

Задачи олимпиады: Математика 10 класс (1 попытка)

Задача 1.

Задача 1. #1 ID 150

Вася написал на доске натуральные числа N и $N + 2$. Он заметил, что сумма цифр каждого из этих чисел делится на 22. Оказалось, что N — наименьшее число, для которого это условие выполняется. Найдите сумму цифр числа N .

99986967150

Ответ:

110

Задача 1. #2 ID 151

Вася написал на доске натуральные числа N и $N + 2$. Он заметил, что сумма цифр каждого из этих чисел делится на 31. Оказалось, что N — наименьшее число, для которого это условие выполняется. Найдите сумму цифр числа N .

99986967151

Ответ:

155

Задача 1. #3 ID 152

Вася написал на доске натуральные числа N и $N + 2$. Он заметил, что сумма цифр каждого из этих чисел делится на 40. Оказалось, что N — наименьшее число, для которого это условие выполняется. Найдите сумму цифр числа N .

99986967152

Ответ:

200

Задача 1. #4 ID 153

Вася написал на доске натуральные числа N и $N + 2$. Он заметил, что сумма цифр каждого из этих чисел делится на 49. Оказалось, что N — наименьшее число, для которого это условие выполняется. Найдите сумму цифр числа N .

99986967153

Ответ:

245

Задача 2.

Задача 2. #5 ID 154

Сколькими способами в прямоугольнике 5×15 можно разместить две кости домино 1×2 , каждая из которых покрашена в два цвета — чёрный и белый?

Замечание. Каждая кость занимает две соседние клетки: на одной чёрная часть кости, а на другой — белая.

99986967154

Ответ:

32204
;
64408

Задача 2. #6 ID 155

Сколькими способами в прямоугольнике 7×9 можно разместить две кости домино 1×2 , каждая из которых покрашена в два цвета — чёрный и белый?

Замечание. Каждая кость занимает две соседние клетки: на одной чёрная часть кости, а на другой — белая.

99986967155

Ответ:

22836
;
45672

Задача 2. #7 ID 156

Сколькими способами в прямоугольнике 8×12 можно разместить две кости домино 1×2 , каждая из которых покрашена в два цвета — чёрный и белый?

Замечание. Каждая кость занимает две соседние клетки: на одной чёрная часть кости, а на другой — белая.

99986967156

Ответ:

56984
;
113968

Задача 2. #8 ID 157

Сколькими способами в прямоугольнике 9×11 можно разместить две кости домино 1×2 , каждая из которых покрашена в два цвета — чёрный и белый?

Замечание. Каждая кость занимает две соседние клетки: на одной чёрная часть кости, а на другой — белая.

99986967157

Ответ:

61100
;
122200

Задача 3.

Задача 3. #9 ID 158

Вера написала на доске шестизначное число. Надя переставила его первую цифру в конец и написала полученное шестизначное число на доске. (Например, если Вера написала 123 456, то Надя написала 234 561.) Люба сложила два написанных на доске числа. Определите, какие числа из отрезка $[180\,000; 230\,000]$ могли получиться у Любы? В ответе укажите сумму всех таких чисел.

99986967158

Ответ:

400180000

Задача 3. #10 ID 159

Вера написала на доске шестизначное число. Надя переставила его первую цифру в конец и написала полученное шестизначное число на доске. (Например, если Вера написала 123 456, то Надя написала 234 561.) Люба сложила два написанных на доске числа. Определите, какие числа из отрезка $[185\ 000; 226\ 000]$ могли получиться у Любы? В ответе укажите сумму всех таких чисел.

99986967159

Ответ:

317187090

Задача 3. #11 ID 160

Вера написала на доске шестизначное число. Надя переставила его первую цифру в конец и написала полученное шестизначное число на доске. (Например, если Вера написала 123 456, то Надя написала 234 561.) Люба сложила два написанных на доске числа. Определите, какие числа из отрезка $[178\ 000; 221\ 000]$ могли получиться у Любы? В ответе укажите сумму всех таких чисел.

99986967160

Ответ:

215495500

Задача 3. #12 ID 161

Вера написала на доске шестизначное число. Надя переставила его первую цифру в конец и написала полученное шестизначное число на доске. (Например, если Вера написала 123 456, то Надя написала 234 561.) Люба сложила два написанных на доске числа. Определите, какие числа из отрезка $[190\ 000; 233\ 000]$ могли получиться у Любы? В ответе укажите сумму всех таких чисел.

99986967161

Ответ:

463148136

Задача 4.

Задача 4. #13 ID 162

Найдите сумму квадратов всех решений уравнения $x^2 - 24[x] + 23 = 0$.

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

99986967162

Ответ:

1516

Задача 4. #14 ID 163

Найдите сумму квадратов всех решений уравнения $x^2 - 22[x] + 21 = 0$.

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

99986967163

Ответ:

1258

Задача 4. #15 ID 164

Найдите сумму квадратов всех решений уравнения $x^2 - 21[x] + 38 = 0$.

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

99986967164

Ответ:

1024

Задача 4. #16 ID 165

Найдите сумму квадратов всех решений уравнения $x^2 - 23[x] + 42 = 0$.

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

99986967165

Ответ:

1258

Задача 5.

Задача 5. #17 ID 166

Окружности Ω и ω радиусов 5 и 3 соответственно касаются друг друга внутренним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках B и C , а окружность Ω – в точках A и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по одну сторону от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 1 : 4 : 7$. Найдите AC^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

99986967166

Ответ:

10,649
;
820/77
;
 $\frac{820}{77}$
;
10.649

Задача 5. #18 ID 167

Окружности Ω и ω радиусов 5 и 4 соответственно касаются друг друга внутренним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках B и C , а окружность Ω – в точках A и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по одну сторону от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 1 : 12 : 3$. Найдите AC^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

99986967167

Ответ:

64,711
;
2912/45
;
 $\frac{2912}{45}$
;
64.711

Задача 5. #19 ID 168

Окружности Ω и ω радиусов 5 и 2 соответственно касаются друг друга внутренним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках B и C , а окружность Ω — в точках A и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по разные стороны от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 1 : 6 : 9$. Найдите CD^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

99986967168

Ответ:

30,514
;
1068/35
;
 $\frac{1068}{35}$
;
30.514

Задача 5. #20 ID 169

Окружности Ω и ω радиусов 6 и 4 касаются друг друга внутренним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках B и C , а окружность Ω — в точках A и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по разные стороны от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 3 : 8 : 1$. Найдите AB^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

99986967169

Ответ:

8,727
;
96/11
;
 $\frac{96}{11}$
;
8.727