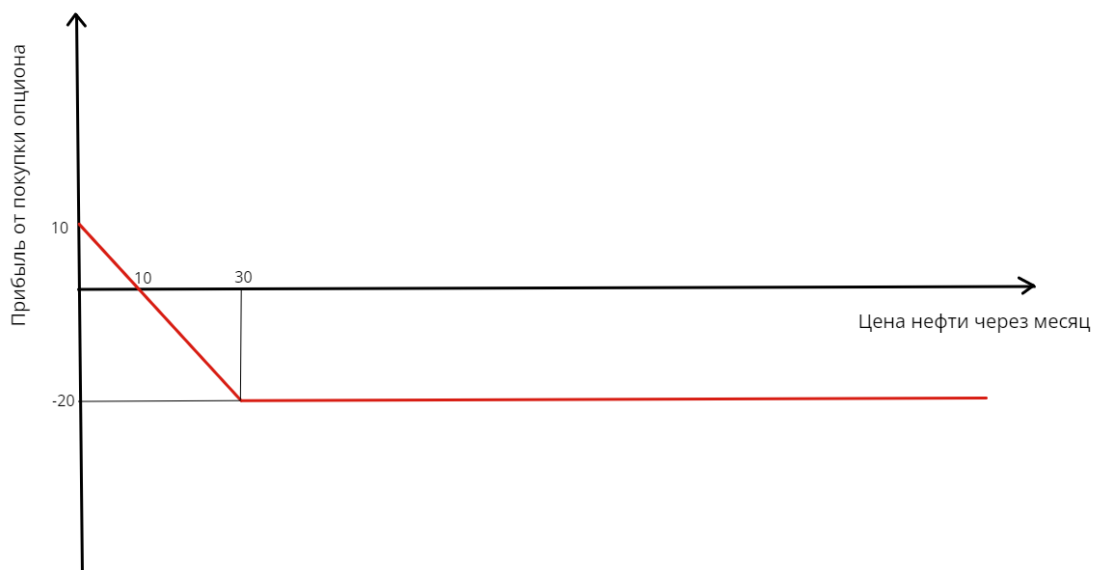
с) Вопрос задачи можно перефразировать следующим образом: почему с 60 рублей, являющихся издержками фирмы, тоже собирается налог? Правильным ответом является то, что данные 60 рублей, которые потратит фирма на закупку сока, получают другие экономические агенты, и эти 60 рублей на самом деле также являются добавленной стоимостью, которую получают эти агенты. Таким образом можно предполагать, что при введении налога все агенты, участвующие в цепочке производства сока, заплатят этот налог. Так как изначальная стоимость любого блага равна 0, то суммарная добавленная стоимость всех агентов в цепочке равняется итоговой чистой

выручке конечного продавца за этот товар. Поэтому в моделях налог и можно считать с итоговой цены производителя.

5. Опционы

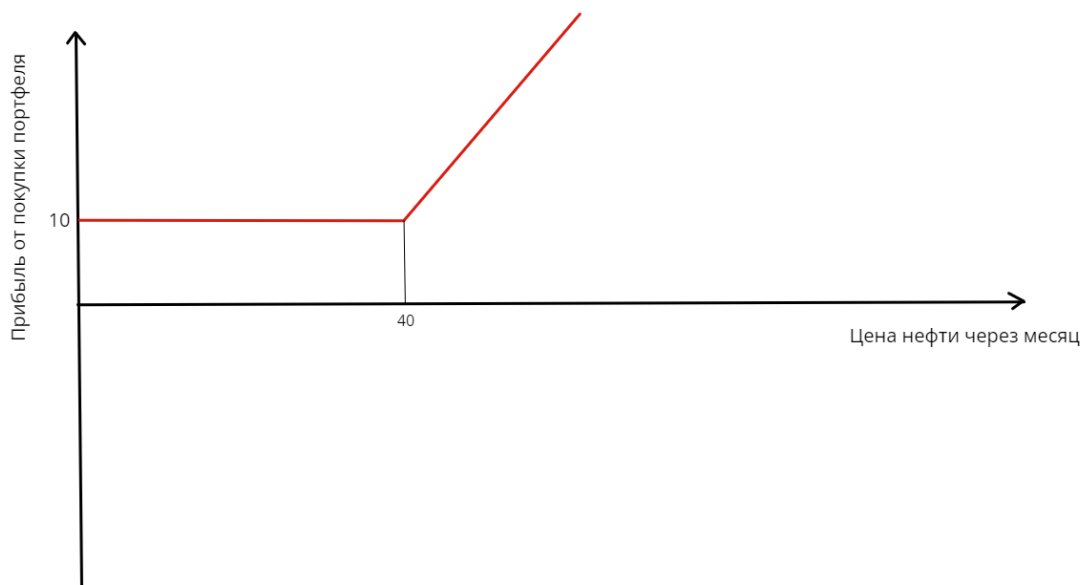
В данной задаче мы рассмотрим финансовый рынок, а именно один из производных финансовых инструментов: **опционы**. Опцион является ценной бумагой, дающей **право** на покупку (колл-опцион) или продажу (пут-опцион) актива по фиксированной цене (данная цена называется **ценой исполнения** опциона) через фиксированное время (**срок исполнения** опциона). В задаче мы будем рассматривать опционы на покупку или продажу нефти. Все опционы в задаче будут иметь срок исполнения, равный месяцу, однако, мы будем также считать, что дисконтирование на рынке отсутствует, так что срок исполнения, по сути, не важен. Все цены указаны в рублях. Вы можете заметить, что некоторые ситуации из задачи не могут существовать на сбалансированном рынке, так что считайте рынок не сбалансированным. Никакие цены не могут опускаться ниже 0. Прибылью от покупки опциона называется выгода от его реализации в срок исполнения за вычетом стоимости опциона.

(а) (3 балла) Рассмотрите следующий график зависимости **прибыли от покупки одного опциона** от **цены нефти через месяц**:



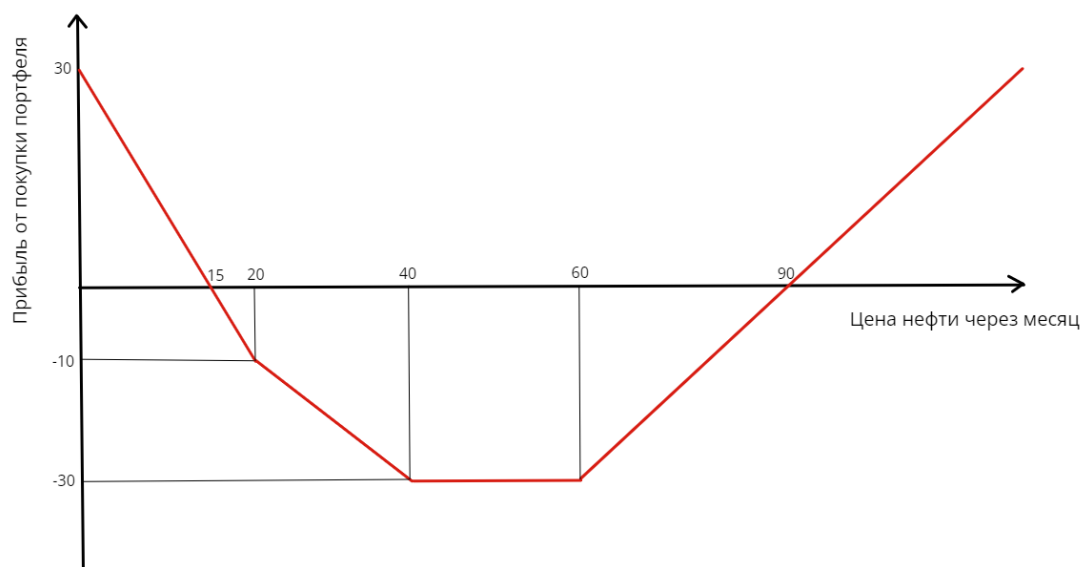
Определите, является ли данный опцион опционом на покупку (колл) или на продажу (пут). Также найдите текущую рыночную стоимость данного опциона и цену его исполнения.

(b) (5 баллов) Рассмотрите следующий график, показывающий зависимость **прибыли от покупки портфеля из двух разных опционов** от **цены нефти через месяц**:



Опишите, какие типы опционов находятся в портфеле: это два пут-опциона, два колл-опциона, или один из них пут-, а второй колл-? Найдите цену исполнения каждого опциона, а также суммарную стоимость портфеля.

(с) (8 баллов) Рассмотрите следующий график, показывающий зависимость **прибыли от покупки портфеля** из трех разных опционов от **цены нефти через месяц**:



Дополнительно вам известно, что существует интервал цен на нефть, при котором ни один опцион реализовывать не выгодно. Для каждого из трех опционов, представленных в портфеле, найдите, является ли он пут- или колл-опционом, а также цену его исполнения. Чему равна суммарная текущая стоимость такого портфеля?

Решение

а) Прибыль с пут опциона (право продажи нефти) мы получаем, если цена исполнения опциона выше рыночной. Аналогично, прибыль с колл-опциона (право покупки нефти) мы получаем, что цена исполнения опциона ниже рыночной. Разница между ценой исполнения и рыночной ценой в таком случае является выгодной от покупки опциона: это сэкономленные деньги.

На графике мы видим, что прибыль от покупки опциона начинает расти, когда цена падает ниже 30: это и есть цена исполнения опциона, при падении ниже которой мы начинаем получать выгоду от покупки. Так как мы получаем выгоду при низких ценах, то перед нами пут-опцион: право продажи по фиксированной цене выгодно именно при низких ценах. Также мы видим, что если мы не реализуем опцион (если цена выше 30 нет смысла пользоваться правом продать нефть за 30), то прибыль от его покупки составляет (-20). Следовательно, его рыночная цена сейчас равняется 20, так как при отсутствии выгоды мы просто уходим в минус на стоимость опциона.

б) Из предыдущего пункта мы понимаем, что изменение прибыли от опциона происходит, когда цена нефти становится равна цене исполнения опциона. Так как на графике всего одна точка перелома, то либо в ней достигается цена исполнения обоих опционов, либо цена исполнения одного опциона равна 0.

Первый вариант невозможен: в таком случае, если оба опциона колл- или оба опциона пут-, то существовал бы участок, на котором мы не реализовывали бы эти опционы (при меньшей цене, если это колл- и при большей, если это пут-), и прибыль была бы отрицательной. Если же эти опционы разные, то не получилось бы горизонтального участка, так как прибыль менялась бы и справа от цены исполнения (так ведет себя колл-опцион), и слева от цены исполнения (так ведет себя пут-опцион).

Следовательно, цена исполнения одного опциона равна 0, а второго – 40. Далее можно заметить, что если бы оба опциона были колл- или пут-, у нас был бы участок с отрицательной прибылью при низких (в случае колл-) или высоких (в случае пут-) ценах нефти. Значит, один из опционов – пут, другой колл.

В случае, если цена нефти растет, то выгода от колл-опциона растет или не меняется, а от пут-опциона падает или не меняется. На графике мы видим горизонтальный участок, следовательно, на нем либо обе выгоды не меняются (это случай, когда оба опциона не приносят прибыли, так как мы их не реализуем. Он нам не подходит, так как в таком случае прибыль была бы отрицательной), либо выгода колл-опциона растет, а пут-опциона падает (получается, наш вариант). В таком случае, колл-опцион дает прибыль на этом участке, а, следовательно, его цена исполнения равна 0. Тогда цена исполнения пут-опциона равна 40.

Найдем стоимость портфеля из двух этих опционов. Обозначим рыночные цены опционов за P^c (колл-опцион) и P^p (пут-опцион). Рассмотрим цену нефти, равную 40 (можно рассмотреть абсолютно любую точку, результат никак не изменится). Мы знаем, что в данной точке пут-опцион с ценой исполнения 40 приносит нулевую выгоду (так как цена нефти совпадает с ценой реализации опциона), а колл-опцион приносит выгоду, равную 40 (так как право покупки нефти за 0 при цене нефти 40 дает выгоду, равную 40). Тогда суммарная выгода от покупки в этой точке равна $40 - P^c - P^p$. По графику мы видим, что она равняется 10:

$$40 - P^c - P^p = 10$$

$$P^c + P^p = 30$$

Суммарная стоимость опционов и есть стоимость портфеля.

Ответ: В портфеле находятся пут-опцион с ценой исполнения 40 и колл-опцион с ценой исполнения 0. Суммарная стоимость портфеля равна 30.

с) С помощью идем из пункта (b) понимаем, что цены исполнения трех опционов равны 20, 40 и 60. Заметим, что при высоких (>60) ценах нефти мы получаем рост прибыли. Следовательно, хотя бы 1 опцион из трех – это колл-опцион, приносящий прибыль при высоких ценах. Также мы видим участок цен (<20), когда прибыль значительно увеличивается уже при снижении цены. Такой рост прибыли дает право на продажу нефти по фиксированной цене (пут-опцион), причем, так как темп роста прибыли увеличивается, то мы можем сделать вывод, что это 2 пут-опциона. Следовательно, 2 опциона – пут- и 1 опцион – колл-.

Далее мы видим, при ценах от 40 до 60 есть горизонтальный участок. Любое изменение прибыли означает, что хотя бы один опцион реализовать выгодно. Следовательно, так как мы знаем, что по условию существует участок, на котором все три опциона реализовать невыгодно, то это именно он. Здесь же мы сразу можем найти суммарную стоимость портфеля: она равна убытку, который мы получаем, если не реализуем ни один опцион, то есть 30.

Осталось понять, у какого опциона какая цена исполнения. Заметим, что на участке от 40 до 60 цена исполнения пут-опционов уже ниже цены нефти (нет смысла продавать нефть по опциону, если на рынке она стоит дороже), а цена колл-опциона выше цены нефти (нет смысла покупать нефть по опциону, если на рынке она стоит дешевле). Следовательно, цены пут-опционов равны 20 и 40, а цена колл-опциона равна 60.

Ответ: в портфеле находятся два пут-опциона с ценами исполнения 20 и 40 и колл-опцион с ценой исполнения 60. Цена всего портфеля равна 30.