Олимпиада «Физтех». 2023. Физика. Вариант 10-01

1. **1)** $V_0 = gT = 20$ м/с,

Мяч движется по параболе

$$y(x) = x\cdot tg\alpha - \frac{g\cdot x^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} = x\cdot tg\alpha - \frac{g\cdot x^2}{2V_0^2}\left(1+tg^2\alpha\right),$$ здесь учтено $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1+tg^2\alpha$.

При соударении со стенкой $x = S$, $y(S) == \frac{gS^2}{2V_0^2}\left[tg\alpha\cdot\left(2\frac{V_0^2}{gS} - tg\alpha\right) - 1\right]$,

наибольшая высота h точки соударения достигается при $tg\,\alpha = \frac{V_0^2}{gS}$,

2) $$h = 0{,}5\left(\frac{V_0^2}{g} - \frac{gS^2}{V_0^2}\right) = 0{,}5\left(gT^2 - \frac{S^2}{gT^2}\right) = 15\,\text{м},$$

если ввести максимальную высоту при полете по вертикали $H = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{gT^2}{2}$, то

$$h = H\left(1 - \left(\frac{S}{2H}\right)^2\right).$$

2. В *первом опыте* коробка через время $t_1 = \frac{V_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0{,}4$с, остановится на расстоянии $L = \frac{V_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0{,}8$м от точки старта. Далее за время $t_2 = \sqrt{\frac{2(S-L)}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}} = \frac{\sqrt{15}}{15} \approx 0{,}26$с

коробка переместится на S-L= 0,2м,

1) $$T = t_1 + t_2 = \frac{V_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} + \sqrt{\frac{2(S-L)}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}} \approx 0{,}66\,\text{с}.$$

Во втором опыте до момента остановки коробки относительно ленты

$$a_1 = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha),$$

2) $$L = \frac{V_0^2 - U^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0{,}6\,\text{м}.$$

После этого сила трения сонаправлена с вектором скорости транспортера, тогда

$$a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

3) $$H = \left(L + \frac{U^2}{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}\right)\cdot\sin\alpha = \frac{56}{75} \approx 0{,}75\,\text{м}.$$

3. Из равенства приращений импульса санок за равные промежутки времени следует равенство сил $F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) = F - \mu mg$

1) $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = tg\frac{\alpha}{2}$,

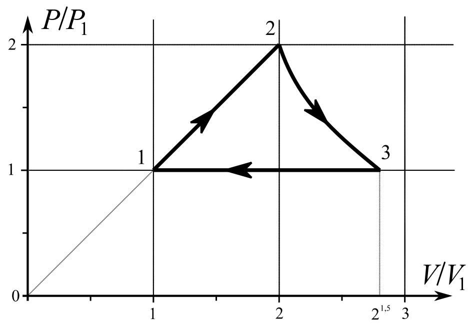
2) $T = \frac{V_0}{\mu g}$.

4. $\Delta Q = C \cdot \Delta T$ **,** в каждом процессе количество теплоты, подведенной (отведенной), численно равно площади под графиком зависимости $C(T)$**,**

1) $A_{12} = Q_{12} - (U_2 - U_1) = \left(2R - \frac{3}{2}R\right)3T_1 = 4986 \approx 5 \cdot 10^3$ Дж,

2) $\eta = 1 - \frac{Q_{ОТВ}}{Q_{ПОДВ}} = 1 - \frac{0,5RT_1\left(4 - 2\sqrt{2}\right) + 2,5RT_1\left(2\sqrt{2} - 1\right)}{2RT_1(4-1)} = \frac{6,5 - 4\sqrt{2}}{6} \approx 0,14$

3) график процесса в P,V координатах, нормированных соответственно на P_1 и V_1,

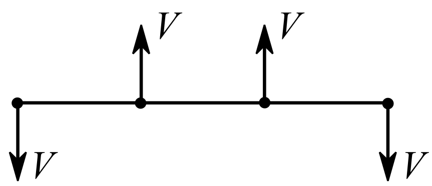


5. Условие покоя $\sqrt{2}T = \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) \cdot k\frac{q^2}{b^2}$,

1) $T = \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \cdot k\frac{q^2}{b^2} \approx 1,35 \cdot k \cdot \frac{q^2}{b^2}$,

В тот момент, когда шарики находятся на одной прямой, скорости всех шариков одинаковы по модулю вследствие симметрии и закона сохранения импульса системы материальных точек. Закон сохранения энергии

$$k\frac{q^2}{b} + 2k\frac{q^2}{\sqrt{2}b} = 4m\frac{V^2}{2} + k\frac{q^2}{3b} + 2k\frac{q^2}{2b},$$



2) $V = |q|\sqrt{\frac{3 \cdot \sqrt{2} - 1}{6} \cdot \frac{k}{m \cdot b}} \approx 0,74|q|\sqrt{\frac{k}{m \cdot b}}$. Центр масс системы не смещается

3) $d = \frac{\sqrt{5}}{2}b \approx 1,1 \cdot b$.

Олимпиада «Физтех». 2023. Физика. Вариант 10-02

1. **1)** $V_0 = \sqrt{gL} \approx 14$ м/с,

Мяч движется по параболе

$$y(x) = x \cdot tg\alpha - \frac{g \cdot x^2}{2V_0^2 \cos^2\alpha} = x \cdot tg\alpha - \frac{g \cdot x^2}{2V_0^2}\left(1 + tg^2\alpha\right),$$ здесь учтено $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha$.

При соударении со стенкой $x = S$, $y(S) == \frac{g\,S^2}{2V_0^2}\left[tg\alpha \cdot \left(2\frac{V_0^2}{gS} - tg\alpha\right) - 1\right]$,

наибольшая высота H точки соударения достигается при $tg\,\alpha = \frac{V_0^2}{gS}$,

$$H = 0,5\left(\frac{V_0^2}{g} - \frac{gS^2}{V_0^2}\right) = \frac{L}{2}\left(1 - \left(\frac{S}{L}\right)^2\right)$$

2) $S = L \cdot \sqrt{1 - \frac{2H}{L}} = 16$ м.

2. *В первом опыте* коробка через время $t_1 = \frac{V_0}{g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)} = 0,6$ с остановится на расстоянии $S_1 = 0,5V_0 \cdot t_1 = 1,8$ м от точки старта.

После остановки за время $\left(T - t_1\right)$ перемещение коробки

$S_2 = 0,5g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) \cdot \left(T - t_1\right)^2 = 0,16$ м, тогда

1) $S = S_1 + S_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{V_0^2}{g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)} + g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) \cdot \left(T - t_1\right)^2\right) = 1,96$ м.

Во втором опыте до момента остановки коробки относительно ленты

$$a_1 = g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right),$$

2) $\tilde{T} = \frac{V_0 - U}{g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)} = 0,5$ с.

После этого сила трения сонаправлена с вектором скорости транспортера, тогда

$$a_2 = g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)$$

3) $L = \frac{1}{2g}\left(\frac{V_0^2 - U^2}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} + \frac{U^2}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}\right) = 2$ м.

3. Из равенства приращений кинетической энергии на равных путях следует равенство сил $F\cos\alpha - \mu\left(mg - F\sin\alpha\right) = F - \mu mg$

1) $\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} = tg\frac{\alpha}{2}$,

2) $S = \frac{K}{\mu mg}$.

4. $\Delta Q = C \cdot \Delta T$**,** в каждом процессе количество теплоты подведенной (отведенной) численно равно площади под графиком зависимости $C(T)$**,**

В процессе 3-1 по первому началу

$Q_{31} = U_1 - U_3 + A_{ГАЗА\ 31}$.

Работа внешних сил над газом в процессе 3-1

$$A_{31} = -A_{ГАЗА\ 31} = -\left(Q_{31} - \left(U_1 - U_3\right)\right) = -\left(2R\left(T_1 - T_3\right) - \frac{3}{2}R\left(T_1 - T_3\right)\right) = -R\left(T_1 - T_3\right)\frac{1}{2}$$

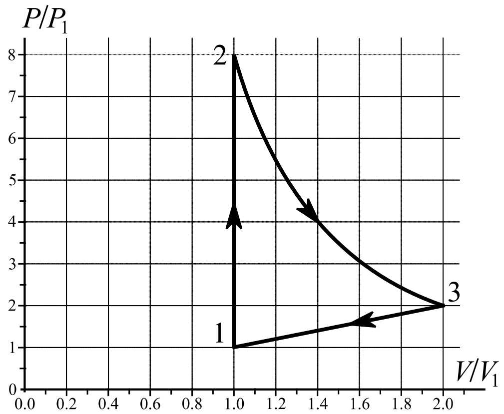
по графику $T_3 = 4T_1$,

1) $A_{31} = \frac{3}{2}RT_1 = 2493 \approx 2,5 \cdot 10^3$ Дж,

замечание: по графику сразу виден ответ: три клеточки по $\frac{RT_1}{2}$ каждая,

2) $\eta = 1 - \frac{Q_{ОТВ}}{Q_{ПОДВ}} = 1 - \frac{0,5RT_1\left(8-4\right) + 2RT_1\left(4-1\right)}{1,5RT_1\left(8-1\right)} = \frac{5}{21} \approx 0,24$

3) график цикла в P,V координатах, нормированных соответственно на P_1 и V_1,

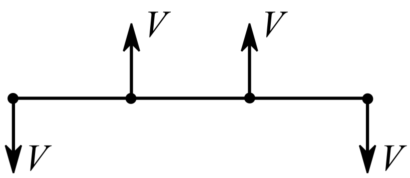


5. Условие покоя $\sqrt{2} \cdot T = \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$,

1) $|q| = 2a\sqrt{\frac{\pi\,\varepsilon_0 T}{1 + 2^{-1,5}}}$,

В тот момент, когда шарики находятся на одной прямой, скорости всех шариков одинаковы по модулю вследствие симметрии и закона сохранения импульса системы материальных точек. Закон сохранения энергии

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a} + 2 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{\sqrt{2}a} = 4K + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{3a} + 2 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2a},$$



2) $K = \frac{3 \cdot \sqrt{2} - 1}{12} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a} \approx 0,27 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a}$,

центр масс системы не смещается

3) $d = \frac{\sqrt{5}}{2}a \approx 1,1 \cdot a$

Олимпиада «Физтех». 2023. Физика. Вариант 10-03

1. Импульс всех осколков после разрыва

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = M\cdot\vec{g},\quad \vec{P}_0 = \vec{0},\quad \vec{P}(t_1) = M\vec{g}t_1,\quad P = Mgt_1 = 40 \text{ кг·м/с},$$

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2,\quad \vec{P}_1 \perp \vec{P}\ ,$$

1) $P_2 = \sqrt{(Mgt_1)^2 + P_1^2} = 50$ кг·м/с,

2) $\sin\alpha = \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1}{\sqrt{(Mgt_1)^2 + P_1^2}} = 0,6,\quad tg\alpha = \frac{P_1}{Mgt_1} = \frac{3}{4} = 0,75.$

При полете на максимальную дальность вектор скорости поворачивается на угол 90^0

$$d = |\vec{r}(T)| = 0,5\cdot|\vec{V}_0 + \vec{V}(T)|T = 0,5gT^2,$$

3) $T = \sqrt{\frac{2d}{g}} = 4$ с.

2. В процессе движения шарика до отрыва бруска от стенки

$$\frac{mV^2}{R} = mg\cos\theta - N,\quad \frac{mV^2}{2} = mgR(1-\cos\theta),\quad N = mg(3\cos\theta - 2)\cdot$$

В момент отрыва $N = 0$, тогда $m\vec{a} = m\vec{g}$,

1) $\vec{a} = \vec{g}$, $a = g = 10$ м/с^2,

далее $N = 0$ при $\cos\theta = \frac{2}{3}$, тогда

2) $h = R(1-\cos\theta) = \frac{R}{3} \approx 0,33$ м.

Из приведенных соотношений находим модуль скорости $V_0 = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$ шарика и угол θ, который в этот момент скорость $\vec{V}_0$ образует с горизонтом, $\cos\theta = \frac{2}{3}$

При движении системы скорость бруска наибольшая в тот момент, когда шарик проходит нижнюю точку траектории. Внешние силы вертикальные, трения нет: закон сохранения горизонтального импульса системы

$$m\frac{2}{3}V_0 = mV_{1X} + mV_{2X},$$

и закон сохранения полной механической энергии

$$mg2R = \frac{1}{2}\left(mV_{1X}^2 + mV_{2X}^2\right),$$

приводят к ответу на третий вопрос задачи

3) $$V = V_{1X} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{52}}{3\sqrt{3}}\sqrt{gR} \approx 1,66\sqrt{gR} \approx 5,25 \text{ м/с}.$$

3. В процессе подъема санок $F = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$,

$$A_1 = F\cdot\sqrt{h^2 + l^2} = mgh + \mu mgl,$$

при съезде санок с горки по теореме об изменении кинетической энергии

$$m\frac{V^2}{2} = mgh - \mu mgl\ .$$

1) $V = 2 \cdot \sqrt{g\,h - \frac{A_1}{2m}} = 8$ м/с,

2) $A_2 = mg\left(H - h\right) + \left(A_1 - mgh\right) \cdot \left(\frac{L}{l} - 1\right) = 480$ Дж.

4. В процессе расширения к газу подведено количество теплоты

1) $Q_{ПОДВ} = 2,5A + A = 3,5A,$

в процессе изобарического сжатия от газа отводят количество теплоты

2) $Q_{34} = 2,5A$.

3) В процессе 4-1 отводят теплоту $0,5A$ (так как $V_4 - V_1 = 0,5 \cdot \left(V_3 - V_2\right)$),

за цикл отведено количество теплоты $Q_{ОТВ} = 2,5A + 0,5A = 3A$,

$$\eta = 1 - \frac{Q_{ОТВ}}{Q_{ПОДВ}} = 1 - \frac{3A}{3,5A} = \frac{1}{7} \approx 0,14\,.$$

5. В полете $R = \frac{V^2}{2g}$,

1) $V = \sqrt{2gR}$,

далее ЗСЭ $k\frac{Q^2}{R} = k\frac{Q^2}{2R} + 2\frac{m}{2}\left(V^2 + \sqrt{3}gR\right),$ $\frac{mV^2}{2} = mgR$

2) $Q = \pm R\sqrt{2\left(2 + \sqrt{3}\right) \cdot \frac{mg}{k}} \approx \pm 2,73R\sqrt{\frac{mg}{k}}$.

На большом расстоянии

$k\frac{Q^2}{2R} = 2\frac{m}{2}V_X^2$, $k\frac{Q^2}{2R} = 2\frac{m}{2}V_X^2$, $V_X = \sqrt{\left(2 + \sqrt{3}\right)gR}$,

3) $U = 2\sqrt{\left(2 + \sqrt{3}\right)gR} \approx 3,9\sqrt{gR}$.

Олимпиада «Физтех». 2023. Физика. Вариант 10-04

1. Импульс всех осколков после разрыва

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = M\cdot\vec{g},\quad \vec{P}_0 = \vec{0},\quad \vec{P}(t_1) = M\vec{g}t_1,\ P = Mgt_1 = 30\ \text{кг·м/с},$$

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2,\quad \vec{P}_2 = \vec{P} - \vec{P}_1,\quad \vec{P}\uparrow\uparrow\vec{P}_1,\ P < P_1,$$

1) $P_2 = P_1 - Mgt_1 = 20$ кг·м/с,

2) $\alpha = \pi,\quad \alpha = 180^0$.

При полете на максимальную дальность вектор скорости поворачивается на угол 90^0

$$d = \left|\vec{r}(T)\right| = 0,5\cdot\left|\vec{V}_0 + \vec{V}(T)\right|\cdot T = 0,5gT^2,$$

3) $d = \dfrac{1}{2}gT^2 = 45$ м.

2. В процессе движения шарика до отрыва бруска от стенки

$$\frac{mV^2}{R} = mg\cos\theta - N,\quad \frac{mV^2}{2} = mgR(1-\cos\theta),\quad N = mg(3\cos\theta - 2)$$

В момент отрыва $N=0$, тогда $m\vec{a} = m\vec{g}$, $\vec{F} = m\vec{g}$

1) $F = mg = 2$ Н, $\vec{F}\uparrow\uparrow\vec{g}$,

далее $N = 0$ при $\cos\theta = \dfrac{2}{3}$, тогда

2) $S = R\sin\theta = \dfrac{\sqrt{5}}{3}R \approx 0,75R \approx 0,45$ м

Из приведенных соотношений находим модуль скорости $V_0 = \sqrt{\dfrac{2}{3}gR}$ шарика и угол θ, который в этот момент скорость $\vec{V}_0$ образует с горизонтом, $\cos\theta = \dfrac{2}{3}$.

При движении системы скорость бруска наибольшая в тот момент, когда шарик проходит нижнюю точку траектории. Внешние силы вертикальные, трения нет:
закон сохранения горизонтального импульса системы

$$m\frac{2}{3}V_0 = mV_{1X} + mV_{2X},$$

и закон сохранения полной механической энергии

$$mg2R = \frac{1}{2}\left(mV_{1X}^2 + mV_{2X}^2\right),$$

приводят к ответу на третий вопрос задачи

3) $$V = \left|V_{2x}\right| = \frac{\sqrt{52}-\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\sqrt{gR} \approx 1,1\sqrt{gR} \approx 2,7\ \text{м/с}.$$

3. При съезде санок с горки по теореме об изменении кинетической энергии

$$0,5mV^2 = mg\sin\alpha\cdot\sqrt{h^2+l^2} - \mu mg\cos\alpha\cdot\sqrt{h^2+l^2} = mgh - \mu mgl,$$

в процессе подъема $F = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$,

$$A_1 = F\cdot\sqrt{h^2+l^2} = mgh + \mu mgl,$$

1) $A_1 = 2mgh - \dfrac{mV^2}{2} = 574$ Дж,

2) $H = h + \frac{1}{mg}\left[A_2 - \left(mgh - \frac{mV^2}{2}\right)\cdot\left(\frac{L}{l} - 1\right)\right] = 9$ м.

4. В процессе изобарического сжатия от газа отводят количество теплоты

1) $Q_{34} = 2,5A$.

В процессе расширения к газу подводят количество теплоты

2) $Q_{ПОДВ} = 2,5A + A = 3,5A$.

В процессе 4-1 от газа отводят количество теплоты $0,25\cdot A$ (так как $V_4 - V_1 = 0,25\cdot(V_3 - V_2)$),

за цикл отведено количество теплоты $Q_{ОТВ} = 2,5A + 0,25A = 2,75A$,

3) $$\eta = 1 - \frac{Q_{ОТВ}}{Q_{ПОДВ}} = 1 - \frac{2,75A}{3,5A} = \frac{3}{14} \approx 0,21.$$

5. В полете $2R = \frac{gT^2}{2}$, **1)** $T = 2\sqrt{\frac{R}{g}}$,

далее ЗСЭ $k\frac{Q^2}{1,6R} = k\frac{Q^2}{2R} + 2\left(\frac{m}{2}V_Y^2 + mg\cdot 0,6R\right)$, здесь $2R = \frac{V_Y^2}{2g}$,

2) $m = \frac{5}{208}\cdot\frac{kQ^2}{gR^2}$.

Из закона сохранения энергии следует $2\left(\frac{m}{2}V_Y^2 + mg\cdot 0,6R\right) = k\frac{Q^2}{8R}$.

При удалении на большое расстояние, когда шарики находятся вблизи горизонтальной поверхности, закон сохранения энергии принимает вид

$$k\frac{Q^2}{1,6R} = 2\frac{m}{2}V_X^2 + k\frac{Q^2}{8R},$$

отсюда $\frac{m}{2}V_X^2 = k\frac{Q^2}{4R} = \frac{52}{5}mgR$, ранее $\frac{mV_Y^2}{2} = 2mgR$

3) $V = 2\sqrt{\frac{31}{5}gR} \approx 5\sqrt{gR}$.