Учебный год 2022/23

Задачи олимпиады: Математика 9 класс (4 попытка)

Задача 1.

Задача 1. #1 ID 1538

За круглый стол сели 28 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Все магистры знают, к какому из двух орденов принадлежит любой магистр, сидящий за столом. Каждый из сидящих за столом дал ответы на два вопроса: к какому ордену принадлежит его сосед слева и к какому ордену принадлежит его сосед справа. Мудрецу, который знает, что за столом есть магистры ордена Лжецов, но их меньше, чем магистров ордена Рыцарей, сообщили количество ответов "орден Рыцарей" и ответов "орден Лжецов". После этого мудрец смог точно назвать количество магистров из ордена Лжецов. Какое наименьшее количество ответов "орден Лжецов" могло быть получено?

Ответ:

52

Задача 1. #2 ID 1539

За круглый стол сели 36 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Все магистры знают, к какому из двух орденов принадлежит любой магистр, сидящий за столом. Каждый из сидящих за столом дал ответы на два вопроса: к какому ордену принадлежит его сосед слева и к какому ордену принадлежит его сосед справа. Мудрецу, который знает, что за столом есть магистры ордена Лжецов, но их меньше, чем магистров ордена Рыцарей, сообщили количество ответов "орден Рыцарей" и ответов "орден Лжецов". После этого мудрец смог точно назвать количество магистров из ордена Лжецов. Какое наименьшее количество ответов "орден Лжецов" могло быть получено?

Ответ:

68

Задача 1. #3 ID 1540

За круглый стол сели 58 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Все магистры знают, к какому из двух орденов принадлежит любой магистр, сидящий за столом. Каждый из сидящих за столом дал ответы на два вопроса: к какому ордену принадлежит его сосед слева и к какому ордену принадлежит его сосед справа. Мудрецу, который знает, что за столом есть магистры ордена Лжецов, но их меньше, чем магистров ордена Рыцарей, сообщили количество ответов "орден Рыцарей" и ответов "орден Лжецов". После этого мудрец смог точно назвать количество магистров из ордена Лжецов. Какое наименьшее количество ответов "орден Лжецов" могло быть получено?

Ответ:

112

Задача 1. #4 ID 1541

За круглый стол сели 76 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Все магистры знают, к какому из двух орденов принадлежит любой магистр, сидящий за столом. Каждый из сидящих за столом дал ответы на два вопроса: к какому ордену принадлежит его сосед слева и к какому ордену принадлежит его сосед справа. Мудрецу, который знает, что за столом есть магистры ордена Лжецов, но их меньше, чем магистров ордена Рыцарей, сообщили количество ответов "орден Рыцарей" и ответов "орден Лжецов". После этого мудрец смог точно назвать количество магистров из ордена Лжецов. Какое наименьшее количество ответов "орден Лжецов" могло быть получено?

Ответ:

148

Задача 2.

Задача 2. #5 ID 1542

Некоторые числа x и y удовлетворяют соотношению $7\left(x^3+y^3\right)+11(x+y)^3-63xy+486=0.$ Найдите максимально возможное значение суммы x+y.

Ответ:

Задача 2. #6 ID 1543

Некоторые числа x и y удовлетворяют соотношению $2\left(x^3+y^3\right)+3(x+y)^3-24xy+320=0.$ Найдите максимально возможное значение суммы x+y.

Ответ:

-4

Задача 2. #7 ID 1544

Некоторые числа x и y удовлетворяют соотношению $5\left(x^3+y^3\right)+7(x+y)^3-75xy+1500=0.$ Найдите максимально возможное значение суммы x+y.

Ответ:

-5

Задача 2. #8 ID 1545

Некоторые числа x и y удовлетворяют соотношению $4\left(x^3+y^3\right)+5(x+y)^3-84xy+3087=0.$ Найдите максимально возможное значение суммы x+y.

Ответ:

-7

Задача 3.

Задача 3. #9 ID 1546

На сторонах AC и AB треугольника ABC взяты точки D и E соответственно, а отрезки BD и CE пересекаются в точке F. Пусть G — такая точка на отрезке AC, что прямая BG делит CF пополам. Известно, что BE=EF=5, CD=DF=10, AG=18. Найдите AE.

Ответ:

13

Задача 3. #10 ID 1547

На сторонах AC и AB треугольника ABC взяты точки D и E соответственно, а отрезки BD и CE пересекаются в точке F. Пусть G — такая точка на отрезке AC, что прямая BG делит CF пополам. Известно, что BE=EF=2, CD=DF=4, AG=7. Найдите AE.

Ответ:

5

Задача 3. #11 1D 1548

На сторонах AC и AB треугольника ABC взяты точки D и E соответственно, а отрезки BD и CE пересекаются в точке F. Пусть G — такая точка на отрезке AC, что прямая BG делит CF пополам. Известно, что BE=EF=3, CD=DF=6, AG=11. Найдите AE.

Ответ:

8

Задача 3. #12 ID 1549

На сторонах AC и AB треугольника ABC взяты точки D и E соответственно, а отрезки BD и CE пересекаются в точке F. Пусть G — такая точка на отрезке AC, что прямая BG делит CF пополам. Известно, что BE=EF=4, CD=DF=8, AG=30. Найдите AE.

Ответ:

26

Задача 4.

Задача 4. #13 ID 1550

Найдите количество различных значений функции $f(x)=[x]+[2x]+[3x]+[4x]+\left[rac{5x}{3}
ight]$ таких, что $f(x)\in[70;280].$

(Здесь [x] обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x. Например, [1,7]=1, [-1,7]=-2.)

Ответ:

Задача 4. #14 1D 1551

Найдите количество различных значений функции $f(x)=[x]+[3x]+[4x]+[6x]+\left[rac{7x}{3}
ight]$ таких, что $f(x)\in[98;343].$

(Здесь [x] обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x. Например, [1,7]=1, [-1,7]=-2.)

Ответ:

151

Задача 4. #15 ID 1552

Найдите количество различных значений функции $f(x)=[x]+[3x]+[5x]+[6x]+\left[rac{8x}{3}
ight]$ таких, что $f(x)\in[106;477].$

(Здесь [x] обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x. Например, [1,7]=1, [-1,7]=-2.)

Ответ:

253

Задача 4. #16 ID 1553

Найдите количество различных значений функции $f(x)=[x]+[2x]+[5x]+[7x]+\left\lceil \dfrac{2x}{3}
ight
ceil$ таких, что $f(x)\in [141;423].$

(Здесь [x] обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x. Например, [1,7]=1, [-1,7]=-2.)

Ответ:

217

Задача 5.

Задача **5.** #17 ID 1554

У Олега есть конфеты 16 сортов. Он хочет выложить конфеты в ряд так, чтобы для любых двух различных сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ему для этого хватит?

Ответ:

128

Задача 5. #18 ID 1555

У Олега есть конфеты 18 сортов. Он хочет выложить конфеты в ряд так, чтобы для любых двух различных сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ему для этого хватит?

Ответ:

162

Задача 5. #19 ID 1556

У Олега есть конфеты 20 сортов. Он хочет выложить конфеты в ряд так, чтобы для любых двух различных сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ему для этого хватит?

Ответ:

200

Задача 5. #20 ID 1557

У Олега есть конфеты 22 сортов. Он хочет выложить конфеты в ряд так, чтобы для любых двух различных сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ему для этого хватит?

Ответ:

242