

Отборочный этап 2023/24

Задачи олимпиады: Математика 10 класс (1 попытка)

Задача 01

Задача 1-1 #1 ID 2540

Три натуральных числа являются последовательными членами геометрической прогрессии. Если из второго вычесть 3, а из третьего вычесть 14, то получатся три последовательных члена арифметической прогрессии. Чему равна сумма трёх членов геометрической прогрессии, если разность арифметической прогрессии равна 1?

999976292540

Ответ:

26

Задача 1-2 #2 ID 2541

Три натуральных числа являются последовательными членами геометрической прогрессии. Если из второго вычесть 1, а из третьего вычесть 6, то получатся три последовательных члена арифметической прогрессии. Чему равна сумма трёх членов геометрической прогрессии, если разность арифметической прогрессии равна 1?

999976292541

Ответ:

13

Задача 1-3 #3 ID 2542

Три натуральных числа являются последовательными членами геометрической прогрессии. Если из второго вычесть 1, а из третьего вычесть 11, то получатся три последовательных члена арифметической прогрессии. Чему равна сумма трёх членов геометрической прогрессии, если разность арифметической прогрессии равна 2?

999976292542

Ответ:

21

Задача 1-4 #4 ID 2543

Три натуральных числа являются последовательными членами геометрической прогрессии. Если из второго вычесть 2, а из третьего вычесть 12, то получатся три последовательных члена арифметической прогрессии. Чему равна сумма трёх членов геометрической прогрессии, если разность арифметической прогрессии равна 2?

999976292543

Ответ:

26

Задача 1-5 #5 ID 2544

Три натуральных числа являются последовательными членами геометрической прогрессии. Если из второго вычесть 1, а из третьего вычесть 4, то получатся три последовательных члена арифметической прогрессии. Чему равна сумма трёх членов геометрической прогрессии, если разность арифметической прогрессии равна 1?

999976292544

Ответ:

14

Задача 02

Задача 2-1 #6 ID 2545

Найдите количество десятибуквенных «слов», составленных из букв А, Б, В (под «словом» понимается любая последовательность подряд идущих букв) таких, что в них есть не более трёх букв Б.

999976292545

Ответ:

33024

;

31650

Задача 2-2 #7 ID 2546

Найдите количество одиннадцатибуквенных «слов», составленных из букв А, Б, В (под «словом» понимается любая последовательность подряд идущих букв) таких, что в них есть не более трёх букв Б.

999976292546

Ответ:

83712

;

81202

Задача 2-3 #8 ID 2547

Найдите количество двенадцатибуквенных «слов», составленных из букв А, Б, В (под «словом» понимается любая последовательность подряд идущих букв) таких, что в них есть не более трёх букв Б.

999976292547

Ответ:

204204

;

208896

Задача 2-4 #9 ID 2548

Найдите количество тринадцатибуквенных «слов», составленных из букв А, Б, В (под «словом» понимается любая последовательность подряд идущих букв) таких, что в них есть не более трёх букв Б.

999976292548

Ответ:

505102

;

514048

Задача 2-5 #10 ID 2549

Найдите количество четырнадцатibuквенных «слов», составленных из букв А, Б, В (под «словом» понимается любая последовательность подряд идущих букв) таких, что в них есть не более трёх букв Б.

999976292549

Ответ:

1231958

;

1249280

Задача 03

Задача 3-1 #11 ID 2550

Сколько существует квадратных трехчленов вида $x^2 + ax + b$ с целыми корнями, у которых $a + b = 19$?

999976292550

Ответ:

6

Задача 3-2 #12 ID 2551

Сколько существует квадратных трехчленов вида $x^2 + ax + b$ с целыми корнями, у которых $a + b = 27$?

999976292551

Ответ:

6

Задача 3-3 #13 ID 2552

Сколько существует квадратных трехчленов вида $x^2 + ax + b$ с целыми корнями, у которых $a + b = 44$?

999976292552

Ответ:

6

Задача 3-4 #14 ID 2553

Сколько существует квадратных трехчленов вида $x^2 + ax + b$ с целыми корнями, у которых $a + b = 41$?

99976292553

Ответ:

8

Задача 3-5 #15 ID 2554

Сколько существует квадратных трехчленов вида $x^2 + ax + b$ с целыми корнями, у которых $a + b = 29$?

99976292554

Ответ:

8

Задача 04

Задача 4-1 #16 ID 2555

Когда каждое из 15 последовательных натуральных чисел уменьшили на 2, произведение этих чисел уменьшилось в 3 раза. Найдите наименьшее из 15 исходных чисел.

99976292555

Ответ:

22

Задача 4-2 #17 ID 2556

Когда каждое из 9 последовательных натуральных чисел уменьшили на 2, произведение этих чисел уменьшилось в 2,5 раза. Найдите наименьшее из 9 исходных чисел.

99976292556

Ответ:

17

Задача 4-3 #18 ID 2557

Когда каждое из 14 последовательных натуральных чисел уменьшили на 2, произведение этих чисел уменьшилось в 4,5 раза. Найдите наименьшее из 14 исходных чисел.

999976292557

Ответ:

14

Задача 4-4 #19 ID 2558

Когда каждое из 6 последовательных натуральных чисел уменьшили на 2, произведение этих чисел уменьшилось в 2 раза. Найдите наименьшее из 6 исходных чисел.

999976292558

Ответ:

16

Задача 4-5 #20 ID 2559

Когда каждое из 27 последовательных натуральных чисел уменьшили на 2, произведение этих чисел уменьшилось в 10 раз. Найдите наименьшее из 27 исходных чисел.

999976292559

Ответ:

14

Задача 05

Задача 5-1 #21 ID 2560

Маша и Даша должны посадить по 80 кустиков клубники каждая. Маша первую половину работы делает с некоторой фиксированной скоростью, а при выполнении второй половины работы увеличивает скорость на 3 кустика в час. Даша первую половину работы проделывает со скоростью в $\frac{7}{6}$ раз больше Машиной, а на вторую половину работы она увеличивает свою скорость ещё на два кустика в час. Известно, что Маша на всю работу затратила не менее 6 часов, а Даша - не более $\frac{75}{14}$ часов. Сколько кустиков в час высаживала Маша первоначально?

999976292560

Ответ:

12

Задача 5-2 #22 ID 2561

Маша и Даша должны посадить по 100 кустиков клубники каждая. Маша первую половину работы делает с некоторой фиксированной скоростью, а при выполнении второй половины работы увеличивает скорость на 3 кустика в час. Даша первую половину работы проделывает со скоростью в $\frac{4}{3}$ раз больше Машиной, а на вторую половину работы она увеличивает свою скорость ещё на два кустика в час. Известно, что Маша на всю работу затратила не менее $\frac{125}{9}$ часов, а Даша - не более $\frac{45}{4}$ часов. Сколько кустиков в час высаживала Маша первоначально?

999976292561

Ответ:

6

Задача 5-3 #23 ID 2562

Маша и Даша должны посадить по 56 кустиков клубники каждая. Маша первую половину работы делает с некоторой фиксированной скоростью, а при выполнении второй половины работы увеличивает скорость на 2 кустика в час. Даша первую половину работы проделывает со скоростью в $\frac{7}{8}$ раз больше Машиной (т. е. скорость Даши есть $\frac{7}{8}$ скорости Маши), а на вторую половину работы она увеличивает свою скорость ещё на пять кустиков в час. Известно, что Маша на всю работу затратила не более 6,3 часов, а Даша - не менее $\frac{19}{3}$ часов. Сколько кустиков в час высаживала Маша первоначально?

999976292562

Ответ:

8

Задача 5-4 #24 ID 2563

Маша и Даша должны посадить по 84 кустика клубники каждая. Маша первую половину работы делает с некоторой фиксированной скоростью, а при выполнении второй половины работы увеличивает скорость на 5 кустиков в час. Даша первую половину работы проделывает со скоростью в $\frac{10}{7}$ раз больше Машиной, а на вторую половину работы она увеличивает свою скорость ещё на два кустика в час. Известно, что Маша на всю работу затратила не менее 9,5 часов, а Даша - не более 7,7 часов. Сколько кустиков в час высаживала Маша первоначально?

99976292563

Ответ:

7

Задача 5-5 #25 ID 2564

Маша и Даша должны посадить по 96 кустиков клубники каждая. Маша первую половину работы делает с некоторой фиксированной скоростью, а при выполнении второй половины работы увеличивает скорость на 2 кустика в час. Даша первую половину работы проделывает со скоростью в 1,2 раз больше Машиной, а на вторую половину работы она увеличивает свою скорость ещё на четыре кустика в час. Известно, что Маша на всю работу затратила не менее 8,8 часов, а Даша - не более 7 часов. Сколько кустиков в час высаживала Маша первоначально?

99976292564

Ответ:

10

Задача 06

Задача 6-1 #26 ID 2565

Диагонали трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) пересекаются в точке O . Известно, что $OB = 15$, $OC = 12$, $OD = 25$, $CD = \sqrt{769}$. Найдите AB .

99976292565

Ответ:

25

Задача 6-2 #27 ID 2566

Диагонали трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) пересекаются в точке O . Известно, что $OB = 3$, $OC = 2$, $OD = 6$, $CD = 2\sqrt{10}$. Найдите AB .

99976292566

Ответ:

5

Задача 6-3 #28 ID 2568

Диагонали трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) пересекаются в точке O . Известно, что $OB = 6$, $OC = 3$, $OD = 16$, $CD = \sqrt{265}$. Найдите AB .

99976292568

Ответ:

10

Задача 6-4 #29 ID 2567

Диагонали трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) пересекаются в точке O . Известно, что $OB = 9$, $OC = 6$, $OD = 18$, $CD = 6\sqrt{10}$. Найдите AB .

99976292567

Ответ:

15

Задача 6-5 #30 ID 2569

Диагонали трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) пересекаются в точке O . Известно, что $OB = 12$, $OC = 6$, $OD = 32$, $CD = 2\sqrt{265}$. Найдите AB .

99976292569

Ответ:

20

Задача 07

Задача 7-1 #31 ID 2571

На факультете учится 100 студентов. До зачёта каждые два студента встретились хотя бы на одной лекции по истории. При этом на каждой лекции по истории было не больше 50 студентов. Какое наименьшее число лекций по истории могло пройти до зачёта?

999976292571

Ответ:

6

Задача 7-2 #32 ID 2572

На факультете учится 60 студентов. До зачёта каждые два студента встретились хотя бы на одной лекции по истории. При этом на каждой лекции по истории было не больше 30 студентов. Какое наименьшее число лекций по истории могло пройти до зачёта?

999976292572

Ответ:

6

Задача 7-3 #33 ID 2573

На факультете учится 80 студентов. До зачёта каждые два студента встретились хотя бы на одной лекции по истории. При этом на каждой лекции по истории было не больше 40 студентов. Какое наименьшее число лекций по истории могло пройти до зачёта?

999976292573

Ответ:

6

Задача 7-4 #34 ID 2570

На факультете учится 120 студентов. До зачёта каждые два студента встретились хотя бы на одной лекции по истории. При этом на каждой лекции по истории было не больше 60 студентов. Какое наименьшее число лекций по истории могло пройти до зачёта?

999976292570

Ответ:

6

Задача 7-5 #35 ID 2574

На факультете учится 140 студентов. До зачёта каждые два студента встретились хотя бы на одной лекции по истории. При этом на каждой лекции по истории было не больше 70 студентов. Какое наименьшее число лекций по истории могло пройти до зачёта?

999976292574

Ответ:

6

Задача 08

Задача 8-1 #36 ID 2575

За круглый стол сели 126 мудрецов. Часть из них в синих колпаках, остальные - в красных. Известно, что среди любых пяти мудрецов, сидящих подряд, найдутся по крайней мере двое в красных колпаках. Какое наименьшее количество мудрецов может быть в красных колпаках?

999976292575

Ответ:

51

Задача 8-2 #37 ID 2576

За круглый стол сел 161 мудрец. Часть из них в синих колпаках, остальные - в красных. Известно, что среди любых пяти мудрецов, сидящих подряд, найдутся по крайней мере двое в красных колпаках. Какое наименьшее количество мудрецов может быть в красных колпаках?

999976292576

Ответ:

65

Задача 8-3 #38 ID 2577

За круглый стол сели 176 мудрецов. Часть из них в синих колпаках, остальные - в красных. Известно, что среди любых пяти мудрецов, сидящих подряд, найдутся по крайней мере двое в красных колпаках. Какое наименьшее количество мудрецов может быть в красных колпаках?

999976292577

Ответ:

71

Задача 8-4 #39 ID 2578

За круглый стол сели 216 мудрецов. Часть из них в синих колпаках, остальные - в красных. Известно, что среди любых пяти мудрецов, сидящих подряд, найдутся по крайней мере двое в красных колпаках. Какое наименьшее количество мудрецов может быть в красных колпаках?

999976292578

Ответ:

87

Задача 8-5 #40 ID 2579

За круглый стол сел 241 мудрец. Часть из них в синих колпаках, остальные - в красных. Известно, что среди любых пяти мудрецов, сидящих подряд, найдутся по крайней мере двое в красных колпаках. Какое наименьшее количество мудрецов может быть в красных колпаках?

999976292579

Ответ:

97

Задача 09

Задача 9-1 #41 ID 2580

Про многочлен $q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ известно, что каждый из коэффициентов a_0, \dots, a_5 равен либо $+1$, либо -1 , а значение $q(2) = -37$. Найдите $q(-3)$.

999976292580

Ответ:

148

Задача 9-2 #42 ID 2581

Про многочлен $q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ известно, что каждый из коэффициентов a_0, \dots, a_5 равен либо $+1$, либо -1 , а значение $q(2) = -13$. Найдите $q(-3)$.

999976292581

Ответ:

292

Задача 9-3 #43 ID 2582

Про многочлен $q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ известно, что каждый из коэффициентов a_0, \dots, a_5 равен либо $+1$, либо -1 , а значение $q(2) = 51$. Найдите $q(-3)$.

999976292582

Ответ:

-194

Задача 9-4 #44 ID 2583

Про многочлен $q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ известно, что каждый из коэффициентов a_0, \dots, a_5 равен либо $+1$, либо -1 , а значение $q(2) = 19$. Найдите $q(-3)$.

999976292583

Ответ:

-356

Задача 9-5 #45 ID 2584

Про многочлен $q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ известно, что каждый из коэффициентов a_0, \dots, a_5 равен либо $+1$, либо -1 , а значение $q(2) = 27$. Найдите $q(-3)$.

999976292584

Ответ:

-338

Задача 10

Задача 10-1 #46 ID 2585

Точки P и Q - середины сторон AB и AC треугольника ABC соответственно, а X - точка пересечения перпендикуляра к AB , проходящего через точку A , с перпендикуляром к BC , проходящим через точку Q . Найдите длину отрезка BC , если известно, что $PX = 29$, а угол BAC острый и $\sin \angle BAC = \frac{1}{8}$.

999976292585

Ответ:

7,25

Задача 10-2 #47 ID 2586

Точки P и Q - середины сторон AB и AC треугольника ABC соответственно, а X - точка пересечения перпендикуляра к AB , проходящего через точку A , с перпендикуляром к BC , проходящим через точку Q . Найдите длину отрезка BC , если известно, что $PX = 33$, а угол BAC острый и $\sin \angle BAC = \frac{1}{12}$.

999976292586

Ответ:

5,5

Задача 10-3 #48 ID 2587

Точки P и Q - середины сторон AB и AC треугольника ABC соответственно, а X - точка пересечения перпендикуляра к AB , проходящего через точку A , с перпендикуляром к BC , проходящим через точку Q . Найдите длину отрезка BC , если известно, что $PX = 28$, а угол BAC острый и $\sin \angle BAC = \frac{3}{25}$.

999976292587

Ответ:

6,72

Задача 10-4 #49 ID 2588

Точки P и Q - середины сторон AB и AC треугольника ABC соответственно, а X - точка пересечения перпендикуляра к AB , проходящего через точку A , с перпендикуляром к BC , проходящим через точку Q . Найдите длину отрезка BC , если известно, что $PX = 55$, а угол BAC острый и $\sin \angle BAC = \frac{5}{22}$.

999976292588

Ответ:

25

Задача 10-5 #50 ID 2589

Точки P и Q - середины сторон AB и AC треугольника ABC соответственно, а X - точка пересечения перпендикуляра к AB , проходящего через точку A , с перпендикуляром к BC , проходящим через точку Q . Найдите длину отрезка BC , если известно, что $PX = 39$, а угол BAC острый и $\sin \angle BAC = \frac{5}{12}$.

999976292589

Ответ:

32,5